

21.10.03

**Cours 2003 - 2004**

**INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**  
**BILAN ET PERSPECTIVES**

## Buts du cours 2003-2004

Présenter un bilan des développements importants survenus au cours des dernières décennies dans

- la compréhension
- la description
- l'utilisation

des interactions atomes - photons

Analyser l'évolution des idées dans ce domaine et essayer de comprendre la genèse des développements survenus

Discuter les nouvelles perspectives, les nouveaux domaines de recherche qui semblent s'ouvrir à la suite de ces développements

# Introduction générale

## 1 – Essai de classement des divers développements de ce domaine de recherche

Plusieurs motivations apparaissent à la base des travaux portant sur l'étude et l'utilisation de l'émission et de l'absorption de rayonnement par les atomes

Classement basé sur ces motivations

## 2 – Quelques idées directrices pour décrire l'effet des interactions atomes - photons

- Identification des diverses étapes d'une expérience  
Préparation – Évolution – Détection
- Lois de conservation
- Comparaison des diverses échelles de temps

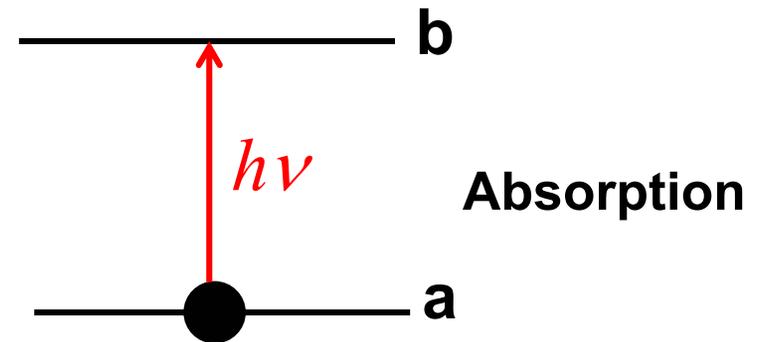
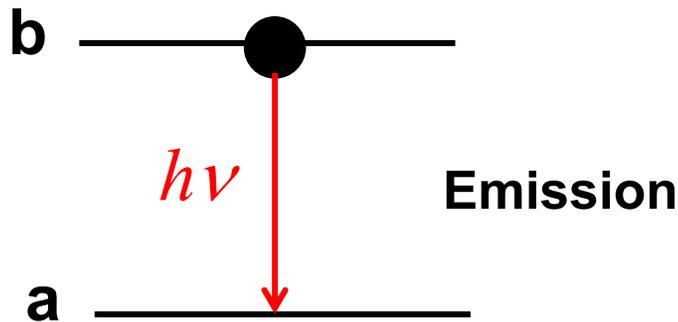
# L'émission et l'absorption de rayonnement par les atomes :

- Une source d'informations sur la structure et la dynamique des atomes
- Une source de perturbations pour ces atomes
- Un *banc d'essai* pour élaborer et tester diverses approches théoriques
- Des systèmes simples pour tester les théories fondamentales
- Un cadre simple pour étudier des effets d'ordre supérieur et des méthodes non perturbatives
- Un outil pour *manipuler* les atomes et pour contrôler leur polarisation, leur position, leur vitesse
- Un moyen commode pour préparer des états quantiques intéressants

# **INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

**UNE SOURCE D' INFORMATIONS  
SUR LES ATOMES**

# Émission et absorption de photons



$$E_b - E_a = h\nu$$

Conservation de l'énergie

Principe de la spectroscopie : La mesure de  $\nu$  au moyen d'un spectromètre permet de déterminer  $E_b - E_a$

- Identification des constituants d'un milieu
- Sonde des propriétés de ce milieu
- Tests des interactions responsables de ce spectre

# Les progrès de la spectroscopie

## Nouveaux types de signaux

Corrélations temporelles du champ. Spectroscopie de Fourier

$$\overline{E(t)E(t + \tau)} = \text{Transformée de Fourier de } I(\omega)$$

Corrélations d'intensité

$$\overline{I(t)I(t + \tau)} \quad \text{Effet Hanbury-Brown et Twiss}$$

Développements instrumentaux

Réseaux, lames minces, interféromètres Fabry-Pérot...

## Nouveaux domaines de fréquence

- Spectroscopie radio-fréquence et micro-ondes
  - Jets atomiques et moléculaires – Franges de Ramsey
- Les méthodes optiques
  - Double résonance et pompage optique
- Spectroscopie UV et X
  - Rayonnement synchrotron
- La révolution introduite par les sources laser

# L'impact des lasers

- Sources monochromatiques, intenses, accordables
  - La spectroscopie laser
  - Exemple d'étude nouvelle : isotopes radioactifs
- Spectroscopie non linéaire
  - Absorption saturée
  - Transitions à plusieurs photons
  - Effet Raman stimulé
- Optique non linéaire
  - Mélange d'ondes
  - Génération d'harmoniques
- Spectroscopie résolue dans le temps
  - Battements quantiques . Femtosecondes
- Mesure de fréquences optiques
  - Peignes de fréquence
- Les « lasers de table » de très grande puissance

# La barrière de l'effet Doppler surmontée

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} \simeq 10^{-6} \text{ à température ambiante}$$

- Effet Doppler négligeable dans le domaine RF
- Non négligeable dans le domaine micro-ondes
  - Éliminé grâce à l'effet Dicke
- Excitation optique d'un jet atomique à angle droit
- Spectroscopie laser non linéaire
  - Absorption saturée
  - Transitions à 2 photons sans effet Doppler
- Atomes ultrafroids
  - Élimination des effets Doppler du 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> ordres
- Effet Mössbauer – Effet Lamb-Dicke

# **INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

## **UNE SOURCE DE PERTURBATIONS POUR LES ATOMES**

# Perturbations des niveaux d'énergie atomiques

## Élargissement et déplacement des niveaux d'énergie atomiques par la lumière

2 effets qui sont le pendant pour l'atome des effets bien connus d'absorption et de dispersion pour le photon

Effets perturbateurs dont il faut tenir compte en spectroscopie de haute résolution

Peuvent être transformés en un avantage pour la manipulation des atomes

- Pièges laser dans des gradients spatiaux de déplacements lumineux
- Miroirs pour atomes avec les déplacements lumineux associés à une onde évanescente
- Réseaux optiques

# Effets stimulés et effets spontanés

Comparaison entre les effets perturbateurs d'une excitation optique ou radio-fréquence

- Déplacements lumineux
- Modification du facteur  $g$  d'un atome

et les corrections radiatives dans le vide de photons

- Déplacements de Lamb
  - Anomalie  $g-2$  du spin de l'électron
- 
- Peut-on comprendre ces corrections radiatives comme étant dues aux fluctuations du vide?
  - Faut-il faire aussi intervenir la réaction de rayonnement?
  - Quels sont les effets véritablement quantiques?

# **INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

**UN BANC D' ESSAI POUR ÉLABORER ET TESTER  
DIVERSES APPROCHES THÉORIQUES**

## Méthodes perturbatives

- Termes d'ordre le plus bas
- Opérateurs de projection. Résolvante

## Équation pilote pour l'opérateur densité

Équations de Bloch optiques

## Équations de Heisenberg-Langevin

Calcul des fonctions de corrélation

## L'atome habillé

L'atome et les photons RF ou optiques interagissant avec lui considérés comme un système global décrit par un Hamiltonien indépendant du temps

## Fonctions d'onde stochastiques

Description de l'évolution d'un système quantique soumis à des processus dissipatifs comme une suite de périodes d'évolution cohérente séparées par des sauts quantiques

**INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

**DES SYSTÈMES SIMPLES POUR TESTER**

**LES THÉORIES FONDAMENTALES**

# Corrections radiatives

- Découverte de déviations par rapport aux prédictions de l'équation de Dirac
  - Déplacement de Lamb. Anomalie g-2
- Développement de l'électrodynamique quantique
  - La renaissance de la physique atomique après la seconde guerre mondiale
- Mesures de plus en plus précises de ces corrections
  - Electron unique piégé
  - Spectroscopie laser
- Étude de systèmes "exotiques"
  - Positronium, Muonium, Ions multichargés
  - Sensibilité aux autres interactions
- Mesure des constantes fondamentales
  - Constante de Rydberg, de structure fine

# Non conservation de la parité en physique atomique

- Unification des interactions électromagnétiques et faibles  
Le noyau et les électrons d'un atome peuvent échanger, non seulement un photon, mais aussi un boson vectoriel neutre  $Z_0$ . L'interférence entre les 2 amplitudes correspondantes conduit à une violation de la symétrie droite gauche dans les atomes.
- Suggestion de la possibilité de détecter optiquement un tel effet sur des transitions interdites d'atomes lourds  
**Marie-Anne et Claude Bouchiat, 1974**
- Observation expérimentale de la violation de parité sur Cs  
Première observation: ENS, Paris 1982  
Amélioration de la précision: JILA, Boulder 1997
- Étude d'autres atomes lourds

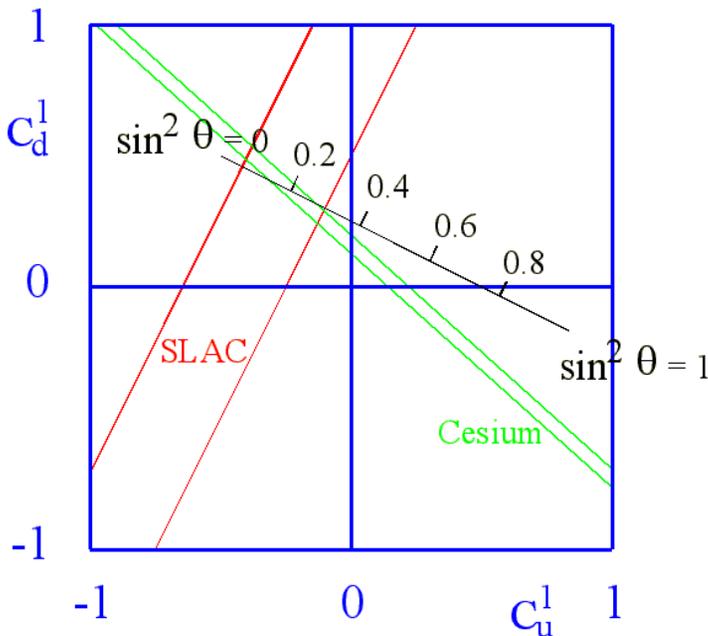
# Autres tests des interactions fondamentales

- Recherche de moments dipolaires électriques sur des atomes
  - Test de la symétrie du renversement du sens du temps
  - Tests des théories au delà du modèle standard
- Tests de la symétrie matière antimatière
  - Comparaison des propriétés de  $e^-$  et  $e^+$ , de  $p^-$  et  $p^+$
  - Récente production d'anti-Hydrogène
- Tests de la relativité restreinte et générale
  - Projets d'expériences spatiales (ACES, HYPER) utilisant des horloges et interféromètres à atomes froids
  - Déplacement vers le rouge, effet Lens Thirring
- Recherche d'une dérive éventuelle des constantes fondamentales
  - Comparaison des fréquences de 2 horloges à Cs et Rb

# Intérêt des tests de physique atomique

(par rapport aux expériences de haute énergie)

- La faiblesse des énergies compensée par la très grande précision des mesures
- Systèmes simples (par exemple atome H,  $e^+e^-$ ) entièrement calculables
- Informations obtenues dans d'autres domaines d'énergie et de transfert d'impulsion



## Exemple

Différentes combinaisons linéaires des constantes de couplages des quarks u et d sont détectées dans l'expérience de hautes énergies du SLAC et dans l'expérience de violation de parité sur le Césium

# Tests de la mécanique quantique

## Violation des inégalités de Bell

Élimination des théories à variables cachées locales

Corrélations entre les polarisations d'une paire de photons émis dans une cascade radiative ou dans une conversion paramétrique

## Caractère quantique du rayonnement

- Dégrouperement de photons
- Détection sur les oscillations de Rabi dans une cavité du caractère discret du nombre de photons

## Fluctuations quantiques

- Meilleure compréhension de leur origine et des limites qu'elles imposent à la sensibilité des mesures
- Possibilité de contourner ces limites  
Exemple des états comprimés

# **INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

**UN CADRE SIMPLE POUR ÉTUDIER  
DES EFFETS D'ORDRE SUPÉRIEUR**

# Processus multiphotoniques

## Dans le domaine des radio-fréquences

- Premières observations de ces effets
- Interprétation physique en termes de lois de conservation
- Diverses approches théoriques pour les analyser

Opérateurs de projection

Atome habillé

## Dans le domaine optique

- Entre états discrets
- Ionisation multiphotonique
- Ionisation au dessus du seuil
- Génération d'harmoniques
- Lasers petawatt ( $10^{15}$  w)
- Optique non linéaire

# Processus impliquant 2 photons

## Absorption saturée

- Diagrammes énergie - impulsion
- Doublet de recul

## Absorption de 2 photons

Conservation de l'impulsion globale et élimination de l'effet Doppler et du recul

## Conversion paramétrique

Génération de paires de photons corrélés

## Effet Raman stimulé

Très nombreuses applications

# **INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

**UN OUTIL POUR MANIPULER LES ATOMES**

## Contrôle de la polarisation des atomes

Transfert de moment cinétique de photons polarisés vers des atomes.

Pompage optique

## Contrôle de l'impulsion des atomes

Transfert de quantité de mouvement de photons vers des atomes.

- dans des cycles absorption - émission spontanée

Force de pression de radiation

- dans des cycles absorption - émission induite

Force dipolaire

Redistribution de photons

# Ralentissement et refroidissement des atomes

## Ralentisseur Zeeman

## Refroidissement laser Doppler

Déséquilibre dépendant de la vitesse (à cause de l'effet Doppler) entre 2 forces de pression de radiation opposées

## Refroidissement Sisyphé

Déplacements lumineux et taux de pompage optique modulés spatialement et corrélés de manière que l'atome en mouvement gravisse sans cesse des collines de potentiel

## Refroidissement sub-recul

Piège dans l'espace des vitesses au voisinage de la vitesse nulle dans lequel les atomes viennent s'accumuler au cours de leur marche au hasard

Obtention de températures de l'ordre de  $10^{-6}$  K, voire de  $10^{-9}$  K

# Piégeage de particules chargées

## Piégeage et détection d'un seul électron, d'un seul ion

- Pièges de Penning et de Paul
- Refroidissement par bandes latérales et préparation de l'ion dans l'état fondamental du piège

## Applications

- Mesures ultra-précises, par exemple de  $q/m$  et de  $g-2$
- Observation de sauts quantiques sur le comportement du système

## Une grande stimulation pour le développement de nouvelles approches théoriques

- Fonction délai
- Fonction d'onde Monte Carlo
- Fonctions d'onde stochastiques

# Piégeage des atomes neutres

## Pièges laser – Réseaux optiques

Puits de potentiel créés par des déplacements lumineux produits par des gradients d'intensité laser

## Pièges magnéto-optiques

Déséquilibre dépendant de la position (à cause d'un gradient spatial d'effet Zeeman) entre forces de pression de radiation opposées

## Pièges magnétiques

Puits de potentiel créés par des gradients spatiaux de champ magnétique.

Les atomes ne peuvent être piégés dans ces puits peu profonds que s'ils ont été préalablement refroidis

# **INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

**UN MOYEN SIMPLE POUR PRÉPARER  
DES ÉTATS QUANTIQUES INTÉRESSANTS**

# Superpositions linéaires d'états

Insuffisance d'une description en termes des seules populations des niveaux d'énergie

Importance des éléments non diagonaux de l'opérateur densité (« cohérences »)

## Préparation et détection optiques de ces superpositions d'états

- Effet Hanle. Résonances de croisement de niveaux
- Battements quantiques
- Modulation de la fluorescence
- Excitation en lumière modulée
- Transferts de cohérence
- Piégeage cohérent de populations
- Cohérences spatiales

# Superpositions linéaires d'états de 2 systèmes différents

Préparation d'états « intriqués »

- de deux photons
- d'un photon et d'un atome
- de deux atomes

Décohérence

# Applications des effets d'interférence quantique

- Magnétométrie
- Battements quantiques. Spectroscopie résolue dans le temps
- Interférométrie atomique
- Refroidissement sub-recul
- Contrôle cohérent
- Information quantique

# Fluides quantiques

## Gaz quantiques dégénérés

- Condensation de Bose-Einstein
- Ondes de matière
- Lasers à atomes
- Condensats moléculaires?
- Gaz de Fermi dégénérés. Transition BCS?

Observation sur des systèmes dilués d'effets habituellement observés en phase liquide ou solide

L'effet des interactions entre atomes peut être analysé de manière beaucoup plus précise

## Des contacts fructueux avec la physique de la matière condensée

- Superfluidité
- Transition superfluide - isolant de Mott dans un réseau

**QUELQUES IDÉES DIRECTRICES  
POUR DÉCRIRE L'EFFET DES  
INTERACTIONS ATOMES - PHOTONS**

# Déroulement temporel d'une expérience

Le plus souvent, on peut distinguer 3 phases



- L'expérience étudiée entre-t-elle dans ce cadre idéal?
- Les 3 étapes sont-elles vraiment indépendantes?
- Le système interagit-il avec des réservoirs?
  - Phénomènes dissipatifs?
  - Évolution réversible ou irréversible?
- Échelles de temps associées aux divers processus?
- Plusieurs chemins conduisant de l'état initial à l'état final?
  - Interférences quantiques?

# Préparation - Excitation

## Sélection magnétique ou électrique d'états atomiques

Exemple : effet Stern-Gerlach

Jets atomiques et moléculaires (I. Rabi)

## Échantillon en équilibre thermodynamique

L'interaction avec un réservoir conduit à des populations d'équilibre  $p_a, p_b, \dots$  des niveaux du système étudié

$$\frac{p_b}{p_a} \propto \exp[-(E_b - E_a) / k_B T]$$

Cas usuel des expériences sur des échantillons de matière condensée

## Excitation par un champ électromagnétique

Cas étudié plus en détail dans ce cours

# Lois de conservation

Hamiltonien d'interaction atomes - rayonnement invariant par

- translation dans le temps
- translation dans l'espace
- rotation

En découle l'existence de constantes du mouvement

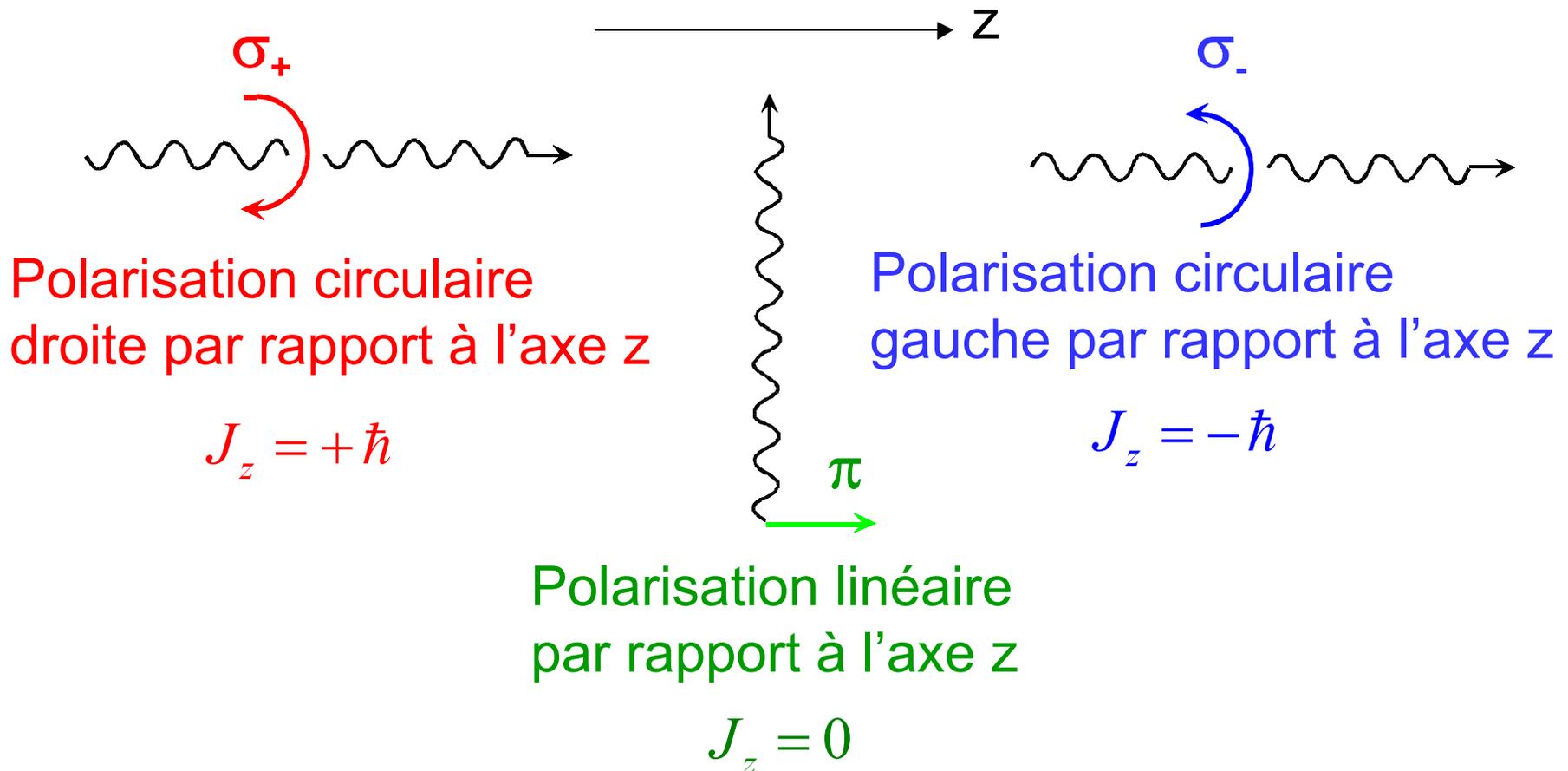
- énergie totale
- impulsion totale
- moment cinétique total

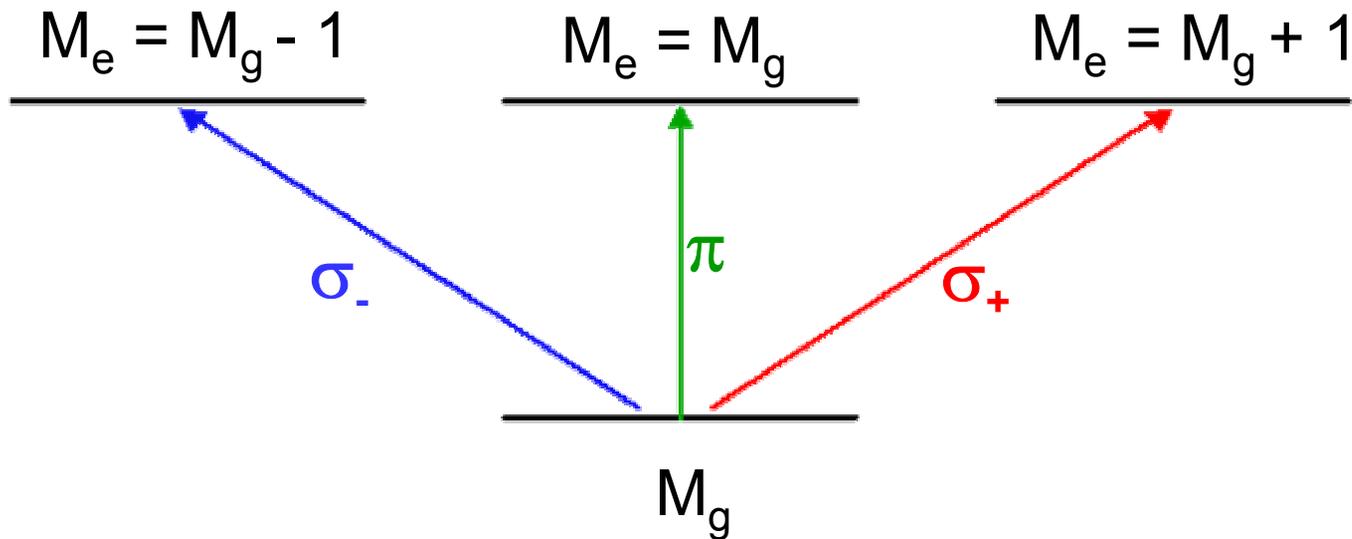
Conséquence : règles de sélection pour les phases  
d'excitation et de détection

# Exemple d'application des lois de conservation

## Règles de sélection de la polarisation

Les photons ont un moment cinétique qui dépend de leur polarisation





Quand l'atome absorbe un photon, il gagne le moment cinétique du photon. Le changement du nombre quantique magnétique est donc relié à la polarisation du photon absorbé

$$\sigma_+ : \Delta M = +1$$

$$\sigma_- : \Delta M = -1$$

$$\pi : \Delta M = 0$$

**A. Rubinowicz**

# Excitation électromagnétique

## Influence de la largeur de raie $\Delta\nu$

### Excitation continue en raie large

Durée du processus élémentaire du processus d'excitation

Temps de corrélation des fluctuations  
du champ exciteur

$$\tau_c = 1 / \Delta\nu$$

$1 / \Delta\nu$  est aussi le temps de passage sur l'atome des paquets d'onde formant le faisceau incident et uniformément répartis dans le temps

$1 / \Delta\nu$  apparaît comme la durée d'un processus élémentaire d'excitation, à ne pas confondre avec le temps moyen au bout duquel un tel processus se produit

Temps de relaxation » Temps de corrélation

## Excitation continue en raie large (suite)

Si la durée d'excitation  $1 / \Delta\nu$  est suffisamment courte devant les temps caractéristiques de l'état intermédiaire (période de Larmor, durée de vie radiative, ...), l'excitation peut être considérée comme instantanée.

- Possibilité de séparer la phase d'excitation des 2 autres
- Description de l'excitation en termes de taux de transition
- En général, préparation de l'atome dans une superposition linéaire de plusieurs sous-niveaux d'énergie différents. La largeur spectrale  $\Delta\nu$  est suffisamment grande pour que l'excitation soit résonnante pour plusieurs sous-niveaux excités

## Excitation en impulsion en raie large

Le système est excité en un temps très bref  $1 / \Delta\nu$  à un instant bien déterminé

## Excitation en raie étroite

La durée  $1 / \Delta\nu$  d'un processus d'excitation est longue. Elle prépare en général l'atome dans un état d'énergie bien défini que l'on peut choisir en ajustant la fréquence de l'excitation

Les 3 phases, excitation, évolution, détection ne sont plus alors bien séparées.

Exemple d'un dipôle atomique mis en oscillation forcée par une onde monochromatique et émettant un rayonnement à la même fréquence (diffusion Rayleigh)

Une description de l'excitation en termes de taux de transition n'est en général plus possible. Nécessité d'utiliser des équations de Bloch optiques où apparaissent des « cohérences optiques »  $\sigma_{ef}$

## Excitation en raie étroite (suite)

L'excitation en raie étroite peut conduire à un comportement irréversible (description en termes de taux de transition) si l'état auquel conduit l'excitation a une largeur  $\Gamma$ . Tout dépend alors des valeurs respectives de  $\Gamma$  et de la fréquence de Rabi  $\Omega$  caractérisant l'excitation

$\Omega \ll \Gamma$  L'état auquel conduit l'excitation apparaît comme un continuum et est atteint avec un taux de transition  $\gamma = \Omega^2 / \Gamma$  (règle d'or de Fermi)

$\Omega \gg \Gamma$  La précession de Rabi a le temps de se produire avant d'être amortie avec un taux  $\Gamma$

Distinction entre les régimes de couplage faible et fort en électrodynamique quantique en cavité

# Phase de détection

Mêmes remarques que pour la phase d'excitation

## Détection à bande large

Observation de la fluorescence avec un détecteur rapide à bande large.

Détection au moyen d'un faisceau sonde à large bande, éventuellement appliqué en impulsions ultra-brèves

## Détection à bande étroite

Observation de la fluorescence à travers un filtre de fréquence très étroit

Utilisation d'un faisceau sonde monochromatique dont on balaie la fréquence

# Évolution temporelle intermédiaire

## Évolution libre

Sous l'effet d'un champ magnétique statique, d'un couplage interne (couplage spin-orbite, hyperfin,...)

## Action d'un champ électromagnétique

- Transitions de radiofréquence ou micro-ondes
- Action d'un champ laser

## Processus de relaxation

- Relaxation radiative par émission spontanée
- Collisions avec d'autres atomes

Les vitesses de variation associées à ces divers processus peuvent-elles être ajoutées de manière indépendante?

# Relaxation en présence d'interaction avec un champ monochromatique

## Les temps caractéristiques

$\tau_c$  : Temps de corrélation des mécanismes de relaxation

$T_R$  : Temps de relaxation. En général,  $T_R \gg \tau_c$

$1/\Omega$  : Période de Rabi associée à l'interaction atome-laser

## Régime $\tau_c \ll 1 / \Omega$

Pendant le temps  $\tau_c$  d'un processus élémentaire de relaxation, l'interaction atome - laser n'a pas le temps de s'établir.

Les taux de relaxation calculés dans la base de l'atome libre sont valables.

## Régime $\tau_c \gg 1 / \Omega$

Le couplage atome - laser est efficace durant le temps  $\tau_c$

L'effet de la relaxation doit être calculé dans la base de l'atome habillé

## **Site WEB**

où peuvent être trouvées les notes de cours des années précédentes de la chaire de physique atomique et moléculaire (à partir de 1973) et où sera déposé le cours de cette année.

<http://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france/>

## **Ouvrage**

regroupant les diverses approches théoriques possibles pour décrire l'effet des interactions atomes - photons

C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg,  
Processus d'interaction entre photons et atomes,  
InterÉditions/ Éditions du CNRS (1988)

Référence désignée par P.I. dans la suite de ce cours

# Plan général

## 21/10/03

- Introduction générale
- Les méthodes optiques

## 28/10/03

- Perturbation des atomes par le rayonnement  
Utilisations récentes de ces perturbations
- Un nouvel éclairage sur les corrections radiatives

## 04/11/03

- Les processus multiphotoniques dans le domaine RF
- Dans le domaine optique

## 18/11/03

- Superpositions linéaires d'états. Interférences quantiques
- États intriqués

## Plan général (suite)

**25/11/03**

- Manipulation du mouvement atomique par la lumière
- Refroidissement et piégeage des atomes
- Les premières applications des atomes ultrafroids

**02/12/03**

- Gaz quantiques dégénérés. Bosons et fermions
- Quelques perspectives

## Symposium

**16/01/04**

« Manipulation d'atomes et de photons »

Symposium dédié à la mémoire de Jean Brossel, organisé en commun avec Serge Haroche (chaire de physique quantique)

21.10.03

## **COURS 2**

# **LES MÉTHODES OPTIQUES**

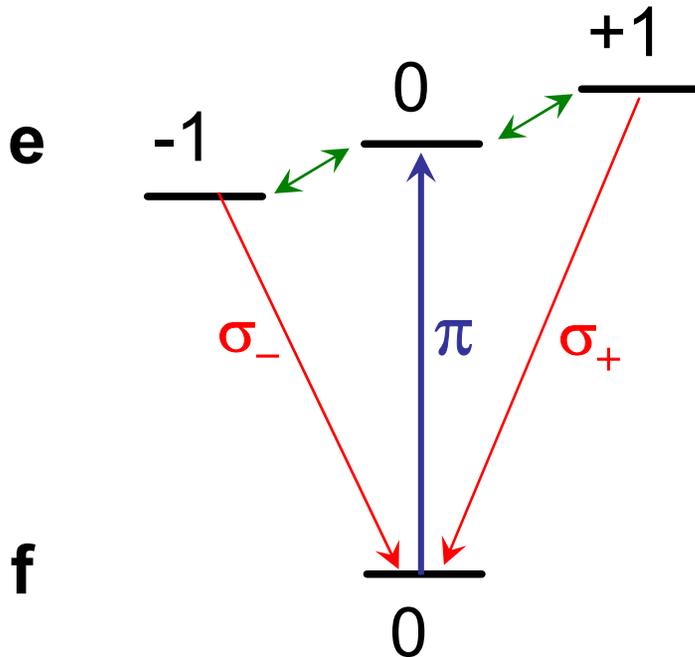
# Buts de ce cours

1. Présenter les expériences originales utilisant la lumière de résonance absorbée et émise par les atomes pour détecter la résonance magnétique dans les états excités et fondamentaux des atomes
  - Création d'une différence de populations entre les niveaux de la transition hertzienne
  - Détection du changement de ces populations sous l'effet de la résonance magnétique
2. Discuter les caractéristiques intéressantes de ces résonances
3. Approfondir quelques points délicats
  - Renversement de Majorana
  - Mécanisme d'orientation des spins nucléaires
  - Réduction de l'effet Doppler par effet Dicke

# DOUBLE RÉSONANCE

# Double résonance

## Transition $J_f = 0 \rightarrow J_e = 1$



Excitation sélective de  $M_e=0$   
en polarisation  $\pi$

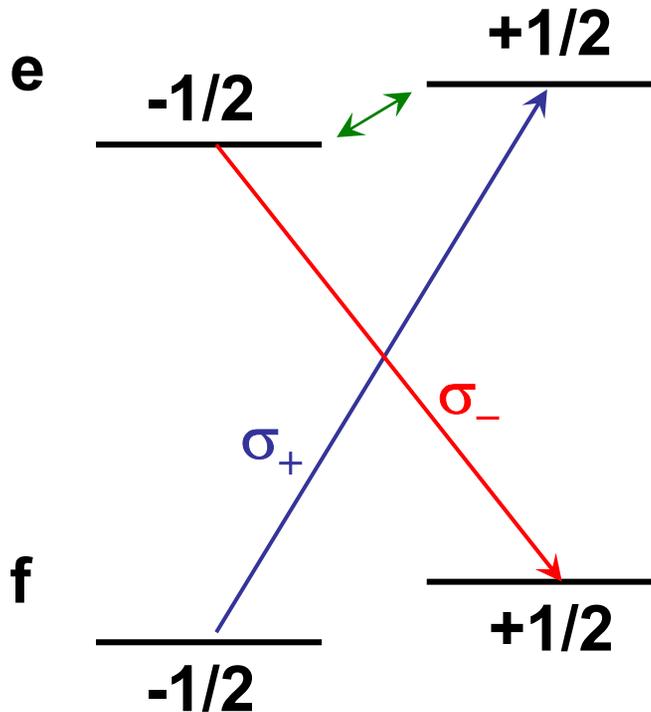
Transitions RF de  $M_e=0$   
vers  $M_e=\pm 1$

Détection optique de ces  
transitions RF par observation  
de la lumière réémise avec  
une polarisation  $\sigma_+$  ou  $\sigma_-$

A.Kastler, J.Brossel  
C.R.Acad.Sci. 229,1213 (1949)

# Double résonance

Transition  $J_f = 1/2 \rightarrow J_e = 1/2$



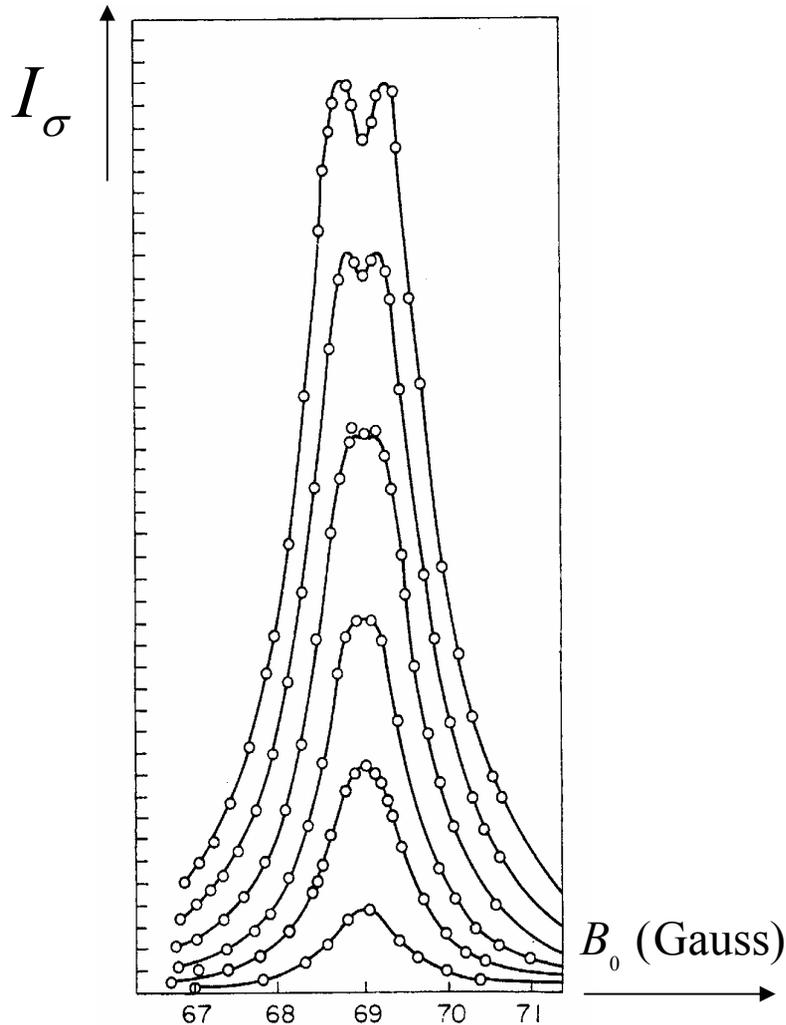
Excitation sélective de  $M_e = +1/2$   
en polarisation  $\sigma_+$

Transitions RF de  $M_e = +1/2$   
vers  $M_e = -1/2$

Détection optique de ces  
transitions RF par observation  
de la lumière réémise avec  
une polarisation  $\sigma_-$

# Résultats expérimentaux

## Isotopes pairs de Hg (transition 0→1)



Chaque courbe correspond à une valeur différente de l'amplitude du champ RF. Les courbes en trait plein sont théoriques, les points expérimentaux.

Observation d'un renversement aux fortes amplitudes du Champ RF (renversement de Majorana)

J. Brossel, F. Bitter  
Phys. Rev. 86, 308 (1952)

## Calcul de la forme de raie (transition $0 \rightarrow 1$ )

L'excitation en raie large et en polarisation  $\pi$  prépare de manière instantanée l'atome dans l'état excité  $M_e = 0$ .

$n_0$  atomes excités par unité de temps dans cet état.

L'atome évolue sous l'effet du champ de radiofréquence  $\mathbf{B}_1$  et son état devient une superposition linéaire des 3 sous-niveaux  $M_e = -1, 0, +1$ . Cette évolution correspond dans le référentiel tournant à une rotation autour de  $\mathbf{B}_1$ . En utilisant les matrices de rotation d'un spin 1, on peut donc calculer  $P(J=1, 0, +1; t)$ , probabilité pour que l'atome, initialement dans  $M_e = 0$ , se retrouve après un temps  $t$  dans l'état  $M_e = +1$

A cause de la durée de vie radiative  $\tau_R = 1 / \Gamma$  des sous-niveaux excités, cette probabilité est réduite par  $\exp(-\Gamma t)$

Le nombre  $N_{+1}$  d'atomes dans  $M = +1$  vaut donc en régime stationnaire

$$N_{+1} = n_0 \int_0^{\infty} P(J = 1, 0, +1; t) \exp(-\Gamma t) dt$$

## Résultats du calcul pour une transition 0→1

$$N_{+1} = \frac{n_0}{2} \Omega^2 \frac{4\delta^2 + \Gamma^2 + \Omega^2}{(\delta^2 + \Gamma^2 + \Omega^2)(4\delta^2 + \Gamma^2 + 4\Omega^2)}$$

$\delta = \omega - \omega_z$  Écart entre la fréquence  $\omega$  du champ RF et la fréquence Zeeman  $\omega_z$  (écart entre sous niveaux Zeeman).

$\Omega$  Fréquence de Rabi

L'expression de  $N_{+1}$  est exacte. C'est elle qui est utilisée pour tracer les courbes théoriques de la figure de la page 2-6 .

On trouve en particulier que le carré de la largeur de chaque courbe, évaluée à la moitié de la hauteur à résonance, est une fonction linéaire de  $(B_1)^2$ , s'extrapolant à  $4\Gamma^2$ , quand  $B_1 \rightarrow 0$ . Il est donc possible de déterminer ainsi la largeur naturelle  $\Gamma$  de l'état excité.

## Résultats du calcul pour une transition $1/2 \rightarrow 1/2$

$$N_{-1/2} = \frac{n_{+1/2}}{2} \frac{\Omega^2}{\delta^2 + \Gamma^2 + \Omega^2}$$

Pour une transition  $1/2 \rightarrow 1/2$ , la courbe de double résonance s'élargit quand  $\Omega$  croit (élargissement radiatif) en gardant la même forme Lorentzienne.

Par contre, pour une transition  $0 \rightarrow 1$ , la courbe commence par s'élargir quand  $\Omega$  croit, puis présente un renversement pour des valeurs suffisamment élevées de  $\Omega$  (voir figure de la page 2-6 ).

Peut-on interpréter ce renversement en termes de photons?  
Une approche perturbative semble mieux adaptée pour aborder ce problème.

# Développement des expressions exactes en puissances de $\Omega$

$$N_{-1/2} = \frac{n_{+1/2}}{2} \left[ \frac{\Omega^2}{\delta^2 + \Gamma^2} - \frac{\Omega^4}{(\delta^2 + \Gamma^2)^2} + \dots \right]$$

$$N_{+1} = \frac{n_0}{2} \left[ \frac{\Omega^2}{\delta^2 + \Gamma^2} - \frac{\Omega^4}{(\delta^2 + \Gamma^2)^2} - \frac{3 \Omega^4}{(\delta^2 + \Gamma^2)(4\delta^2 + \Gamma^2)} + \dots \right]$$

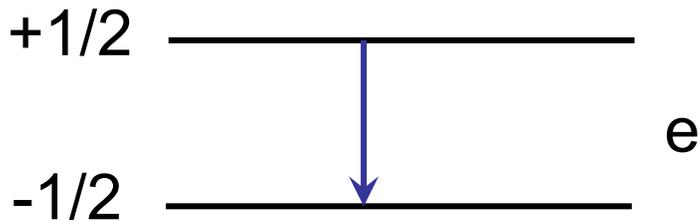
Ordre le plus bas (en  $\Omega^2$ ) : Lorentziennes de largeur  $2 \Gamma$

Ordre suivant (en  $\Omega^4$ ) :

Pour  $J_e=1$ , on retrouve le même terme que pour  $J_e=1/2$ , décrivant l'élargissement radiatif, plus un nouveau terme décrivant une courbe plus fine, à cause du terme en  $1/(4\delta^2+\Gamma^2)$ , qui se retranche de la courbe de Lorentz. C'est ce terme qui décrit le renversement.

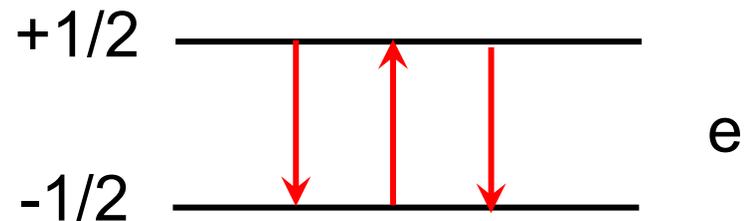
# Interprétation de l'élargissement radiatif en termes de photons (pour $J_e=1/2$ )

Amplitude à l'ordre le plus bas (en  $\Omega$ )



Transition directe de +1/2 à -1/2

Amplitude à l'ordre suivant (en  $\Omega^3$ )

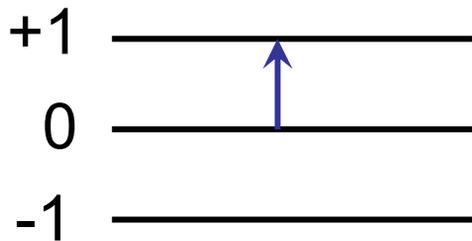


Transition de +1/2 à -1/2 suivie d'un aller et retour vers +1/2

C'est l'interférence quantique entre les 2 amplitudes en  $\Omega$  et  $\Omega^3$ , reliant le même état initial au même état final, qui donne dans la probabilité de transition un terme en  $\Omega^4$  décrivant l'élargissement radiatif.

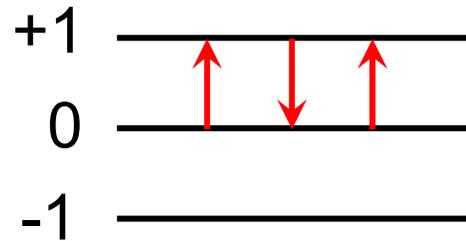
# Interprétation de renversement de Majorana en termes de photons (pour $J_e=1$ )

Ordre 1 en  $\Omega$

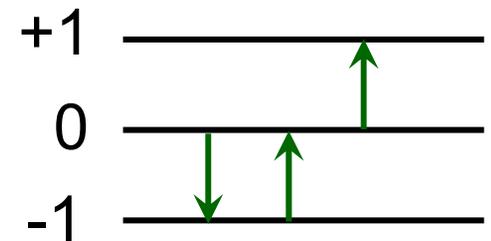


(a)

Ordre 3 en  $\Omega$



(b)



(c)

Les diagrammes (a) et (b) sont les mêmes que pour  $J_e=1/2$  et décrivent l'élargissement radiatif.

Le diagramme (c) est nouveau. L'atome fait un aller et retour vers l'état  $M_e=-1$  avant d'aller vers  $M_e=+1$ . C'est ce diagramme qui est responsable du dernier terme en  $\Omega^4$  dans l'expression de  $N_{+1}$  page 2-10 .

## Conclusion sur le renversement de Majorana

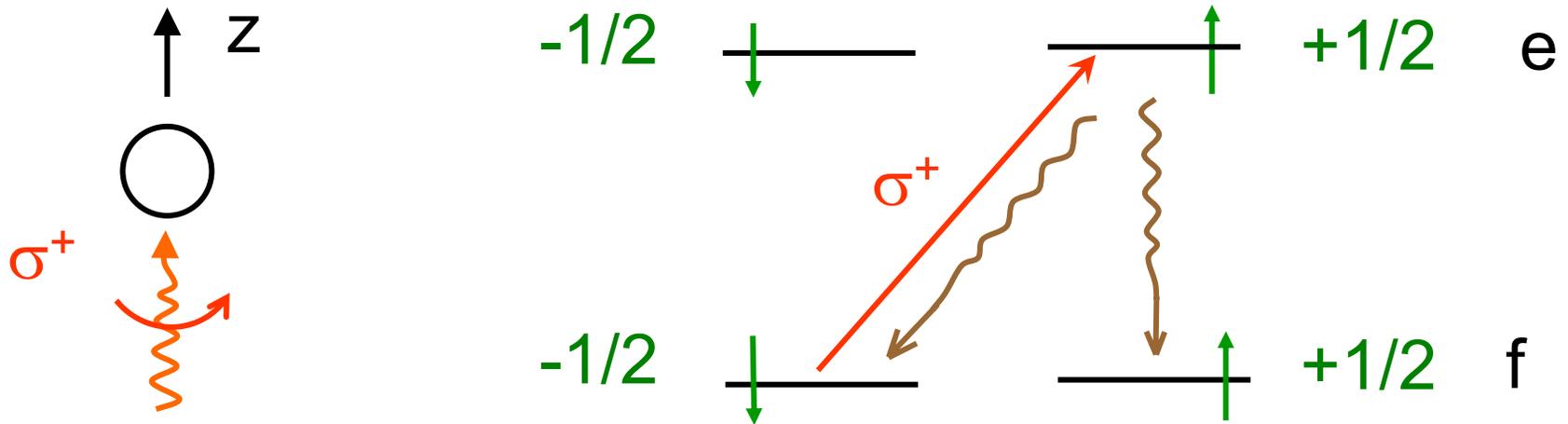
Le renversement de Majorana est dû à un effet d'interférence quantique entre

- un processus à 1 photon au cours duquel l'atome passe directement de  $M_e=0$  à  $M_e=+1$
- et un processus à 3 photons au cours duquel l'atome effectue au préalable un aller et retour vers l'état  $M_e= -1$  avant d'aller vers  $M_e=+1$

# POMPAGE OPTIQUE

# Étude des états fondamentaux

## Méthode du pompage optique



L'excitation en polarisation  $\sigma_+$  excite sélectivement la transition  $f, -1/2 \rightarrow e, +1/2$

L'atome retombe ensuite, soit dans  $f, -1/2$ , auquel cas il peut recommencer un autre cycle, soit dans  $f, +1/2$ , par émission spontanée d'un photon  $\pi$ , auquel cas il demeure piégé dans cet état ( pas de transition  $\sigma^+$  partant de  $f, +1/2$ )

A. Kastler, J. de Phys. 11, 255 (1950)

## Bilan de moment cinétique

Un photon  $\sigma^+$  disparaît et un photon  $\pi$  apparaît. Le champ perd donc un moment cinétique  $+\hbar$  par rapport à l'axe z.

L'atome passe de  $f, -1/2$  à  $f, +1/2$  (en passant par  $e, +1/2$ ) et gagne donc un moment cinétique  $\hbar$ .

**Transfert de moment cinétique du champ vers l'atome.**

Si l'efficacité du pompage optique est grande devant celles des processus de relaxation qui tendent à égaliser les populations des 2 sous niveaux fondamentaux, un taux de polarisation proche de 100% peut être atteint.

## Détection optique de la polarisation atomique

La quantité de lumière absorbée, et donc aussi réémise, est proportionnelle à la population du sous niveau  $f, -1/2$ .

Elle permet donc de détecter toute variation de cette population due à des collisions ou à des transitions de résonance magnétique entre  $f, -1/2$  et  $f, +1/2$ .

# Intérêt des méthodes optiques

## Taux de polarisation de spin élevé

à température ordinaire et dans un champ magnétique bas

Dans les expériences usuelles, la différence de population entre les sous niveaux Zeeman, essentielle pour observer la résonance magnétique, est produite par le facteur de Boltzmann  $\exp(-\Delta E/k_B T)$  où  $\Delta E$  est l'écart Zeeman entre les 2 sous niveaux. La faiblesse de ce facteur est compensée par le nombre élevé de spins dans un liquide ou un solide.

Avec les méthodes optiques, il devient possible de détecter la résonance magnétique sur un échantillon gazeux. La faible valeur du nombre de spins est compensée par le taux de polarisation élevée.

Dans un échantillon gazeux, les interactions sont plus faibles. Situation plus pure qui peut être étudiée de manière plus précise.

# Intérêt des méthodes optiques (suite)

## Grande sensibilité de la détection optique

Une transition de résonance magnétique  $f, +1/2 \rightarrow f, -1/2$  est détectée, non pas sur le photon RF émis ou absorbé durant la transition, mais sur le photon optique qui peut être absorbé quand l'atome passe dans  $f, -1/2$ .

Il est beaucoup plus facile de détecter un photon optique qu'un photon de radiofréquence car son énergie est beaucoup plus élevée.

Cet avantage est particulièrement important quand les 2 sous niveaux  $f, \pm 1/2$  correspondent à 2 orientations différentes d'un spin nucléaire. La détection par mesure de la puissance RF absorbée ou émise est sensible à la variation d'énergie magnétique du spin lors de la transition alors que la détection optique repose sur le changement de moment cinétique qui est du même ordre pour un spin électronique ou nucléaire.

# Intérêt des méthodes optiques (suite)

## Résolution élevée

Dans le domaine des radiofréquences, l'effet Doppler est très faible. Les raies de résonance magnétique ne sont donc pas élargies par cet effet.

La mesure d'un effet Zeeman, d'une structure fine ou hyperfine en spectroscopie optique revient à mesurer la différence de fréquence de 2 raies optiques? Comme ces raies optiques ont une largeur Doppler élevée, la résolution de la mesure est beaucoup moins bonne.

Les raies de résonance magnétique correspondant à une structure hyperfine tombent dans le domaine des micro-ondes et leur effet Doppler, de l'ordre de quelques dizaines de KHz, ne sont plus négligeables devant la largeur intrinsèque des raies. L'effet Dicke permet néanmoins de réduire cet effet (voir plus loin)

# Intérêt des méthodes optiques (suite)

## Situations hors d'équilibre

### Réalisation d'inversions de populations

Un sous niveau Zeeman ou hyperfin peut être plus peuplé qu'un autre sous niveau d'énergie inférieure.

Situation intéressante pour réaliser un maser

Des masers Zeeman et hyperfins utilisant le pompage optique ont été effectivement réalisés.

### Étude du retour à l'équilibre

Si le faisceau de pompage est arrêté, le système revient à l'équilibre thermodynamique.

Étude de ce retour à l'équilibre avec un faisceau sonde.

Identification des processus de relaxation.

# Exemple du pompage optique des isotopes impairs du mercure

## Raie d'intercombinaison des isotopes pairs

$^{198}\text{Hg}$ ,  $^{200}\text{Hg}$ ,  $^{202}\text{Hg}$ ,  $^{204}\text{Hg}$  Pas de spin nucléaire

Transition  $6^1\text{S}_0 \rightarrow 6^3\text{P}_1$  à 253,7 nm

- État fondamental  $S=0$ ,  $L=0$ ,  $J=0$  non dégénéré
- État excité  $S=1$ ,  $L=1$ ,  $J=1$  3 sous niveaux

Raie reliant un état singulet ( $S=0$ ) à un état triplet ( $S=1$ ), non interdite car le couplage n'est pas LS pur.

Durée de vie de l'état excité pas trop courte ( $\sim 10^{-7}$  sec)

## Isotopes impairs

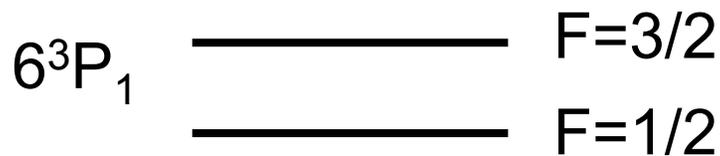
$^{199}\text{Hg}$  Spin nucléaire  $I=1/2$

$^{201}\text{Hg}$  Spin nucléaire  $I=3/2$

## Isotope impair $^{199}\text{Hg}$

1 seul niveau hyperfin  $F=I=1/2$  dans l'état inférieur

2 niveaux hyperfins  $F=1/2$  et  $F=3/2$  dans l'état supérieur



L'isotope pair  $^{204}\text{Hg}$  a une fréquence de résonance très proche de celle de la raie  $6^1\text{S}_0$   $F=1/2 \rightarrow 6^3\text{P}_1$   $F=1/2$  de  $^{199}\text{Hg}$  et peut donc exciter sélectivement cette raie.

Situation identique à celle du cas simple du pompage optique sur une transition  $1/2 \rightarrow 1/2$  étudiée plus haut

# Exemple de raie de résonance magnétique

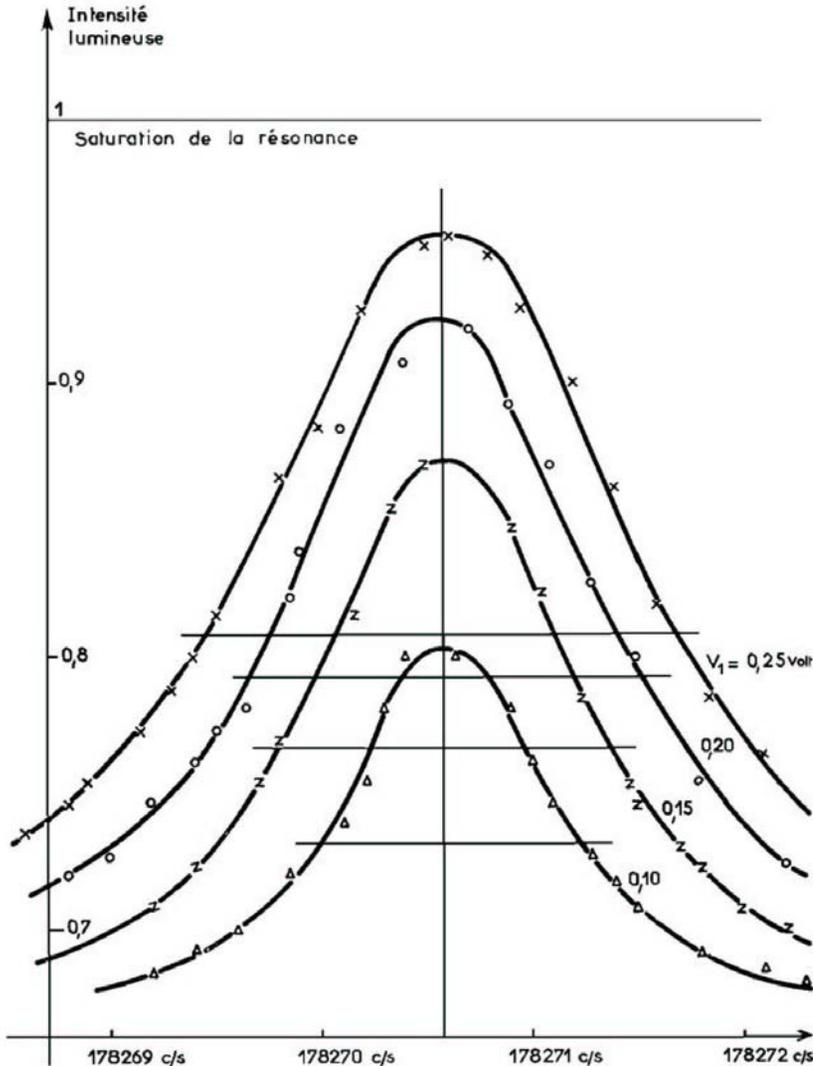


Fig. 5. — Résonance magnétique sur  $^{199}\text{Hg}$  orienté.

Atomes de  $^{199}\text{Hg}$  pompés optiquement  
Détection optique de la raie de résonance magnétique nucléaire dans l'état fondamental  
Mesure de haute précision d'un moment magnétique nucléaire

B. Cagnac, Thèse, Paris 1960  
Ann. de Phys. 6, 467 (1960)

# Étude de la relaxation longitudinale de noyaux orientés

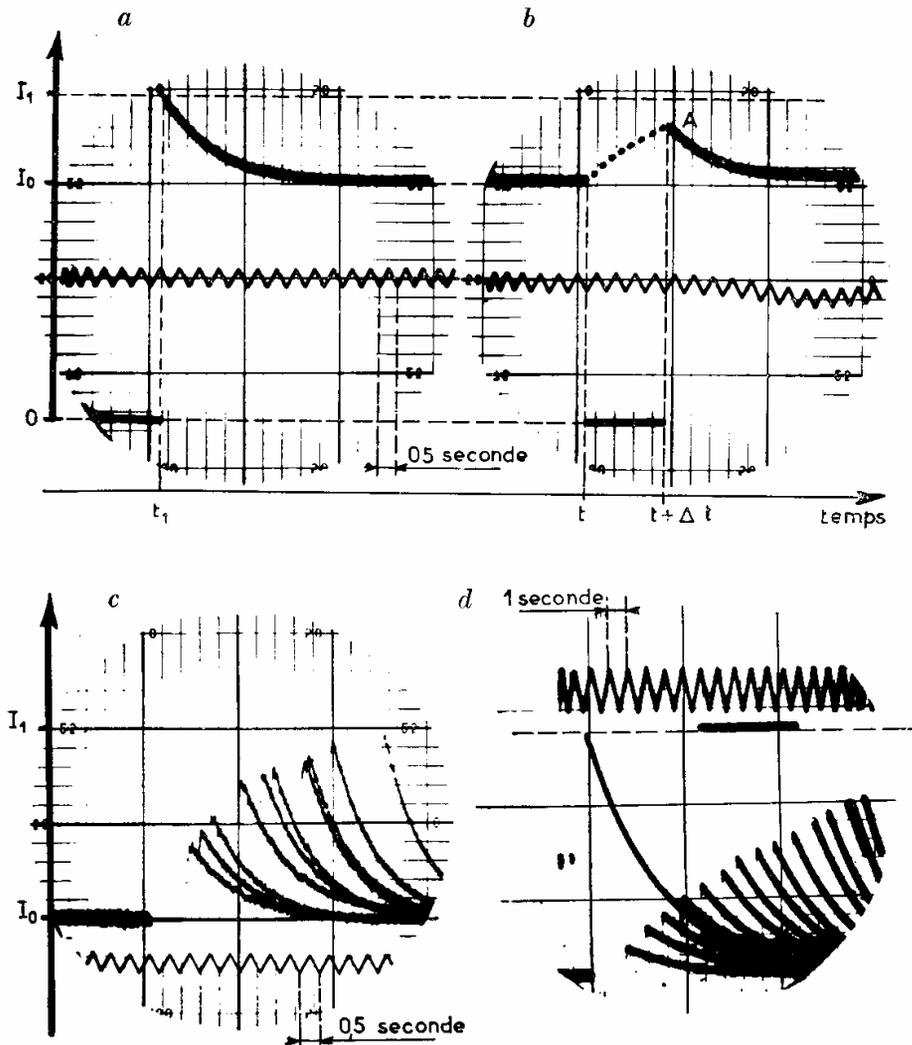


Fig. 8. — Les transitoires du pompage optique.

B. Cagnac, Thèse, Paris 1960  
Ann. de Phys. 6, 467 (1960)

# **ORIENTATION DES SPINS NUCLÉAIRES**

# Orientation des spins nucléaires par pompage optique

## Une situation surprenante

Le champ électrique de l'onde lumineuse incidente est couplé au moment dipolaire électrique des électrons et n'agit pas du tout sur le spin du noyau.

Comment le spin nucléaire peut-il être donc orienté par le pompage optique

## Système atomique choisi pour étudier ce problème

Analogue à l'isotope  $^{199}\text{Hg}$  (voir page 2-22)

Transition  $J_f=0 \rightarrow J_e=1$  avec un spin nucléaire  $I=1/2$

1 niveau hyperfin  $F=I=1/2$  dans l'état fondamental

2 niveaux hyperfins  $F=1/2$  et  $F=3/2$  dans l'état excité  
séparés par un écart  $W_{\text{hf}}$  qui est la structure hyperfine de e

# Excitation en raie très large

Largeur de raie  $\Delta \gg$  Structure hyperfine  $W_{hf}$  dans e

Partons de l'état  $M_I = -1/2$  dans f

L'absorption d'un photon  $\sigma_+$  dure un temps  $1/\Delta$  si bref que l'effet du couplage hyperfin  $W_{hf}$  entre I et J est négligeable pendant ce temps

$$W_{hf} \times \frac{1}{\Delta} \ll 1$$

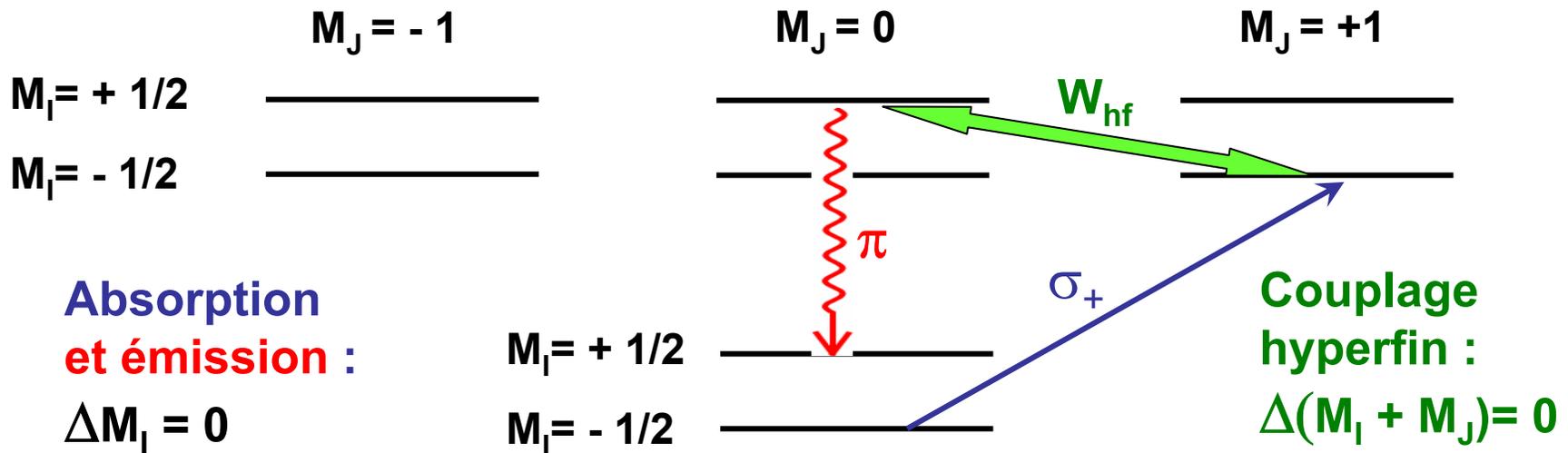
A l'issue du processus d'excitation, l'atome est donc dans l'état  $M_J = +1, M_I = -1/2$

Pendant le temps de vie  $1/\Gamma$  de e, l'interaction hyperfine couple l'état  $M_J = +1, M_I = -1/2$  à l'état  $M_J = 0, M_I = +1/2$ . Le spin nucléaire se polarise par interaction avec l'électron polarisé.

L'émission spontanée dure un temps très bref et peut faire passer le système de  $M_J = 0, M_I = +1/2$  à  $M_I = +1/2$

# Excitation en raie très large (suite)

Description du pompage optique dans la base  $M_J, M_I$



## Condition pour avoir un pompage optique efficace

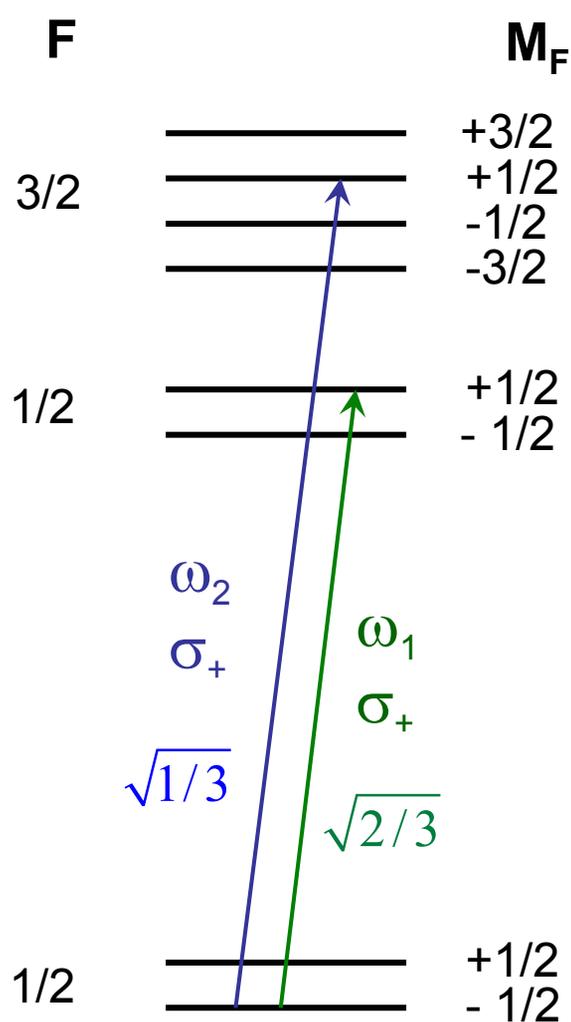
L'effet du couplage hyperfin  $W_{hf}$  doit pouvoir se faire sentir pendant le temps  $1/\Gamma$  passé dans l'état excité

$$W_{hf} \times (1/\Gamma) \gg 1 \quad \Rightarrow \quad W_{hf} \gg \Gamma$$

La structure hyperfine dans e doit être grande devant la largeur naturelle

# Excitation en raie très large (suite)

Description du pompage optique dans la base  $F$ ,  $M_F$



Excitation  $\sigma_+ \rightarrow \Delta M_F = +1$

Le sous niveau  $M_F = -1/2$  de  $f$  est couplé par excitation  $\sigma_+$  aux sous niveaux  $F=1/2, M_F = +1/2$  et  $F=3/2, M_F = +1/2$  de  $e$ .

Les composantes de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  dans le spectre de fréquences des paquets d'ondes formant le faisceau excitateur ont une relation de phase bien définie

L'atome est préparé dans une superposition linéaire des 2 états  $F=1/2, M_F = +1/2$  et  $F=3/2, M_F = +1/2$  avec des coefficients égaux aux coefficients de Clebsch-Gordan

## Excitation en raie très large (suite)

### État de l'atome dans la base F, $M_F$ après excitation

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{après}}\rangle &= \sqrt{2/3} |F = 1/2, M_F = +1/2\rangle + \sqrt{1/3} |F = 3/2, M_F = +1/2\rangle \\ &= |M_J = +1, M_I = -1/2\rangle \end{aligned}$$

On retrouve bien le résultat donné plus haut dans la base  $M_J, M_I$  à condition de bien noter que l'excitation ne prépare pas l'atome dans un mélange statistique des états  $F=3/2, M_F= 1/2$  et  $F=1/2, M_F= 1/2$ , mais dans une superposition linéaire de ces 2 états

### Étude théorique et expérimentale de ces effets

**J-C. Lehmann, Thèse, Paris 1966**

- Cd excité sur la transition  $5^1S_0 \rightarrow 5^1P_1$   $W_{\text{hf}} = 3 \Gamma$   
Pompage optique possible
- Zn excité sur la transition  $4^1S_0 \rightarrow 4^1P_1$   $W_{\text{hf}} \ll \Gamma$   
Pompage optique impossible

## Excitation en raie étroite

Largeur de raie  $\Delta \ll$  Structure hyperfine  $W_{\text{hf}}$  dans e

Il est possible dans ce cas d'exciter sélectivement le niveau  $F=1/2$  ou le niveau  $F = 3/2$ . Cas de l'isotope  $^{199}\text{Hg}$  excité sur la raie  $6^1\text{S}_0 \rightarrow 6^3\text{P}_1$ .

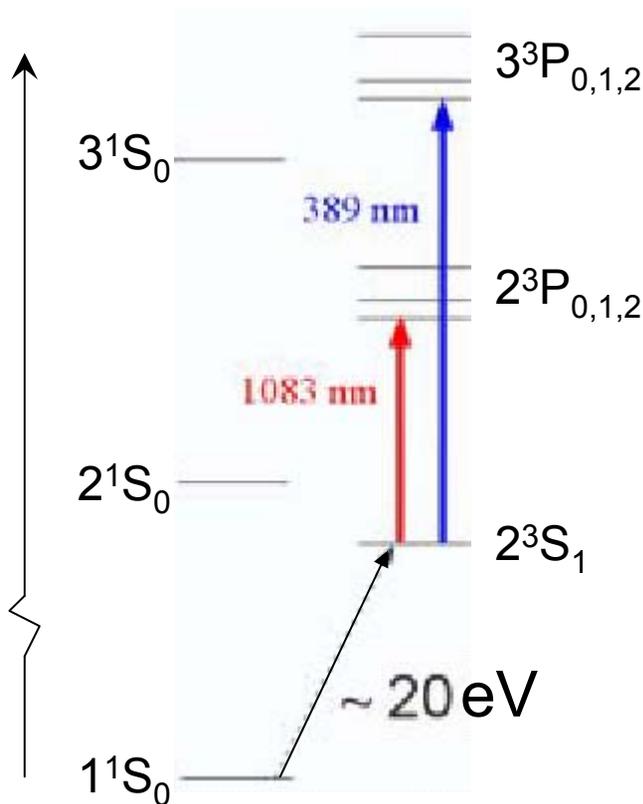
L'excitation dure alors un temps suffisamment long pour que l'effet du couplage hyperfin puisse se faire sentir au cours du processus d'excitation. A l'issue de ce processus, le spin nucléaire peut ainsi avoir changé d'état.

Par exemple, une excitation sélective du niveau hyperfin  $F = 1/2$  en polarisation  $\sigma_+$  fait passer l'atome de l'état  $M_I = -1/2$  à l'état  $F=1/2$ ,  $M_F = +1/2$  qui est une superposition linéaire de  $M_J = 0$ ,  $M_I = +1/2$  et  $M_J = +1$ ,  $M_I = -1/2$

# Un autre exemple intéressant

## Orientation nucléaire de $^3\text{He}$ par pompage optique

Les états excités de He sont situés à plus de 20 eV au dessus de l'état fondamental. Pas de sources commodes pour exciter les transitions partant de l'état fondamental.



- Existence d'un niveau métastable  $2^3\text{S}_1$  de très longue durée de vie
- Possibilité de pomper optiquement cet état en utilisant la raie  $2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_{0,1,2}$  à 1083 nm
- Peut-on transférer l'orientation nucléaire ainsi obtenue (grâce au couplage hyperfin) à l'état fondamental?

# Collisions d'échange de métastabilité

Au cours d'une collision entre un atome dans l'état métastable  $2^3S_1$  et un autre atome dans l'état fondamental  $1^1S_0$ , l'excitation électronique peut passer d'un atome à l'autre.

Une telle collision dure un temps très court, si court que le spin nucléaire n'a pas le temps d'évoluer pendant ce temps. Polarisé dans l'état  $2^3S_1$  d'un atome, il se retrouve polarisé dans l'état fondamental de ce même atome après que ce dernier ait cédé son excitation à un autre atome.

**F.D. Colegrove, L.D. Shearer, G.K. Walters, Phys. Rev. 132, 2561 (1963)**

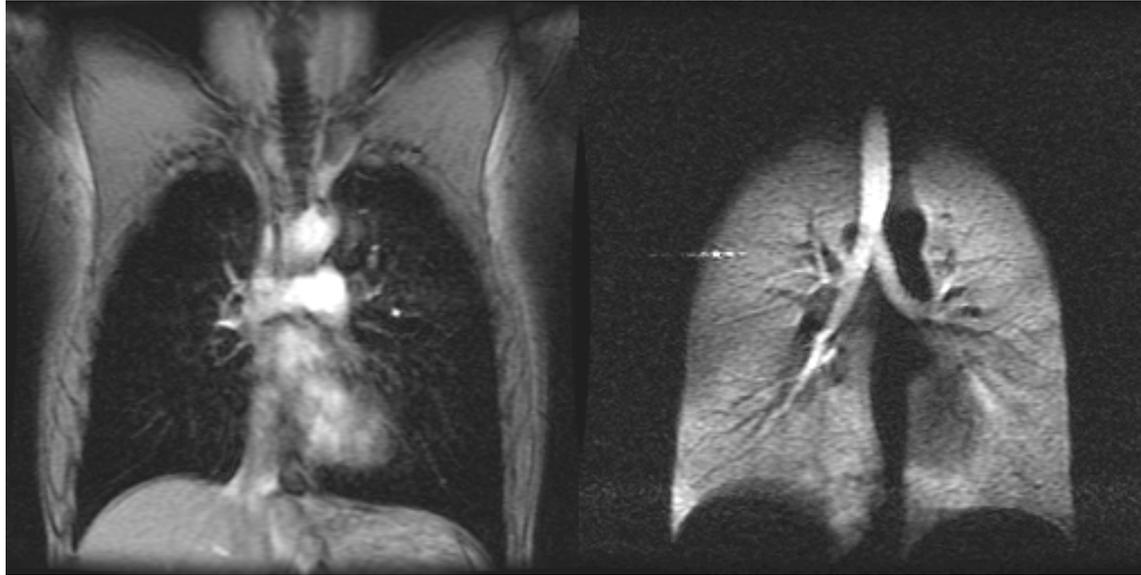
Processus d'orientation très efficace reposant sur une sorte d'extension du principe de Franck-Condon aux spins nucléaires.

(Autre méthode : collisions entre  $^3\text{He}$  et des alcalins orientés optiquement)

## Applications de $^3\text{He}$ polarisé

- Fluides quantiques polarisés
- Cibles polarisées pour la physique nucléaire
- Magnétomètres
- IRM des cavités pulmonaires

# Images de résonance magnétique des cavités pulmonaires (IRM)



IRM-Proton

IRM-<sup>3</sup>He

G.A.Johnson, L. Hedlund, J. MacFall  
Physics World, November 1998

- Princeton
- Boston B&W H., St Louis
- Mainz U., Paris-Orsay, Nottingham U
- Duke U., U. of Virginia, U. of Pennsylvania.

*Plusieurs autres centres en cours de création*

**Centres IRM  
pour le poumon**

# **EFFET LAMB DICKE**

# Effet Doppler

## Cas d'un atome libre

L'impulsion  $\hbar\mathbf{k}$  communiquée à l'atome par l'émission ou l'absorption d'un photon change l'impulsion initiale  $\mathbf{p}_i$  de cet atome, et donc l'énergie cinétique correspondante.

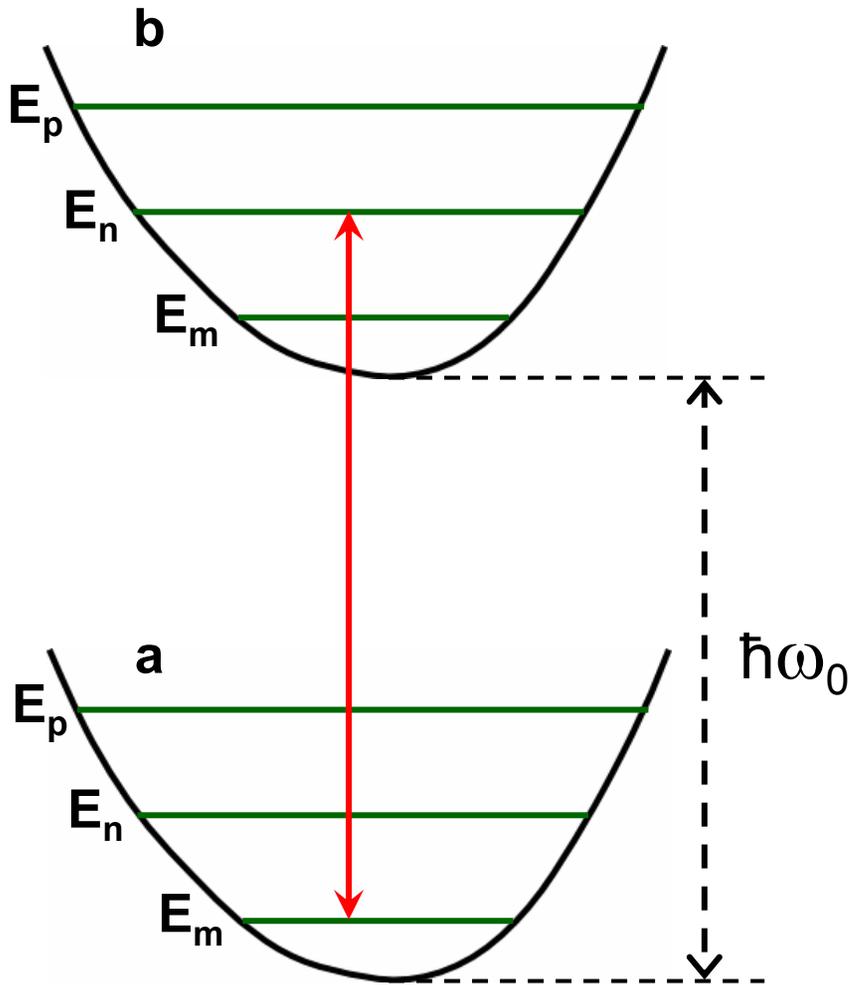
La variation d'énergie cinétique de l'atome à l'issue de ce processus d'émission ou d'absorption est la somme d'un terme indépendant de  $\mathbf{p}_i$ , qui est l'énergie de recul, et d'un terme  $\hbar\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}_i / M$ , qui est l'effet Doppler

## Cas d'un atome piégé dans un potentiel

Les énergies du centre de masse de l'atome forment dans ce cas un spectre discret.

Comment l'atome encaisse-t-il alors l'impulsion du photon émis et comment cela se traduit-il sur les fréquences émises ou absorbées?

# Découplage des variables internes et externes



L'écart entre les 2 niveaux internes a et b de la transition étudiée est supposé insensible au potentiel de piégeage.

Les niveaux de vibration  $E_m$ ,  $E_n, \dots$  de l'atome dans le puits de potentiel de piégeage sont donc les mêmes que l'atome soit dans l'état interne a ou b.

Les énergies des photons émis ou absorbés sont donc nécessairement égales à :

$$\hbar\omega_0 + E_n - E_m$$

# Intensités des raies

## Hamiltonien d'interaction $H_I$

décrivant l'absorption par l'atome d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{k}$  et de polarisation  $\vec{\varepsilon}$   
( $\vec{d}$  ; dipôle électrique ou magnétique de l'atome,  $\vec{R}$  position du centre de masse)

$$H_I \propto -\vec{d} \cdot \vec{\varepsilon} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}}$$

## Intensité $I_{nm}$ de la raie nm

$$I_{nm} \propto \left| \langle \varphi_m | e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}} | \varphi_n \rangle \right|^2$$

$\varphi_n$  : Fonction d'onde de l'état de vibration  $n$

$\langle \varphi_m | e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}} | \varphi_n \rangle$  est le produit scalaire de la fonction d'onde  $\varphi_m$  par la fonction d'onde  $\varphi_n$  translatée de  $\hbar\vec{k}$  dans l'espace des impulsions ?

# Influence de la localisation de l'atome

## Caractérisation de cette localisation

$\Delta x$  : Largeur de la distribution spatiale du centre de masse

$\lambda = 2\pi / k$  : Longueur d'onde du champ

L'atome est bien localisé si  $\Delta x \ll \lambda$

## Conséquence sur le poids des raies

$$\Delta x \ll \lambda \rightarrow \Delta p \approx \hbar / \Delta x \gg \hbar / \lambda \approx \hbar k$$

Dans l'espace des  $p$ ,  $\phi_n$  est translatée d'une quantité  $\hbar k$  très petite devant sa largeur  $\Delta p$

Les fonctions d'onde  $\phi_n$  et  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}} \phi_n$  sont donc très voisines et  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}} \phi_n$  est quasi-orthogonal à  $\phi_m$  si  $n \neq m$

$$I_{n,m \neq n} \ll I_{n,n}$$

## Effet Dicke

Lorsqu'un atome est bien localisé dans un potentiel de piégeage ( $\Delta x \ll \lambda$ ) et que les variables externes sont bien découplées des variables internes, la raie la plus intense en émission ou en absorption est la raie à la fréquence atomique  $\omega_0$  sans changement d'état externe.

### Suppression de l'effet Doppler et de l'énergie de recul

Effet discuté pour la première fois par R.H. Dicke [Phys. Rev. 89, 472 (1953)] qui considérait un émetteur piégé dans un potentiel carré à une dimension.

Dans un traitement classique, l'atome effectue des va et vient entre les parois du puits, ce qui introduit une modulation de fréquence du rayonnement émis et des bandes latérales dont l'intensité décroît si l'amplitude du va et vient est petite devant  $\lambda$ .

Résultat confirmé par un traitement quantique analogue à celui présenté ici.

## Cas d'un potentiel harmonique

$\omega_v$  : Fréquence de vibration

$$\Delta x \simeq \sqrt{\hbar / M \omega_v}$$

$$\Delta x \ll \lambda \rightarrow \sqrt{\hbar / M \omega_v} \ll 1/k$$

$$\Delta x \ll \lambda \rightarrow E_{\text{rec}} = \hbar^2 k^2 / 2M \ll \hbar \omega_v$$

$$\varepsilon = \frac{E_{\text{rec}}}{\hbar \omega_v} : \text{ Paramètre de Lamb-Dicke}$$

Les raies « à 0 phonon »  $n \rightarrow n$  sont les plus intenses si  $\varepsilon \ll 1$

Les raies « à p phonons »  $n \rightarrow n \pm p$  ont une intensité en  $\varepsilon^p$

Analogie avec l'effet Mossbauer étudié également sur le plan théorique par W. Lamb.

## Cas d'un atome diffusant au sein d'un gaz tampon

De nombreuses études de transitions hyperfines d'atomes pompés optiquement (pour réaliser des horloges atomiques) sont faites sur des atomes alcalins diffusant au sein d'un gaz rare (He, Ne, Ar, Kr).

Les collisions avec les atomes de gaz rares perturbent très peu les transitions hyperfines des atomes alcalins et permettent d'allonger considérablement (par diffusion) le temps de vol d'une paroi de la cellule à l'autre, temps qui apparaît comme le temps de cohérence de la transition, car les collisions avec les parois perturbent en général la phase de la transition hyperfine.

**Comment est modifié l'effet Doppler dans ces conditions?**

# Expression de la forme de raie $I(\omega)$

## Règle d'or de Fermi pour une raie d'émission

$$I(\omega) \propto \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \sum_i \pi_i |\langle f | H_I | i \rangle|^2 \delta(E_i - E_f - \hbar\omega)$$

$i(f)$  : état initial (final) du système atome + gaz tampon, d'énergie  $E_i$  ( $E_f$ )  
Mélange statistique d'états initiaux  $i$  de poids  $\pi_i$

## Lien avec une fonction de corrélation

$$\delta(E_i - E_f - \hbar\omega) = 1/(2\pi\hbar) \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i\omega t} e^{i(E_i - E_f)t/\hbar}$$

$$\sum_i \pi_i \sum_f \langle i | H_I | f \rangle \langle f | H_I | i \rangle e^{i(E_i - E_f)t/\hbar} =$$

$$\sum_i \pi_i \sum_f \langle i | e^{iH_0 t/\hbar} H_I e^{-iH_0 t/\hbar} | f \rangle \langle f | H_I | i \rangle = \sum_i \pi_i \langle i | H_I(t) H_I(0) | i \rangle = \langle H_I(t) H_I(0) \rangle$$

$$I(\omega) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i\omega t} \langle H_I(t) H_I(0) \rangle$$

## Expression de la forme de raie (suite)

$$I(\omega) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i\omega t} \left\langle d_{\varepsilon}(t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}(t)} d_{\varepsilon}(0) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}(0)} \right\rangle$$

Si les variables internes ( $d_{\varepsilon}$ ) sont découplées des variables externes ( $R$ ), la fonction de corrélation précédente se factorise

$$\left\langle d_{\varepsilon}(t) d_{\varepsilon}(0) \right\rangle \left\langle e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}(t)} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}(0)} \right\rangle$$

$$\left\langle d_{\varepsilon}(t) d_{\varepsilon}(0) \right\rangle = \left\langle d_{\varepsilon}^2 \right\rangle e^{i\omega_0 t}$$

$$I(\omega) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i(\omega - \omega_0)t} \left\langle e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}(t)} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}(0)} \right\rangle$$

La moyenne apparaissant au second membre porte sur les variables externes de l'atome et sur celles du gaz tampon au sein duquel l'atome diffuse.

## Cas d'un atome libre

Pas de gaz tampon. Pas de potentiel de piégeage

L'intégration des équations de Heisenberg donne :

$$\vec{R}(t) = \vec{R}(0) + \frac{\vec{P}(0)}{M}t$$
$$\vec{P}(t) = \vec{P}(0)$$

$[\vec{k} \cdot \vec{R}(0), \vec{k} \cdot \vec{P}(0)] = i \hbar k^2$  commute avec  $\vec{R}(0), \vec{P}(0)$   
 $e^{A+B} = e^A e^B e^{-\frac{1}{2}[A,B]}$  si  $[[A,B], A] = [[A,B], B] = 0$   
(Théorème de Glauber). On en déduit :

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}(t)} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}(0)} = e^{i\vec{k} \cdot \vec{P}(0)t/M} e^{-\hbar^2 k^2 t / 2M}$$

$$I(\omega) \propto \delta\left[\omega - \omega_0 - \hbar^2 k^2 / 2M + \vec{k} \cdot \langle \vec{v} \rangle\right]$$

On retrouve bien l'effet Doppler et l'énergie de recul

# Atome diffusant au sein d'un gaz

## Calcul semiclassique

On néglige les commutateurs entre  $R(t)$  et  $R(0)$

$$e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}(t)} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{R}(0)} \simeq e^{i\vec{k}\cdot[\vec{R}(t)-\vec{R}(0)]}$$

et on utilise la théorie classique du mouvement Brownien décrivant la diffusion de la particule.

$$\left\langle e^{i\vec{k}\cdot[\vec{R}(t)-\vec{R}(0)]} \right\rangle \simeq \int d^3r e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} W(\vec{r}, t)$$

$W(\vec{r}, t)$ : Fonction de distribution de la position de la particule partie de  $\vec{r} = \vec{0}$  à  $t = 0$ .

A des facteurs numériques près (2,  $\pi$ ,...)

$$W(\vec{r}, t) \simeq e^{-r^2 / Dt}$$

$D \simeq \ell v$  : Coefficient de diffusion

$\ell$ : Libre parcours moyen

$v$ : Vitesse quadratique moyenne

# Atome diffusant au sein d'un gaz

## Calcul semiclassique (suite)

La TF d'une Gaussienne est aussi une Gaussienne. Donc, et toujours à des facteurs numériques près:

$$\left\langle e^{i\vec{k}\cdot[\vec{R}(t)-\vec{R}(0)]} \right\rangle \simeq \int d^3r e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-r^2/Dt} \simeq e^{-k^2 D t}$$

La forme de raie  $I(\omega)$  est la TF en  $\omega - \omega_0$  par rapport à  $t$  de cette fonction

$$I(\omega) \simeq \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (k^2 D)^2}$$

La raie est une Lorentzienne, centrée en  $\omega = \omega_0$ , de largeur

$$\gamma = k^2 D = k^2 \ell v$$

## Rétrécissement par le mouvement

Pour un gaz d'atomes libres, la forme de raie est une Gaussienne, dont la largeur est la largeur Doppler

$$\Delta\nu_D \simeq kv$$

Lorsque les atomes diffusent au sein d'un gaz tampon, la raie devient une Lorentzienne dont la largeur

$$\gamma \simeq k^2 \ell v = kvk\ell \simeq \Delta\nu_D \frac{\ell}{\lambda} \ll \Delta\nu_D$$

est plus petite que la largeur Doppler par un facteur égal au rapport du libre parcours moyen à la longueur d'onde, d'autant plus petit que la pression du gaz tampon est élevée.

A chaque collision, le changement de vitesse de l'atome produit un changement du déplacement Doppler (sans déphasage), mais ces changements successifs se moyennent en partie pour donner une largeur  $\gamma \ll kv$

28.10.03

## **Cours 3**

# **LES PHOTONS : UNE SOURCE DE PERTURBATIONS POUR L' ATOME**

## Buts de ce cours

- Passer en revue les perturbations subies par un atome lorsque cet atome interagit avec une onde incidente.  
Interprétation physique de ces effets  
Observation expérimentale
- Souligner le parallèle qui existe entre ces perturbations subies par l'atome et celles subies par l'onde.  
Indice de réfraction
- Comparer ces perturbations subies par l'atome aux corrections radiatives de l'électrodynamique quantique.  
Effet Lamb, g-2
- Montrer que ces perturbations peuvent aussi être utilisées de manière positive.  
Manipulation des atomes  
Préparation de nouveaux états intéressants

## **Cours 3 : Interaction avec une onde quasi résonnante**

- Élargissement et déplacement des niveaux
- Études expérimentales
- Dispersion anormale
- Quelques applications récentes de ces effets

## **Cours 4 : Interaction avec une onde haute fréquence**

- Spin  $1/2$  couplé à un champ RF haute fréquence
- Électron atomique faiblement lié couplé à un champ laser haute fréquence
- Comparaison avec les corrections radiatives.  
Un nouvel éclairage sur l'effet Lamb et  $g-2$

# **INTERACTION D' UN ATOME AVEC UNE ONDE QUASI RÉSONNANTE**

**Déplacement et élargissement  
des niveaux atomiques**

# Approche suivie pour étudier ce problème

## Atome habillé

Atome à 2 niveaux  $\{f, e\}$  couplé à un mode du champ quantique de fréquence  $\omega_L$

**$|f, N+1\rangle$  : Atome dans  $f$   
en présence de  $N+1$  photons**

**$|e, N\rangle$  : Atome dans  $e$   
en présence de  $N$  photons**

$$E_e - E_f = \hbar \omega_0$$

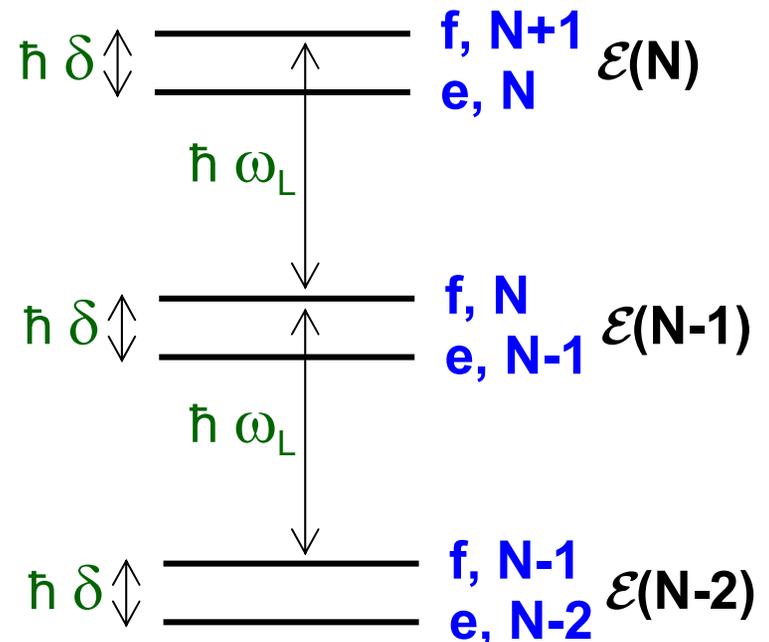
$$E_{f, N+1} - E_{e, N} = \hbar \delta$$

$$\delta = \omega_L - \omega_0 = \text{Désaccord}$$

$$\langle e, N | V_{AL} | f, N+1 \rangle = (\hbar/2) \Omega_{N+1}$$

$$\Omega_{N+1} = \Omega_0 \sqrt{N+1}$$

$\Omega_0$  : Fréquence de Rabi dans le champ du vide



## Évolution réduite à l'intérieur de $\mathcal{E}(N)$

$\mathcal{E}(N)$  : Multiplicité des 2 états  $\{ f, N+1 ; e, N \}$

L'état  $e, N$  est couplé, non seulement à  $f, N+1$  (par émission induite), mais aussi à  $f, N, \mathbf{k}$  (par émission spontanée d'un photon  $\mathbf{k}$ ).

En utilisant la méthode de la résolvante et des opérateurs de projection, on peut démontrer que l'évolution réduite à l'intérieur de  $\mathcal{E}(N)$  est décrite par un Hamiltonien effectif :

$$H_{\text{eff}} = \hbar \begin{pmatrix} \delta & \Omega_{N+1}/2 \\ \Omega_{N+1}/2 & -i\Gamma/2 \end{pmatrix}$$

$\Gamma$  : Largeur naturelle de  $e$ , décrivant l'instabilité radiative de  $e$

C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, Processus d'interaction entre photons et atomes, InterÉditions/ Éditions du CNRS (1988), chapitre III

# Taux d'absorption et déplacements lumineux

Comme  $H_{\text{eff}}$  n'est pas hermitique, ses valeurs propres ne sont pas réelles. La valeur propre qui tend vers  $\hbar \delta$  quand  $\Omega_{N+1} \rightarrow 0$  peut donc s'écrire:

$$\hbar(\delta + \delta_f - i\gamma_f/2)$$

où  $\delta_f$  et  $\gamma_f$  sont réels.

$\delta_f$  : Déplacement de l'état f

$\gamma_f$  : Taux de départ de l'état f

- L'interaction avec l'onde incidente déplace donc l'état f.  $\delta_f$  est appelé « déplacement lumineux »
- Cette interaction « contamine » aussi l'état stable f par l'état instable e et lui confère donc une durée de vie  $1/\gamma_f$ .  $\gamma_f$  est le taux d'absorption d'un photon

## Limite des faibles intensités

$$\Omega_{N+1} \ll |\delta| \text{ ou } \Gamma$$

Un calcul perturbatif de  $\delta_f$  et  $\gamma_f$  est alors possible et donne:

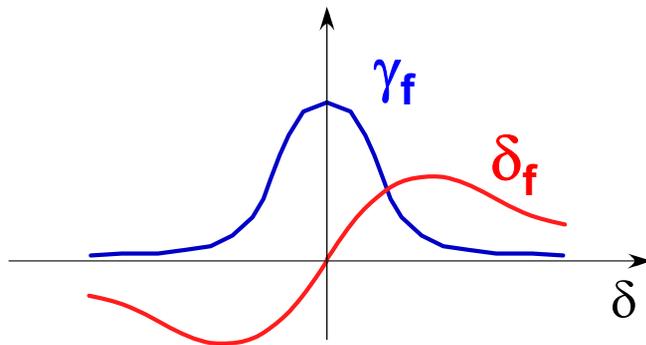
$$\delta_f = \Omega_{N+1}^2 \frac{\delta}{4\delta^2 + \Gamma^2} \quad \gamma_f = \Omega_{N+1}^2 \frac{\Gamma}{4\delta^2 + \Gamma^2}$$

### Variations avec l'intensité lumineuse $I_L$

$\Omega_{N+1}^2$  est proportionnel à  $N+1$ , donc à  $I_L$  pour  $N \gg 1$

$\gamma_f$  et  $\delta_f$  sont donc proportionnels à  $I_L$

### Variations avec le désaccord $\delta$



$\gamma_f$  : Courbe d'absorption  
 $\delta_f$  : Courbe de dispersion

**Limite**  $|\delta| \gg \Gamma$

$$|\delta_f| \propto \frac{I_L}{4\delta} \gg \gamma_f \propto \frac{I_L \Gamma}{4\delta^2} \propto |\delta_f| \frac{\Gamma}{\delta}$$

## Interprétation semi-classique

Le champ lumineux monochromatique met en mouvement forcé le dipôle atomique qui acquiert une composante en phase avec le champ et une composante en quadrature, reliées au champ par une polarisabilité dynamique  $\alpha(\omega)$ .

La composante en quadrature avec le champ absorbe de l'énergie. Elle varie avec  $\delta$  comme une courbe d'absorption. C'est elle qui est responsable du taux d'absorption.

La composante en phase avec le champ donne naissance à une énergie de polarisation dynamique. Elle varie avec  $\delta$  comme une courbe de dispersion. C'est elle qui est responsable du déplacement lumineux. Cet effet est analogue à l'effet Stark décrivant l'interaction d'un champ électrique statique avec le dipôle statique qu'il induit.  $\delta_f$  est souvent appelé pour cette raison « effet Stark dynamique ».

## Perturbation de l'état excité e

À la limite des faibles intensités, le même calcul de perturbation que celui fait plus haut permet de montrer que l'état excité e subit un déplacement lumineux:

$$\delta_e = -\delta_f$$

et que sa largeur naturelle  $\Gamma$  devient:

$$\Gamma \rightarrow \gamma_e = \Gamma - \gamma_f$$

Les déplacements lumineux de e et f sont donc égaux en valeur absolue et ont des signes opposés.

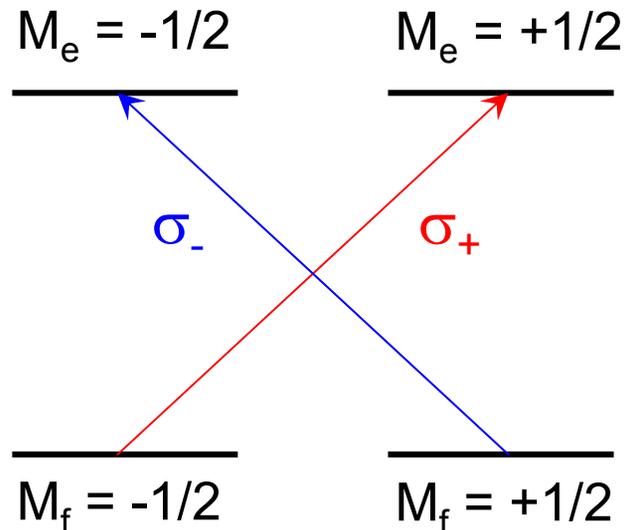
L'état instable e est contaminé par l'état stable f, et son instabilité radiative diminue.

## Cas d'un état fondamental dégénéré

Par exemple, le moment cinétique  $J_f$  de  $f$  est non nul et il y a plusieurs sous niveaux Zeeman  $M_f$  dans  $f$ .

Les déplacements lumineux dépendent alors en général de la polarisation de la lumière et varient d'un sous niveau à l'autre.

### Exemple simple d'une transition $1/2 \rightarrow 1/2$ (cas de $^{199}\text{Hg}$ )



Une excitation  $\sigma_-$  ne déplace que le seul sous niveau  $M_f = +1/2$

Une excitation  $\sigma_+$  ne déplace que le seul sous niveau  $M_f = -1/2$

## Cas général d'une transition $J_f \rightarrow J_e$

On peut alors montrer (C. C-T, Thèse, Paris 1962) que les états propres  $\psi_\alpha$  de la matrice

$$A_{M'_f M_f} = \sum_{M_e} \langle M'_f | \vec{\varepsilon}^* \cdot \vec{r} | M_e \rangle \langle M_e | \vec{\varepsilon} \cdot \vec{r} | M_f \rangle$$

où  $\varepsilon$  est la polarisation de l'onde lumineuse, sont les sous niveaux fondamentaux qui subissent un déplacement lumineux  $\delta_\alpha$  bien défini

Chaque déplacement lumineux  $\delta_\alpha$  est proportionnel à la valeur propre correspondante  $q_\alpha$  de la matrice  $A$  et au déplacement  $\delta_f$  calculé pour un état fondamental  $J_f=0$

À un coefficient de proportionnalité près, la matrice  $A$  représente donc l'hamiltonien effectif décrivant la perturbation lumineuse sur la multiplicité fondamentale.

# Champs fictifs équivalents à la perturbation lumineuse

La matrice  $A$  précédente fait intervenir 2 fois les composantes d'un vecteur  $r$ . Sa décomposition en opérateurs tensoriels irréductibles  $T_q^{(k)}$  ne peut donc contenir que les ordres  $k=0,1,2$ .

Le terme  $k=0$  décrit un déplacement d'ensemble de la multiplicité fondamentale.

Le terme  $k=1$  a la même structure que celui décrivant l'interaction avec un champ magnétique statique fictif.

Le terme  $k=2$  a la même structure que celui décrivant l'effet Stark produit par un champ électrique statique fictif.

J. Dupont-Roc, Thèse, Paris, 1972

J. Dupont-Roc, C.C-T, Phys. Rev. A5, 968 (1972)

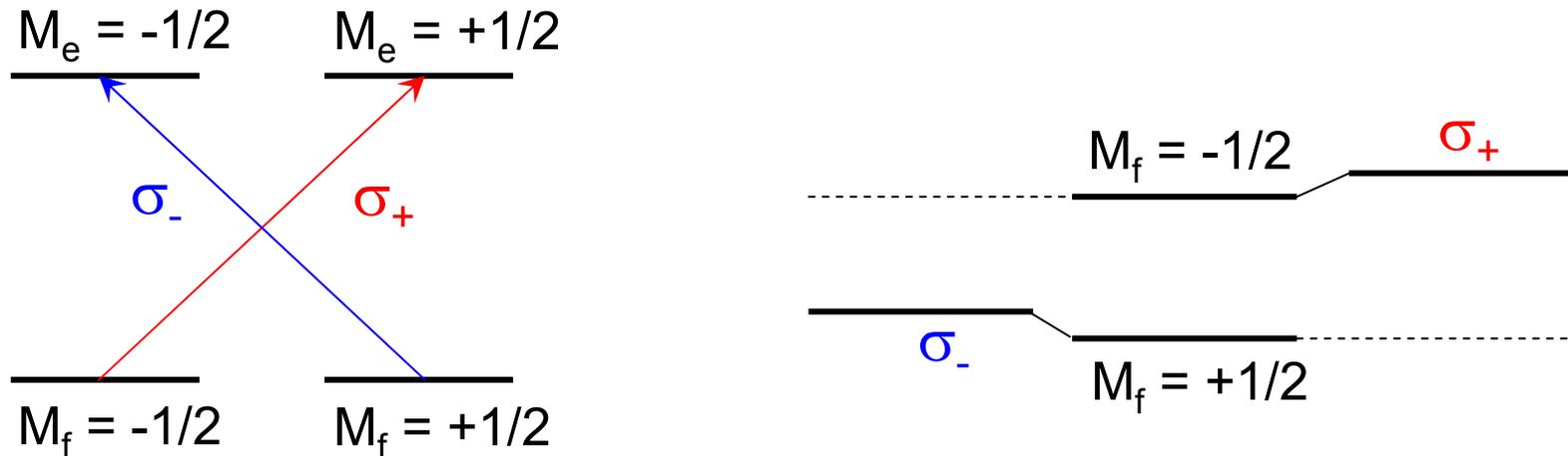
# Premières études expérimentales dans le domaine optique

Pompage optique de  $^{199}\text{Hg}$  sur la transition  $1/2 \rightarrow 1/2$  avec une source à décharge (pas de sources laser à l'époque!) remplie de l'isotope  $^{204}\text{Hg}$  qui excite de manière résonnante la transition  $F = 1/2 \rightarrow F = 1/2$ .

Détection optique de la raie de résonance magnétique entre les 2 sous niveaux Zeeman  $M_f = \pm 1/2$  de l'état fondamental  $f$  de  $^{199}\text{Hg}$ . Raie très étroite car les temps de relaxation dans  $f$  sont très longs.

Addition d'un second faisceau perturbateur, avec une source remplie d'un autre isotope ( $^{201}\text{Hg}$ ) pour avoir une excitation non résonnante ( $\delta \neq 0$ ). Filtrage de ce faisceau par une cellule remplie de  $^{204}\text{Hg}$  pour éliminer toutes les fréquences résonnantes de ce faisceau.

# Déplacement lumineux différentiel



Suivant que le second faisceau perturbateur a une polarisation  $\sigma_+$  ou  $\sigma_-$ , il déplace le seul sous niveau  $M_f = -1/2$  ou  $M_f = +1/2$ , modifiant ainsi l'écart Zeeman entre ces 2 sous niveaux (l'écart Zeeman est très petit devant le désaccord  $\delta$  du faisceau).

La raie de résonance magnétique dans f, détectée au moyen du premier faisceau, subit donc un déplacement lumineux dont le signe dépend de la polarisation du second faisceau perturbateur. Détection de déplacements très faibles pourvu qu'ils soient de l'ordre de la largeur des raies de résonance magnétique dans f.

# Résultats expérimentaux

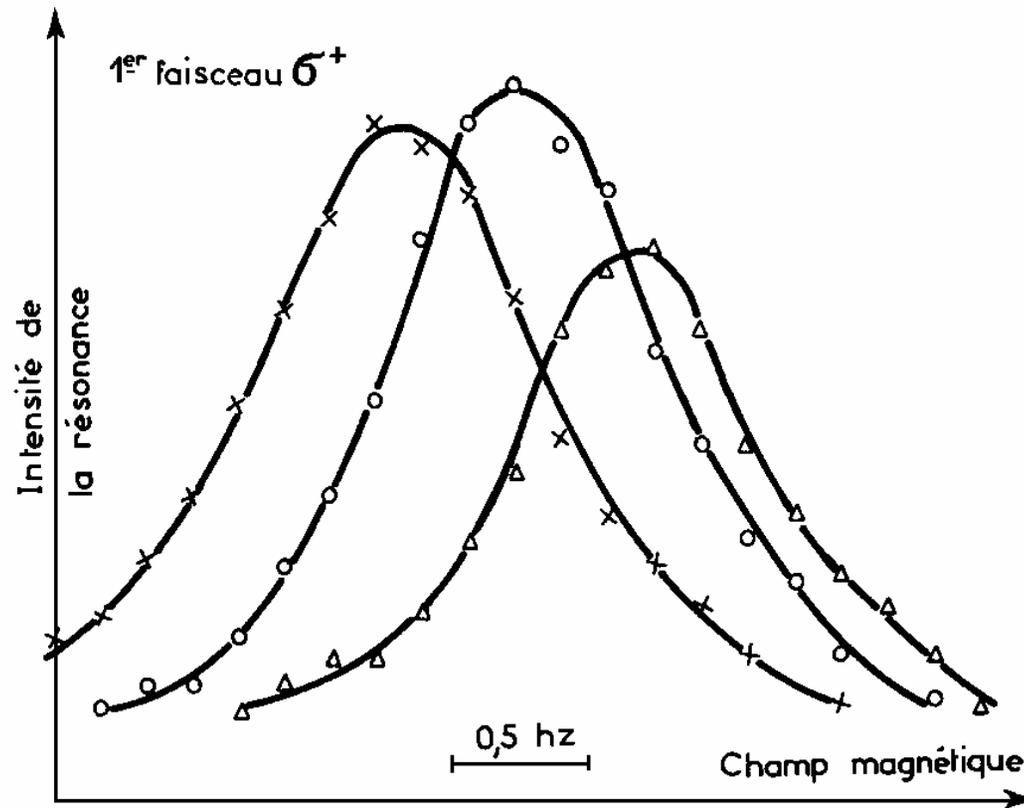


FIG. 14.

- Sans 2<sup>e</sup> faisceau.
- × 2<sup>e</sup> faisceau  $\sigma^+$ .
- △ 2<sup>e</sup> faisceau  $\sigma^-$ .

C. Cohen-Tannoudji, C.R.Acad.Sci. 252, 394 (1961)

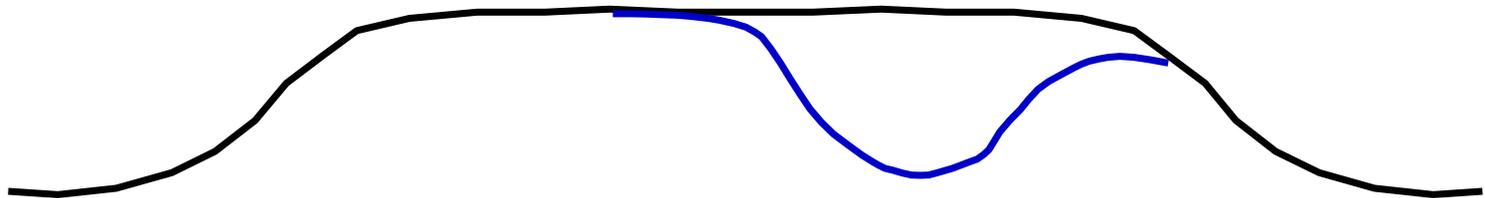
# Variations du déplacement $\delta_f$ et de l'élargissement $\gamma_f$ avec l'écart à résonance $\delta$ du faisceau perturbateur

## Comment faire varier $\delta$ ? (pas de sources accordables)

Source  $^{199}\text{Hg}$  très chaude émettant une raie très large et résonnante.

On interpose sur le faisceau émis par cette source une cellule remplie d'un autre isotope ( $^{202}\text{Hg}$ ), placée dans un champ magnétique  $B$  pouvant être balayé.

La composante  $\sigma_+$  de cet isotope, déplacée par effet Zeeman, « creuse un trou » d'absorption dans le spectre émis par la source à  $^{199}\text{Hg}$ , trou dont la position peut être variée par balayage de  $B$ . On détecte les effets « en négatif » associés à ce trou



# Résultats expérimentaux

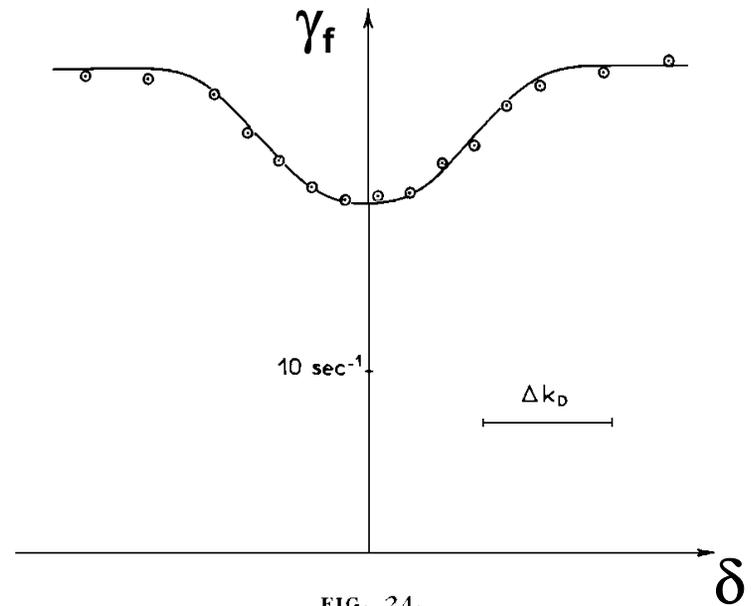
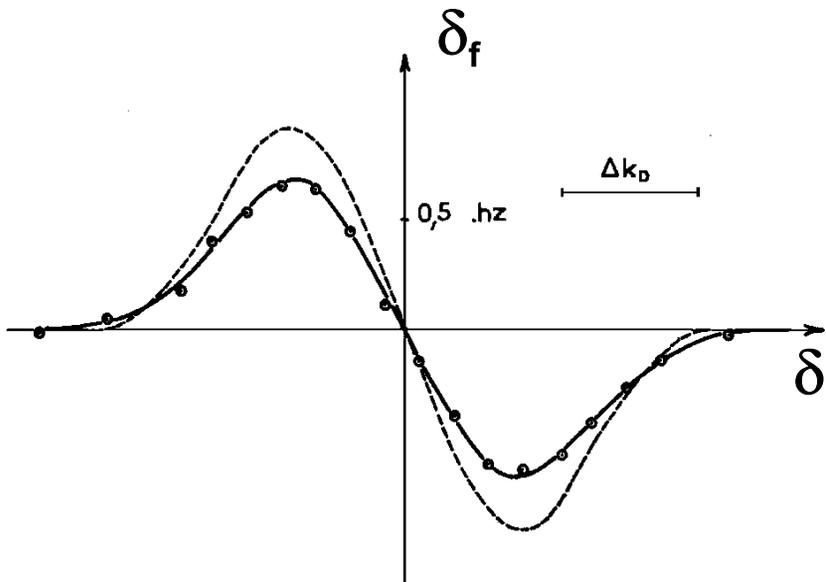


FIG. 24.

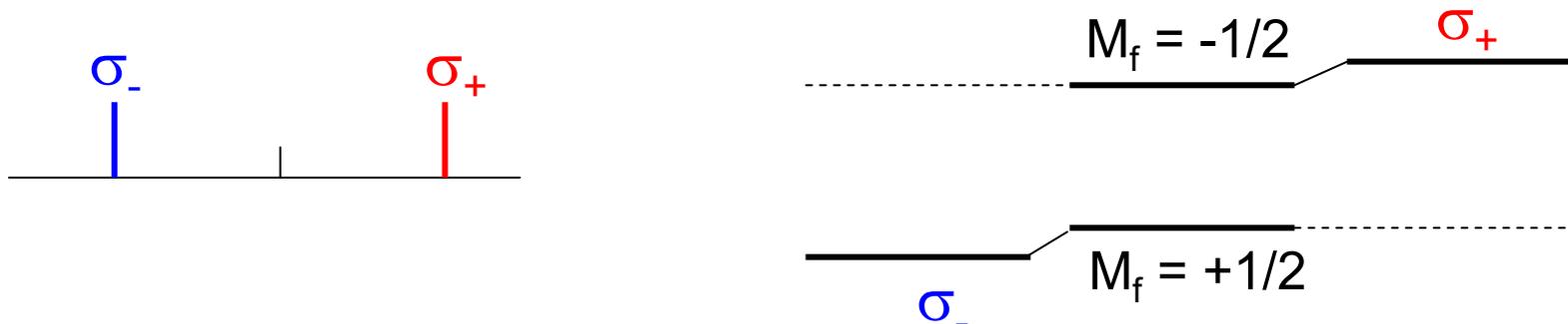
C. Cohen-Tannoudji, Thèse, Paris, 1962  
Annales de Physique, 7, 423 et 495 (1962)

# Amélioration de l'expérience initiale

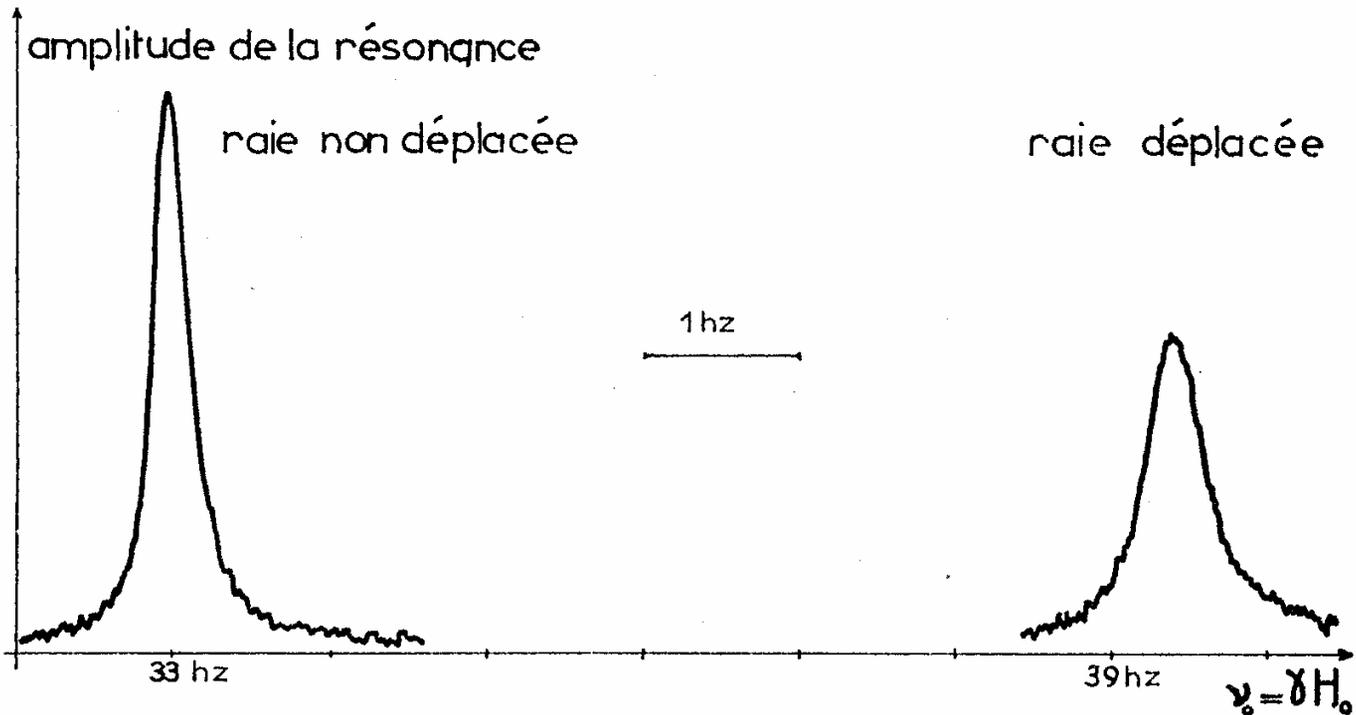
Au lieu d'utiliser pour le faisceau perturbateur une lampe de  $^{201}\text{Hg}$ , on utilise une lampe de  $^{204}\text{Hg}$  dans un champ magnétique axial. Les 2 raies  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  émises par cette lampe sont décalées par effet Zeeman symétriquement par rapport à la raie de  $^{199}\text{Hg}$ .

Les 2 sous niveaux  $M_f = \pm 1/2$  sont déplacés avec des signes opposés, ce qui double la modification de l'écart Zeeman et donc le déplacement de la raie de résonance magnétique.

- Effet 2 fois plus grand
- Il n'est plus nécessaire d'utiliser un polariseur et une lame 1/4 d'onde, qui font perdre de la lumière.



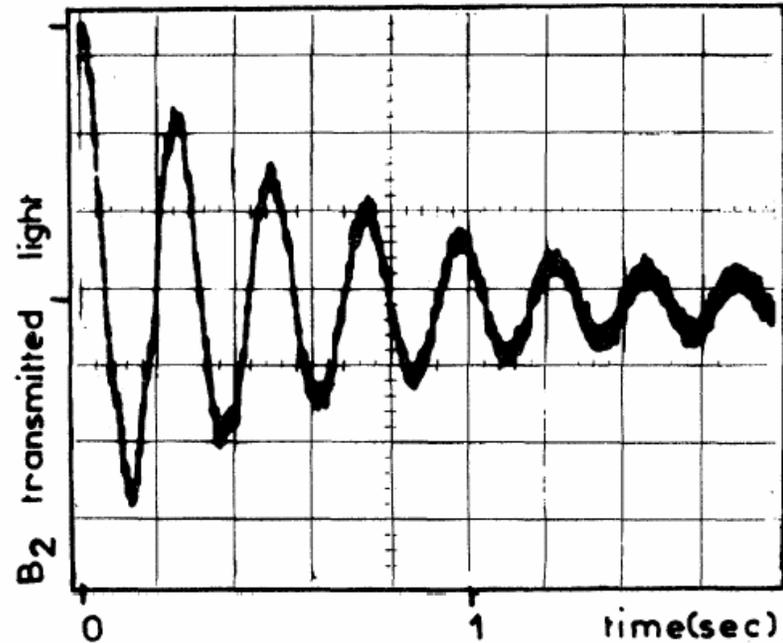
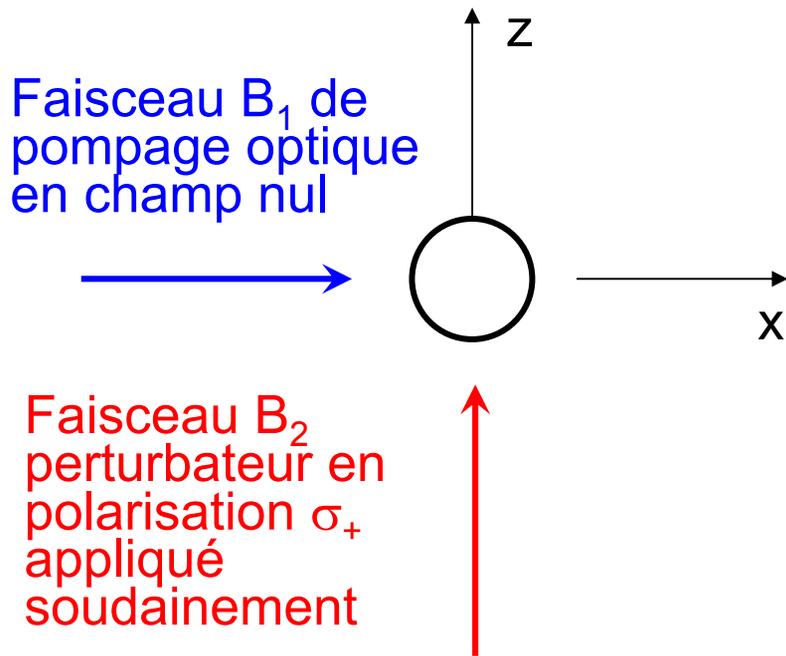
# Résultats expérimentaux



Déplacements nettement supérieurs à la largeur de raie

J. Dupont-Roc, N. Polonsky, C. Cohen-Tannoudji, A. Kastler  
C.R. Acad. Sci. 264, 1811 (1967)

# Précession d'atomes de $^{199}\text{Hg}$ dans le champ magnétique fictif associé à des déplacements lumineux



- **Pompage optique en champ nul dans la direction  $x$  au moyen de  $B_1$**
- **On applique soudainement  $B_2$  le long de  $z$  avec une polarisation  $\sigma_+$ . L'effet de  $B_2$  est équivalent à celui d'un champ magnétique statique parallèle à  $z$ , autour duquel les spins se mettent à précesser. Détection de cette précession sur la transmission de  $B_1$ .**

J. Dupont-Roc, Thèse, Paris, 1972

J. Dupont-Roc, C.C-T, Phys. Rev. A5, 968 (1972)

## Limite des fortes intensités

Avec les sources laser, les déplacements lumineux peuvent atteindre plusieurs MHz, voire plusieurs GHz. La fréquence de Rabi  $\Omega_{N+1}$  peut être très supérieure à  $\Gamma$ .

Les états propres dans  $\mathcal{E}(N)$  de  $H_{\text{eff}}$  (voir p.3-6) ne sont plus alors proches des états non perturbés  $|f, N+1\rangle$  et  $|e, N\rangle$ . Par exemple, si  $\Omega_{N+1} \gg \Gamma$ , ces états propres sont :

$$|1(N)\rangle = \left(1/\sqrt{2}\right) \left[|f, N+1\rangle + |e, N\rangle\right]$$

$$|2(N)\rangle = \left(1/\sqrt{2}\right) \left[|f, N+1\rangle - |e, N\rangle\right]$$

avec des valeurs propres :

$$\pm \hbar\Omega_{N+1}/2 - i\hbar\Gamma/4$$

Ces états « habillés » sont des états intriqués du système atome + champ et se partagent en proportions égales l'instabilité radiative de  $e$ .

## À résonance ( $\delta=0$ )

Les parties réelles des 2 valeurs propres de Heff sont identiques tant que  $\Omega_{N+1} \leq \Gamma$ . Dès que  $\Omega_{N+1} > \Gamma$ , ces 2 parties réelles sont différentes. Au voisinage de résonance, on ne peut plus alors parler de déplacements lumineux, mais plutôt de doublets d'états habillés.

Manifestations physiques de ces doublets d'états habillés:

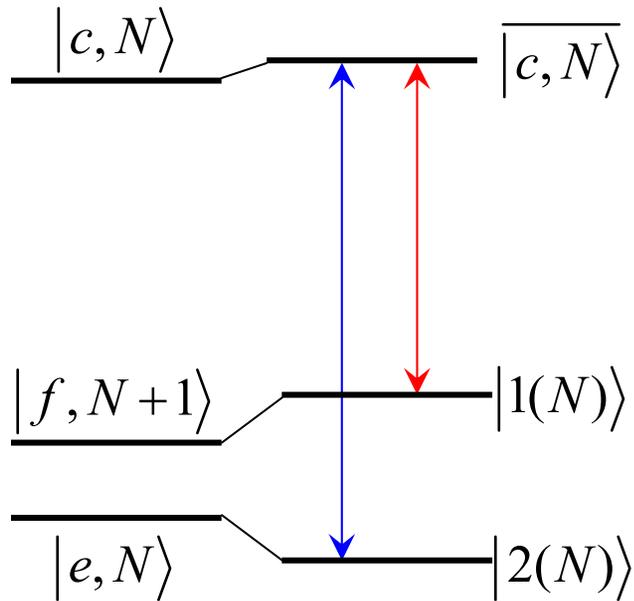
- Doublet Autler Townes
- Triplet de fluorescence

(voir P.I. , chapitre VI)

## Loin de résonance ( $|\delta| \gg \Gamma$ et $\Omega_{N+1}$ )

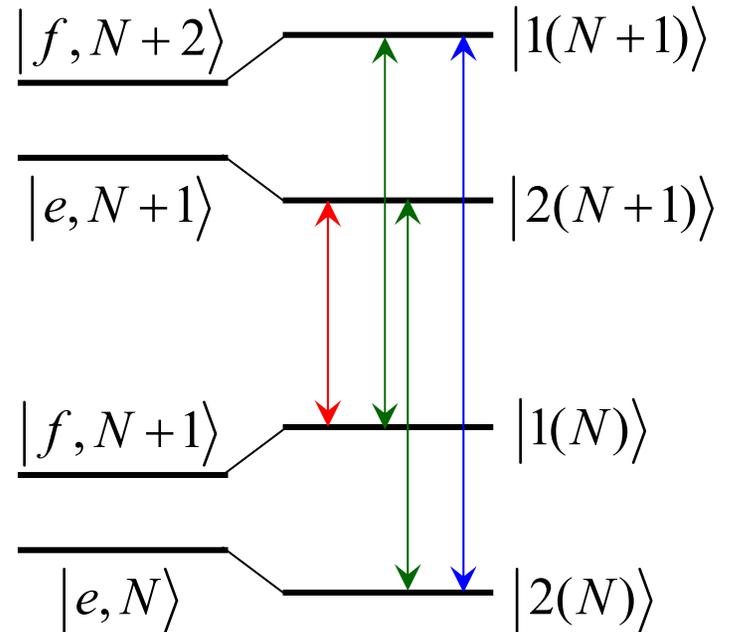
Un calcul perturbatif de l'effet du couplage atome - champ redevient possible et l'on peut de nouveau parler de déplacements lumineux de e et f.

## Effet Autler Townes



Doublet de transitions apparaissant sur le spectre d'absorption reliant l'état e à un état c peu couplé au champ laser.

## Triplet de Mollow



Modification de la fluorescence sur la transition e-f apparaissant à haute intensité laser. Triplet sur le spectre de fréquences des transitions reliant 2 doublets adjacents.

# Déplacements lumineux et spectroscopie à haute résolution

Perturbation des fréquences atomiques que l'on cherche à mesurer avec une très grande précision pour

- réaliser des étalons de fréquence
- mesurer des constantes fondamentales ( $Ry$ ,  $\alpha$ )

S'ils sont inhomogènes spatialement à cause d'une inhomogénéité spatiale de l'intensité lumineuse, les déplacements lumineux peuvent aussi produire un élargissement de la raie étudiée.

Nécessité de tenir compte en détail de tous ces effets dans plusieurs études:

- horloges atomiques à pompage optique
- étude de la transition  $1s-2s$  de l'hydrogène par spectroscopie à 2 photons sans effet Doppler (voir cours 5)

# **INTERACTION D' UN ATOME AVEC UNE ONDE QUASI RÉSONNANTE**

**Effet sur le champ  
Dispersion et absorption**

# Effets perturbateurs sur le champ

Pour étudier ces effets, nous allons supposer le champ enfermé dans une vraie cavité, et non plus dans une cavité fictive, comme dans le modèle de l'atome habillé (voir P.I. chapitre VI).

## Électrodynamique quantique en cavité

Champ initialement dans un état cohérent. On introduit dans la cavité un atome dont la fréquence propre  $\omega_0$  est proche de la fréquence  $\omega$  du champ.

Comment l'amplitude moyenne et la phase moyenne du champ vont-elles être perturbées par l'interaction atome - champ?

Comment ces effets varient-ils avec le désaccord  $\delta = \omega - \omega_0$ ?

## Dépendance en N de la perturbation

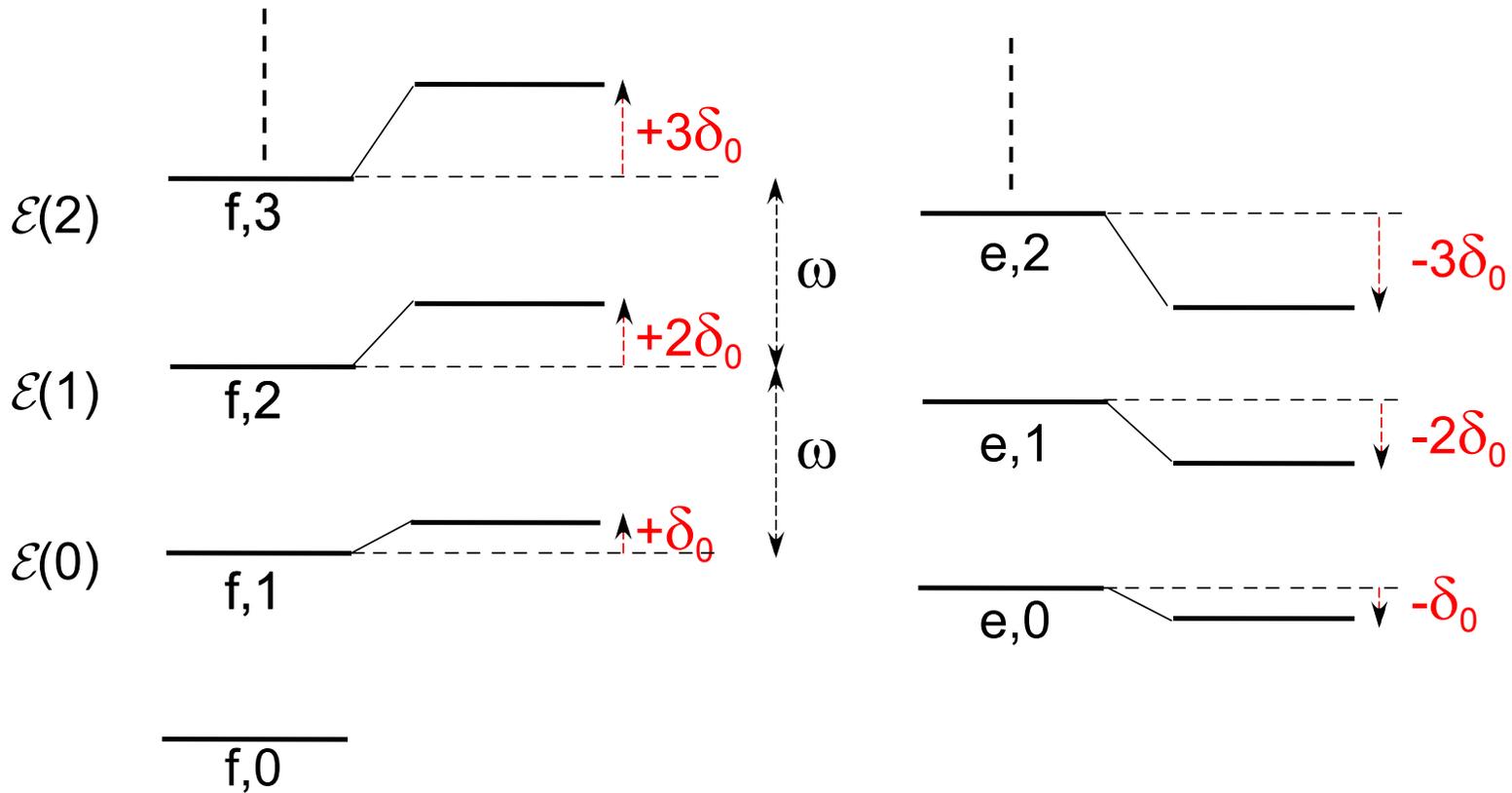
Tous les résultats obtenus plus haut sur les états propres et valeurs propres de  $H_{\text{eff}}$  dans la multiplicité  $\mathcal{E}(N)$  demeurent valables, N étant maintenant le nombre de photons dans la cavité réelle.

À la limite perturbative que nous supposons réalisée ici (N est suffisamment petit), les états propres de  $H_{\text{eff}}$  sont très proches de  $f, N+1$  et  $e, N$ , et l'état  $f, N+1$  subit un déplacement  $\delta_f$  et un élargissement  $\gamma_f$ , qui dépendent de N (voir p.3-8) et que nous noterons ici plutôt  $\delta_N$  et  $\gamma_N$ .

$$\delta_N = (N+1)\Omega_0^2 \frac{\delta}{4\delta^2 + \Gamma^2} \quad \gamma_N = (N+1)\Omega_0^2 \frac{\Gamma}{4\delta^2 + \Gamma^2}$$

L'état  $e, N$  subit un déplacement de signe opposé  $-\delta_N$

# Espacement des niveaux habillés



$$E_{f,N+1} - E_{f,N} = \hbar(\omega + \delta_0)$$

$$E_{e,N} - E_{e,N-1} = \hbar(\omega - \delta_0)$$

## Déplacement de la fréquence du champ dû à la présence de l'atome

L'espacement des niveaux  $f, N+1$  (ou  $e, N$ ) déplacés par la lumière correspond à la nouvelle fréquence du champ

Atome dans l'état  $f$   $\omega \rightarrow \omega + \delta_0$

Atome dans l'état  $e$   $\omega \rightarrow \omega - \delta_0$

L'interaction atome - champ déplace donc la fréquence du champ dans la cavité, dans des sens opposés suivant que l'atome est dans  $f$  ou dans  $e$ .

Si on laisse cette interaction agir pendant un temps  $T$ , l'oscillation du champ va acquérir un déphasage  $\phi$  par rapport à l'oscillation libre en l'absence d'interaction

Atome dans l'état  $f$   $\phi = + \delta_0 T$

Atome dans l'état  $e$   $\phi = - \delta_0 T$

## Analogie avec la dispersion anormale

Un faisceau lumineux traversant un milieu matériel d'épaisseur  $L$  subit un déphasage proportionnel à  $L$  et à la partie réelle de l'indice de réfraction du milieu.

Au voisinage d'une résonance des atomes du milieu, cette partie réelle de l'indice de réfraction varie comme une courbe de dispersion quand on balaie la fréquence du faisceau. C'est le phénomène de dispersion anormale.

L'effet étudié ici dans une cavité est de même nature. Il fait intervenir un seul atome. Le déphasage s'accumule dans le temps et non dans l'espace. Il varie comme une courbe de dispersion quand on balaie la fréquence  $\omega$  de l'atome

$$\phi = \Omega_0^2 T \frac{\omega - \omega_0}{4(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2}$$

# Amortissement du champ

Atome initialement dans  $f$  + champ dans l'état cohérent  $\alpha$

$$|\psi(0)\rangle = |f\rangle \otimes |\alpha\rangle = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\alpha^N}{\sqrt{N!}} e^{-|\alpha|^2/2} |f, N\rangle$$

À la limite perturbative, chaque état  $f, N$  évolue avec une énergie

$$\tilde{E}_N = N\hbar\omega + \hbar\delta_N - i\hbar\gamma_N/2 = N\hbar(\omega + \delta_0 - i\gamma_0/2)$$

Au bout d'un temps  $t$ , l'état est devenu

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\alpha^N}{\sqrt{N!}} e^{-|\alpha|^2/2} \exp[-iN(\omega + \delta_0 - i\gamma_0/2)t] |f, N\rangle$$

$$\propto |f\rangle \otimes \left| \alpha \exp[-i(\omega + \delta_0 - i\gamma_0/2)t] \right\rangle$$

Le champ est toujours dans un état cohérent, évoluant à la fréquence  $\omega + \delta_0$ , avec une amplitude amortie avec un taux  $\gamma_0/2$ , où

$$\gamma_0 = \Omega_0^2 \frac{\Gamma}{4(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2}$$

varie avec le désaccord comme une courbe d'absorption.

Effet analogue à celui décrit par la partie imaginaire de l'indice de réfraction.

# **LES DÉPLACEMENTS LUMINEUX UN OUTIL POUR MANIPULER LES ATOMES**

# Les déplacements lumineux

## Un outil pour manipuler les atomes

Les déplacements lumineux peuvent être utilisés pour créer de puits ou des barrières de potentiel pour atomes neutres, des réseaux périodiques de puits de potentiel dont on peut à volonté modifier les paramètres.

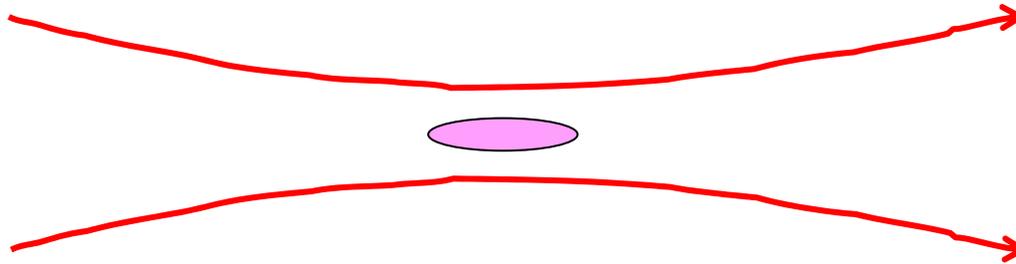
La profondeur des puits, la hauteur des barrières, sont faibles. Mais la possibilité d'obtenir des atomes très lents et très froids grâce au refroidissement laser entraîne que ces puits et barrières sont suffisants maintenant pour piéger et réfléchir de tels atomes.

Nous passons en revue quelques unes de ces applications

- Pièges laser
- Miroirs pour atomes
- Réseaux

# Pièges laser

## Gradients spatiaux de l'intensité laser



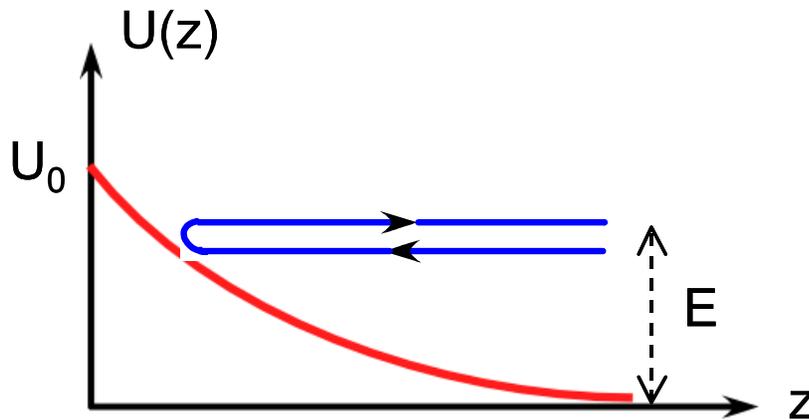
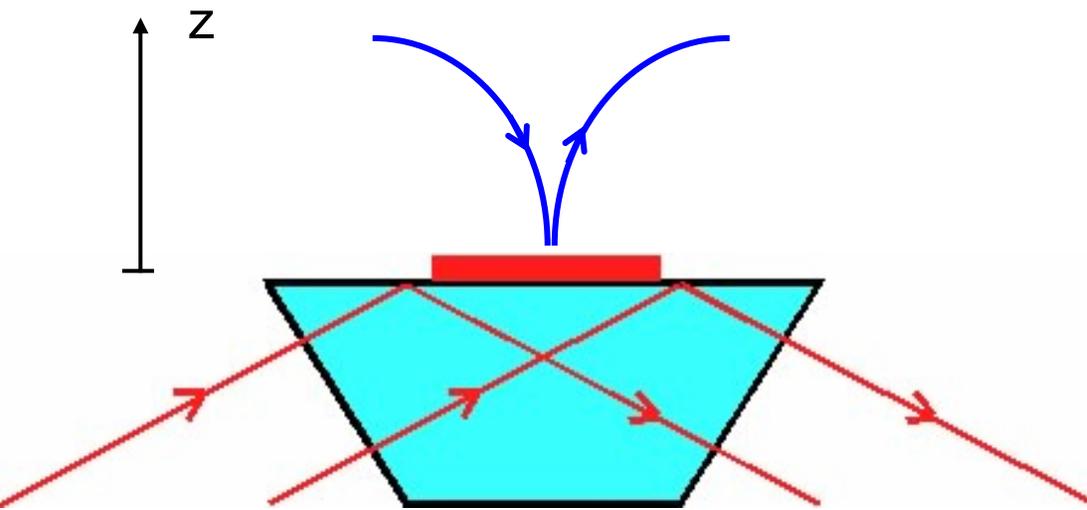
Faisceau laser focalisé. Désaccord vers le rouge ( $\omega_L < \omega_A$ )

Le déplacement  $\delta_f$  de l'état fondamental  $f$  est négatif et atteint sa valeur maximale au foyer

Puits de potentiel attractif dans lequel les atomes neutres peuvent être piégés s'ils sont suffisamment lents

S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin, A. Cable, P.R.L. 57, 314 (1986)

# Miroirs pour atomes



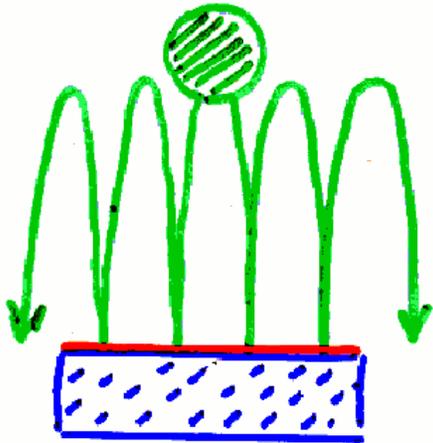
R.J. Cook, R.K. Hill , 1982

Reflection totale d'un faisceau laser donnant naissance à une onde évanescente

Laser désaccordé vers le bleu. Le déplacement est positif et crée une barrière de potentiel  $U(z)$  près de la surface

Si l'énergie totale  $E$  d'un atome tombant sur la surface est inférieure à la hauteur  $U_0$  de la barrière, l'atome rebondit sur la surface

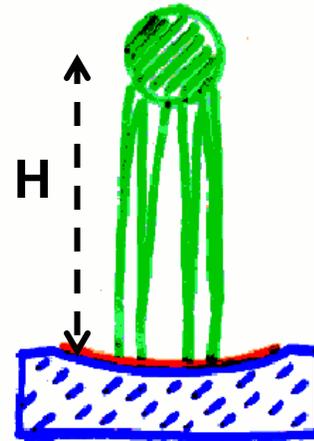
## Miroirs atomiques plans



Mouvement  
Transversal  
pas stable  
1 or 2 rebonds

**Stanford, 1990**

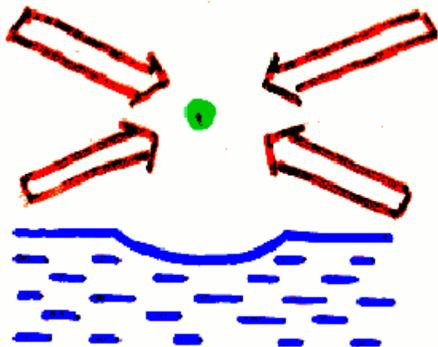
## Miroirs atomiques paraboliques



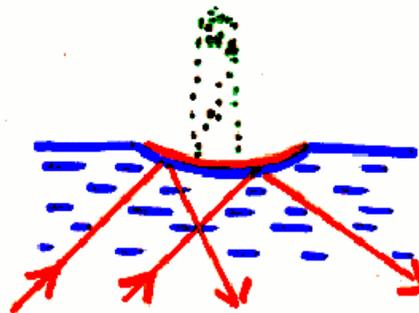
Mouvement  
transversal stable  
si  $H < R/2$   
R: rayon de  
courbure

**Paris, 1993**

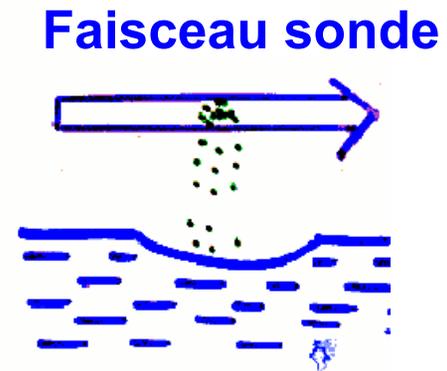
## Principe de l'expérience de Paris



**Capture**



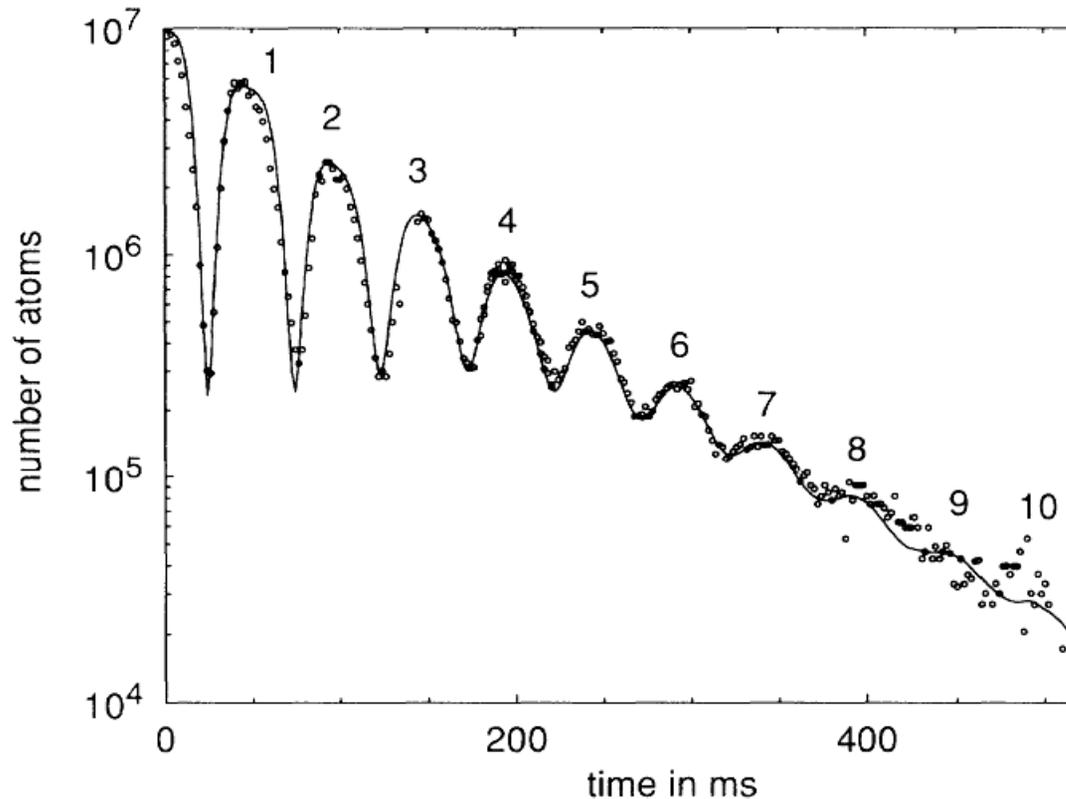
**Rebonds**



**Detection**

# Trampoline pour atomes

Observation de 10 rebonds successifs des atomes sur un miroir concave.



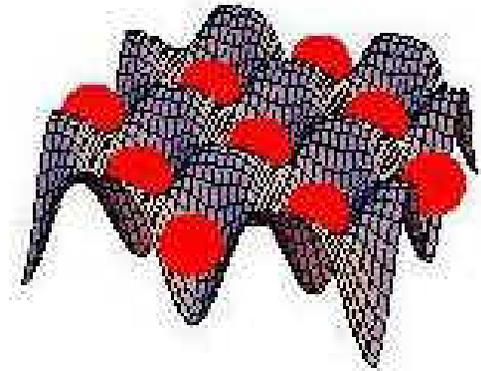
C. Aminoff, A. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. 71, 3083 (1993)

# Réseaux pour atomes neutres

Réseau périodique de puits de potentiel créés par les déplacements lumineux associés à une onde laser stationnaire désaccordée de résonance.

Réseau d'atomes piégés  
dans un potentiel périodique.  
Analogie avec un cristal.

LKB  
Gaithersburg  
Munich



## Différences importantes avec un cristal

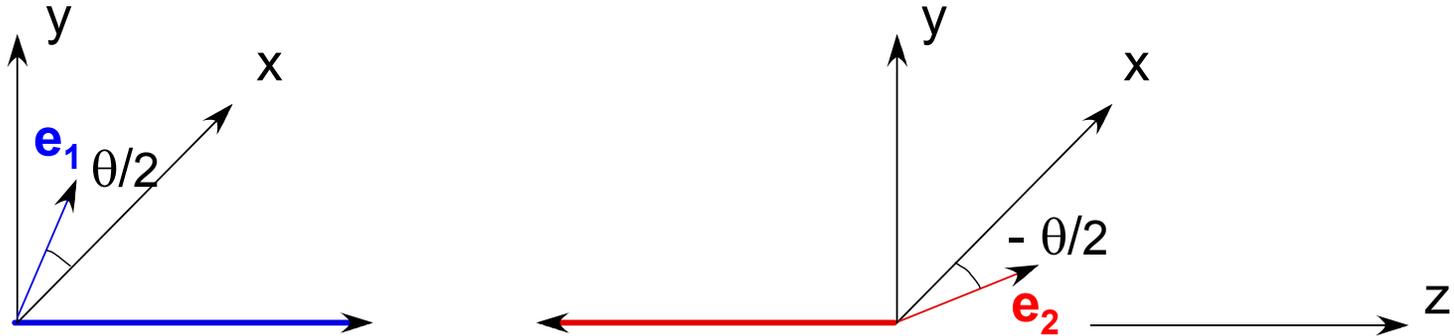
- L'ordre spatial ne résulte pas des interactions entre atomes, mais d'un potentiel extérieur créé par la lumière.
- Ordres de grandeur tout à fait différents pour la période spatiale : Angstrom pour le cristal, micron pour le réseau.
- Possibilité de faire varier les paramètres du réseau en modifiant les caractéristiques de l'onde laser.

## Quelques études récentes sur les réseaux

- Observation par spectroscopie Raman de la structure de bande des niveaux dans le potentiel périodique.
- Oscillations de Bloch d'atomes accélérés dans un potentiel périodique.
- Piégeage d'un condensat dans un réseau et observation de la transition superfluide – isolant de Mott.  
Compétition entre la localisation dans les puits et l'effet tunnel entre puits voisins.

De manière générale, étude sur des milieux dilués, où les interactions sont bien maîtrisées, d'effets habituellement rencontrés en physique du solide.

# Une configuration laser intéressante



2 ondes laser de même fréquence, se propageant dans des directions opposées le long de l'axe  $z$ , avec des polarisations linéaires  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  faisant entre elles un angle  $\theta$ .

$$\vec{E}(z) = \left( \vec{e}_1 e^{ikz} + \vec{e}_2 e^{-ikz} \right) e^{-i\omega t} + c.c.$$

$$\vec{e}_1 = \cos \frac{\theta}{2} \vec{e}_x + \sin \frac{\theta}{2} \vec{e}_y$$

$$\vec{e}_2 = \cos \frac{\theta}{2} \vec{e}_x - \sin \frac{\theta}{2} \vec{e}_y$$

## Une configuration laser intéressante (suite)

Introduisons les polarisations circulaires droite et gauche

$$\vec{e}_+ = -(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)/\sqrt{2} \quad \vec{e}_- = (\vec{e}_x - i\vec{e}_y)/\sqrt{2}$$

Dans cette base, l'onde  $\mathbf{E}(z,t)$  s'écrit:

$$\vec{E}(z,t) = \sqrt{2} \left[ -\vec{e}_+ \cos(kz - \theta/2) + \vec{e}_- \cos(kz + \theta/2) \right] e^{-i\omega t} + c.c.$$

Superposition de 2 ondes stationnaires de polarisation  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  et d'intensités proportionnelles à:

$$I_+ = 2 \cos^2(kz - \theta/2) = 1 - \cos(2kz - \theta)$$

$$I_- = 2 \cos^2(kz + \theta/2) = 1 - \cos(2kz + \theta)$$

Si le moment cinétique de l'état fondamental  $f$  est égal à  $1/2$ ,

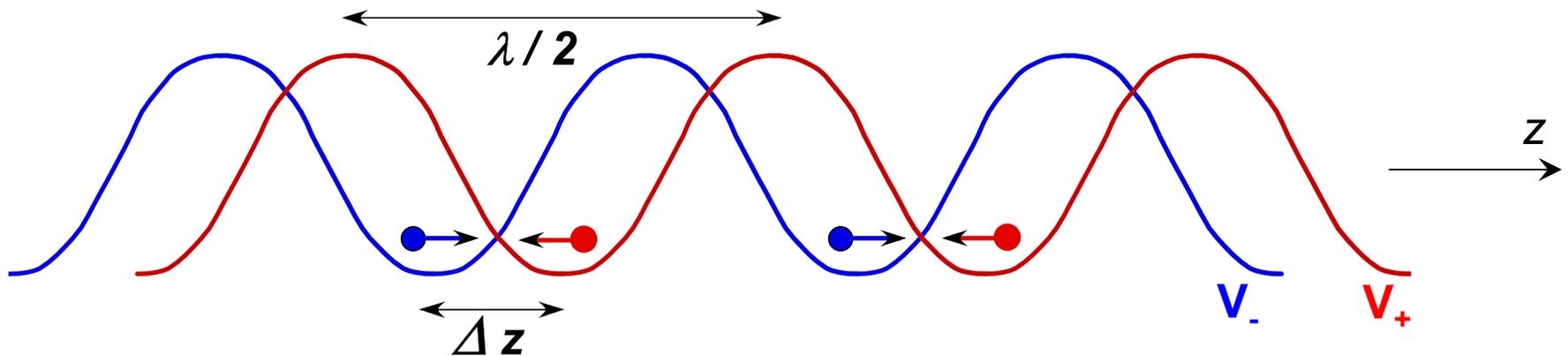
- un atome dans  $M_f = -1/2$  est soumis au potentiel  $I_+$
- un atome dans  $M_f = +1/2$  est soumis au potentiel  $I_-$

Potentiel dépendant de l'état interne

## Allure des potentiels $V_+$ et $V_-$

Chacun des 2 potentiels a une périodicité spatiale  $\lambda/2$   
Ils sont décalés l'un par rapport à l'autre d'une quantité:

$$\Delta z = \frac{\lambda \theta}{2 \pi}$$



Quand on fait varier l'angle  $\theta$  entre les polarisations des 2 lasers, on fait varier l'écart entre les 2 potentiels  $V_-$  et  $V_+$  où sont piégés les atomes  $M_f = +1/2$  et  $M_f = -1/2$ .

Les 2 potentiels coïncident pour  $\theta=0$  et  $\theta=\pi$ . Ils sont en quadrature pour  $\theta=\pi/2$  (l'ordre des atomes est alors antiferromagnétique).

## Une application possible de cette configuration laser

On part d'une situation ( $\theta=0$ ) où les 2 potentiels  $V_{\pm}$  coïncident et où un atome dans  $M_f=+1/2$  se trouve dans un puits.

Une impulsion  $\pi/2$  porte cet atome dans une superposition linéaire de  $M_f=+1/2$  et  $M_f=-1/2$ .

On règle alors  $\theta$  à la valeur  $\theta=\pi$ . Les 2 potentiels  $V_+$  et  $V_-$  se séparent et les états  $M_f = \pm 1/2$ , qui suivent ces potentiels, se retrouvent piégés dans des puits différents.

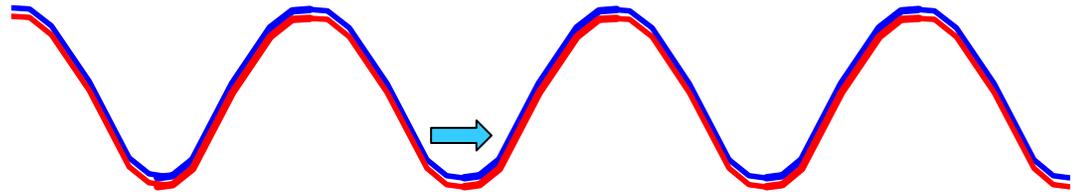
Une nouvelle impulsion  $\pi/2$  transforme l'état interne de chaque atome en une superposition linéaire de  $M_f=+1/2$  et  $M_f=-1/2$ .

À la fin de cette séquence, l'atome se retrouve, pour chaque état de spin, dans une superposition cohérente de 2 fonctions d'onde localisées dans 2 puits différents qui peuvent ensuite interférer dans une expansion balistique après coupure de  $V_{\pm}$

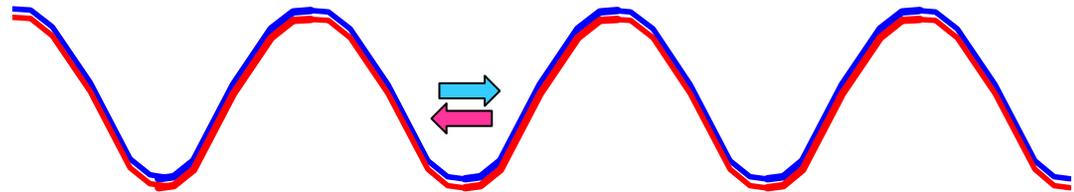
Réalisation récente d'une expérience de ce type à Munich

# Séquence d'opérations

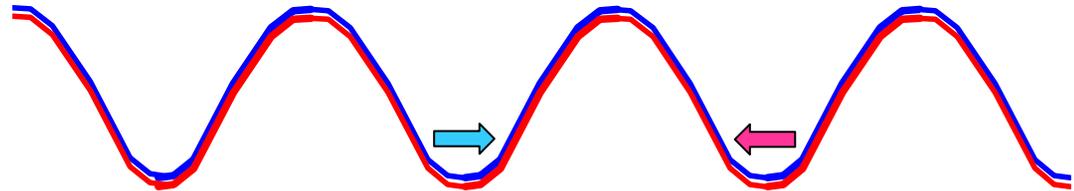
$\theta = 0$



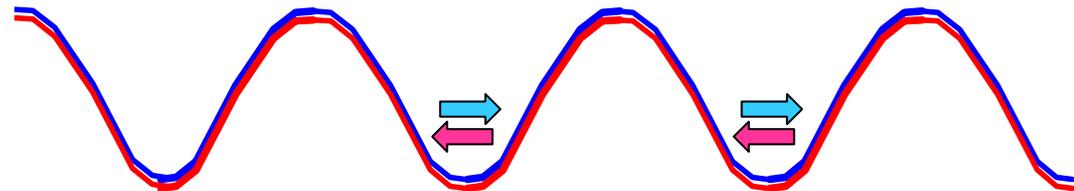
Impulsion  $\pi/2$



$\theta = \pi$



Impulsion  $\pi/2$



O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, T. Hänsch, I. Bloch  
cond-mat/0301168

## Autres applications des déplacements lumineux

### Refroidissement Sisyphé

Sera décrit dans le cours 9

### Compensation de l'effet Doppler par des déplacements lumineux dépendant de la vitesse

Les déplacements lumineux dépendent du désaccord entre la fréquence laser et la fréquence atomique. Pour un atome en mouvement de vitesse  $v$ , la fréquence apparente du laser change, donc le désaccord également, et par suite le déplacement lumineux.

On peut alors s'arranger pour que le déplacement lumineux dépendant de la vitesse  $v$  de l'atome compense exactement l'effet Doppler sur une autre transition atomique.

Mécanisme observé et décrit dans: S. Reynaud, M. Himbert, J. Dupont-Roc, H. Stroke, C. Cohen-Tannoudji, P.R.L. 42, 756 (1979)

## Une application du déphasage d'un champ produit par son interaction avec un atome

Nous avons vu plus haut que l'interaction non résonnante d'un champ enfermé dans une cavité avec un atome produit un déphasage du champ, égal à  $+\phi$  si l'atome est dans  $f$ ,  $-\phi$  si l'atome est dans  $e$ .

Si l'atome entre dans la cavité dans l'état

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [|f\rangle + |e\rangle]$$

l'état du système global atome+champ à l'issue de l'interaction (quand l'atome quitte la cavité) est:

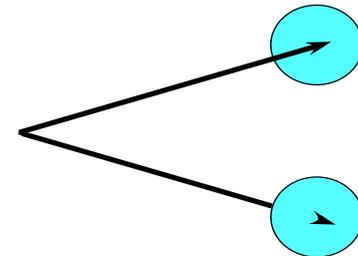
$$\frac{1}{\sqrt{2}} [|f, +\phi\rangle + |e, -\phi\rangle]$$

Les états  $+\phi$  et  $-\phi$  peuvent être « mésoscopiquement » différents.

# Superposition d'états mésoscopiquement différents

L'application d'une impulsion  $\pi/2$  sur l'atome qui transforme e et f en des superpositions linéaires de e et f, et la détection de l'atome dans e ou f permettent alors de préparer le champ dans une superposition linéaire de 2 états de phases différentes:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [ |+\phi\rangle \pm |-\phi\rangle ]$$



et d'étudier ensuite leur évolution sous l'effet de la dissipation (essentiellement due aux pertes dans la cavité et non à l'émission spontanée à partir de e).

Comment varie le taux de relaxation de la cohérence entre les états  $+\phi$  et  $-\phi$  en fonction de leur « distance »?

**Problème de la décohérence**

M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J.M. Raimond, S. Haroche, Phys. Rev. Lett. 77, 4887 (1996)

## Cours 4

# PERTURBATIONS LIÉES AUX INTERACTIONS ATOME - CHAMP HAUTE FRÉQUENCE

## Problèmes étudiés

Dans le cours précédent, l'atome est supposé interagir avec un champ dont la fréquence  $\omega$  est proche de celle d'une transition  $f \leftrightarrow e$ . On peut alors ne considérer que ces 2 niveaux et ignorer toutes les autres transitions.

On suppose maintenant que l'atome interagit avec un champ dont la fréquence  $\omega$  est grande devant toutes les fréquences atomiques  $\omega_{ij}$ .

$$\omega \gg \omega_{ij}$$

Des développements en puissances de  $\omega_{ij}/\omega$  peuvent alors être faits et conduisent à des expressions ayant une interprétation physique simple.

# Plan

## 1 – Spin 1/2 couplé à un champ RF haute fréquence

Fréquence de Larmor  $\omega_0 \ll$  Fréquence  $\omega$  du champ

Modification du moment magnétique du spin

Interprétation physique. Observation expérimentale

## 2 – Électron faiblement lié couplé à un champ laser haute fréquence

Modification des propriétés dynamiques de l'électron

Interprétation physique

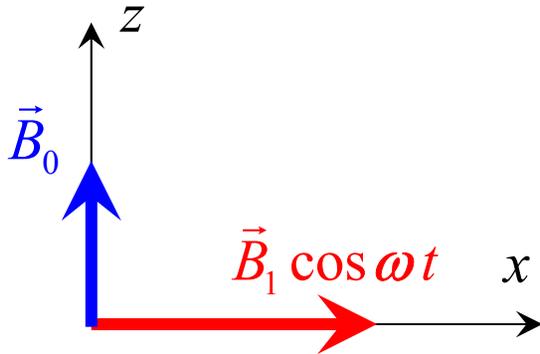
## 3 – Un nouvel éclairage sur les corrections radiatives

Comparaison des effets spontanés et des effets stimulés liés aux interactions avec un mode haute fréquence du champ.

Pourquoi  $g - 2$  est-il positif?

# **SPIN 1/2 COUPLÉ À UN CHAMP RF HAUTE FRÉQUENCE**

# Spin 1/2 couplé à un champ RF haute fréquence



$$\omega_0 = -\gamma B_0$$

$\gamma$  : rapport gyromagnétique

$\omega_0$  : fréquence de Larmor

$$\omega_1 = -\gamma B_1$$

Haute fréquence  $\rightarrow \omega \gg \omega_0$

## Hamiltonien semi-classique

$$\hat{H} = \hbar \omega_0 \hat{S}_z + \hbar \omega_1 \hat{S}_x \cos \omega t$$

$\hat{S}_i$  : Composantes du spin ( $i = x, y, z$ )

## Problème

Comment la précession de Larmor est-elle modifiée par l'interaction avec le champ RF?

# Traitement quantique du champ RF

(voir P.I. Complément A<sub>VI</sub>)

## Hamiltonien

$$\hat{H} = \hbar \omega_0 \hat{S}_z + \hbar \omega \hat{a}^+ \hat{a} + \lambda \hat{S}_x (\hat{a} + \hat{a}^+)$$

$\hat{a}^+$  ( $\hat{a}$ ) : crée (détruit) un photon RF

$\hat{a}^+ + \hat{a} \propto$  opérateur champ magnétique  
(approximation dipolaire magnétique)

$\lambda$  : constante de couplage

Si le champ RF est dans un état cohérent  $\alpha e^{-i\omega t}$  avec une dispersion  $\Delta N$  du nombre de photons petite devant  $\langle N \rangle$ , on peut remplacer les éléments de matrice de  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^+$  par  $\sqrt{\langle N \rangle}$  et dériver la relation suivante:

$$\lambda \langle \hat{S}_x (\hat{a} + \hat{a}^+) \rangle = \hbar \omega_1 \cos \omega t \quad \rightarrow \quad 2\lambda \sqrt{\langle N \rangle} = \hbar \omega_1$$

# États non perturbés

## Couplages induits par V

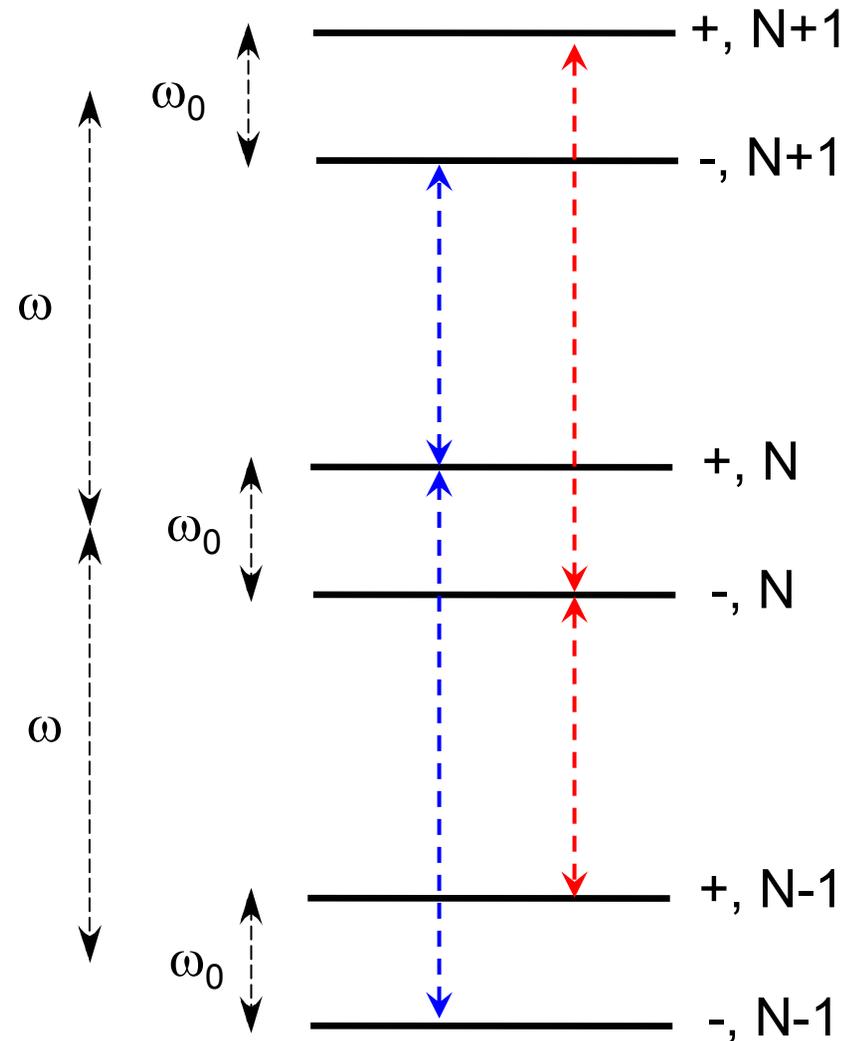
$$\begin{aligned}\hat{V} &= \lambda \hat{S}_x (\hat{a} + \hat{a}^+) \\ &= \frac{\lambda}{2} (\hat{S}_+ + \hat{S}_-) (\hat{a} + \hat{a}^+)\end{aligned}$$

$+, N$  est couplé à  
 $-, N+1$  et à  $-, N-1$

$$\langle -, N \pm 1 | \hat{V} | +, N \rangle = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\langle N \rangle}$$

$-, N$  est couplé à  
 $+, N+1$  et à  $+, N-1$

$$\langle +, N \pm 1 | \hat{V} | -, N \rangle = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\langle N \rangle}$$



# Modification de la fréquence de Larmor

## Déplacement de +,N

$$\begin{aligned}\delta_+ &= \frac{\lambda^2}{4\hbar^2} \langle N \rangle \left[ -\frac{1}{\omega - \omega_0} + \frac{1}{\omega + \omega_0} \right] \\ &= \frac{\lambda^2}{4\hbar^2} \langle N \rangle \frac{-2\omega_0}{\omega^2 - \omega_0^2} \simeq -\omega_0 \frac{\omega_1^2}{8\omega^2}\end{aligned}$$

## Déplacement de -,N

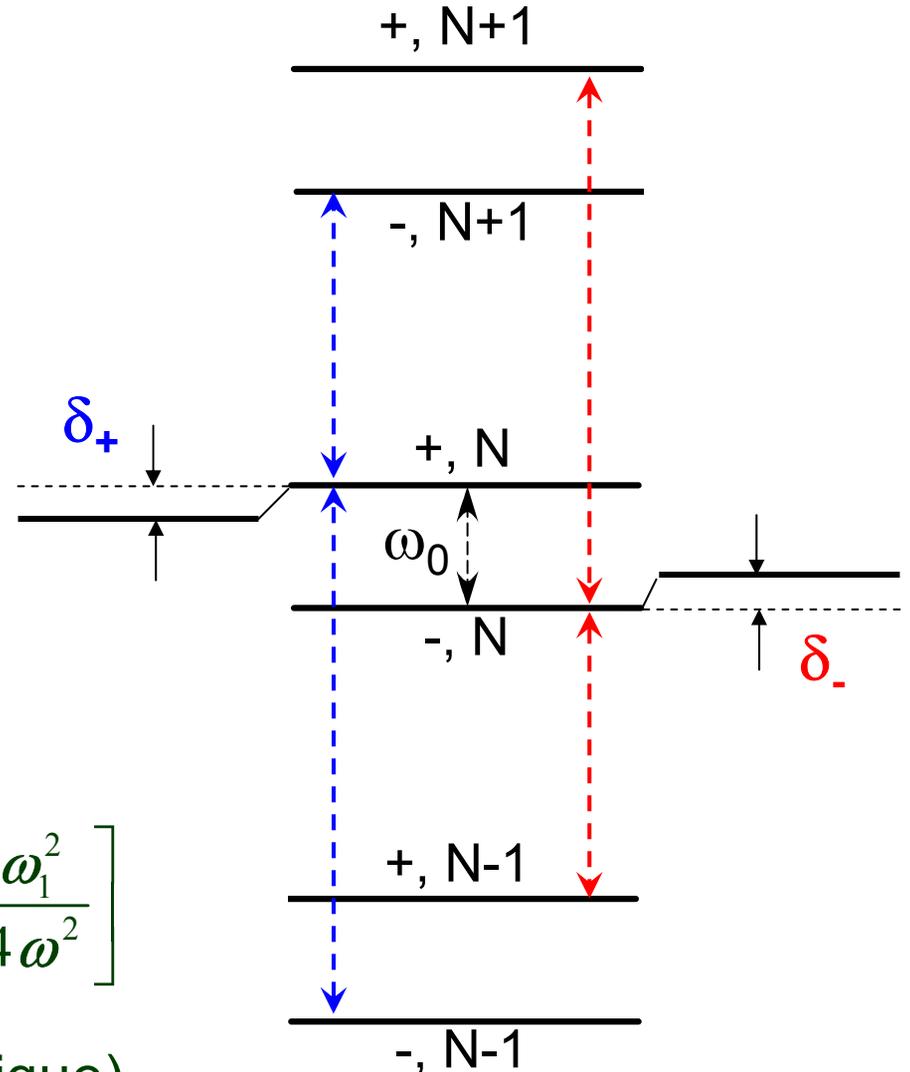
$$\begin{aligned}\delta_- &= \frac{\lambda^2}{4\hbar^2} \langle N \rangle \left[ +\frac{1}{\omega - \omega_0} - \frac{1}{\omega + \omega_0} \right] \\ &= \frac{\lambda^2}{4\hbar^2} \langle N \rangle \frac{2\omega_0}{\omega^2 - \omega_0^2} \simeq +\omega_0 \frac{\omega_1^2}{8\omega^2}\end{aligned}$$

## Modification de $\omega_0$

$$\omega_0 \rightarrow \bar{\omega}_0 = \omega_0 + \delta_+ - \delta_- = \omega_0 \left[ 1 - \frac{\omega_1^2}{4\omega^2} \right]$$

$\omega_0$  est diminuée

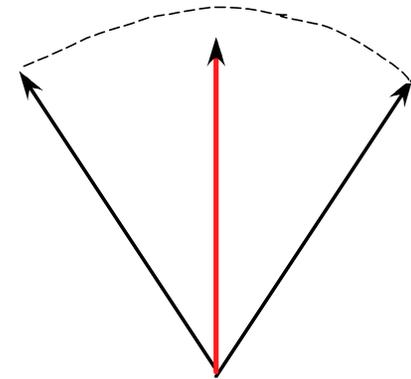
(réduction du moment magnétique)



# Interprétation de la diminution du moment magnétique

Le seul mouvement possible du spin est une précession. Le spin tourne en gardant la même longueur

Sous l'effet de l'interaction avec le champ RF, le spin effectue une vibration angulaire forcée à la fréquence  $\omega$



La composante statique obtenue après une moyenne sur une période  $2\pi / \omega$  du champ a nécessairement une longueur plus courte.

C'est cette composante statique qui a une interaction moyenne non nulle avec le champ statique et qui a la signification d'un moment magnétique effectif.

## Calcul non perturbatif

Un calcul de la modification de  $\omega_0$  à tous les ordres en  $\omega_1/\omega$  est possible (voir P.I., Complément A<sub>V1</sub> et S. Haroche, Thèse, Paris, 1971).

On commence par prendre  $\omega_0=0$ . L'hamiltonien

$$\hbar\omega\hat{a}^+\hat{a} + \lambda S_x(\hat{a} + \hat{a}^+)$$

est alors diagonalisable exactement pour chaque valeur propre de  $S_x$  (hamiltonien quadratique). On traite ensuite l'effet du terme  $\omega_0 J_z$  perturbativement, au premier ordre en  $\omega_0$ .

On trouve finalement le résultat suivant, valable quel que soit le moment cinétique  $J_f$  de  $f$ :

$$\bar{\omega}_0 = \omega_0 J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)$$

$J_0$ : Fonction de Bessel d'ordre 0.

## Interprétation semi classique

Le mouvement de précession de  $S_y + iS_z$  autour de  $B_1$  obéit à l'équation:

$$\frac{d}{dt}(S_y + iS_z) = i \omega_1 \cos \omega t (S_y + iS_z)$$

dont la solution est :

$$\begin{aligned} S_y + iS_z &\propto \exp \left\{ i \omega_1 \int \cos \omega t dt \right\} = \exp \left\{ i (\omega_1 / \omega) \sin \omega t \right\} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n (\omega_1 / \omega) e^{in\omega t} \end{aligned}$$

La composante statique du mouvement de vibration angulaire du spin varie bien en  $J_0(\omega_1/\omega)$ .

Le facteur  $g$  du spin peut donc s'annuler sous l'effet de l'interaction avec le champ HF (pour tous les valeurs de  $\omega_1/\omega$  correspondant aux zéros de  $J_0$ ). Il est toujours diminué car:

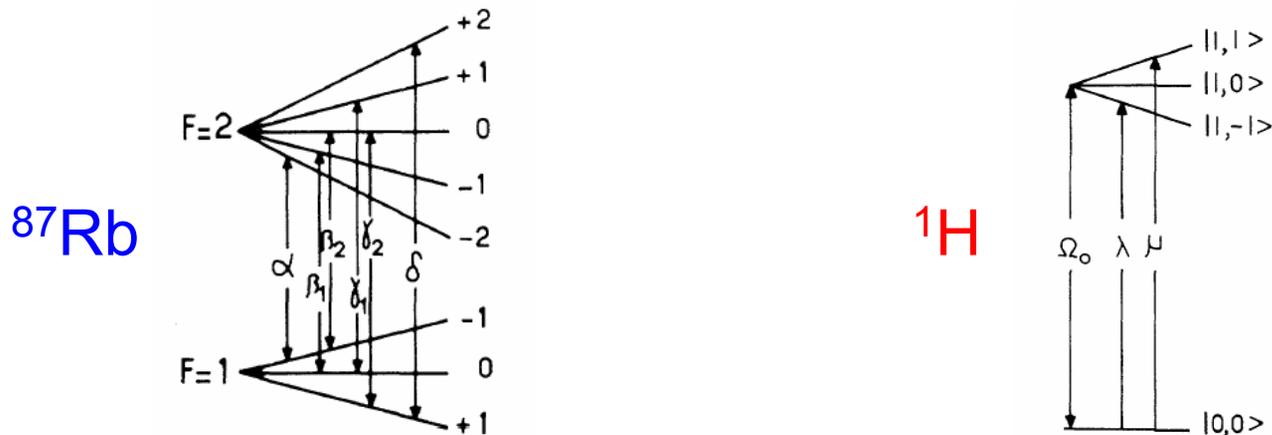
$$|J_0(\omega_1 / \omega)| \leq 1 \quad \text{quel que soit } \omega_1 / \omega$$

# Observation expérimentale

Spectre Zeeman hyperfin dans l'état fondamental de  $^{87}\text{Rb}$  et  $^1\text{H}$ .

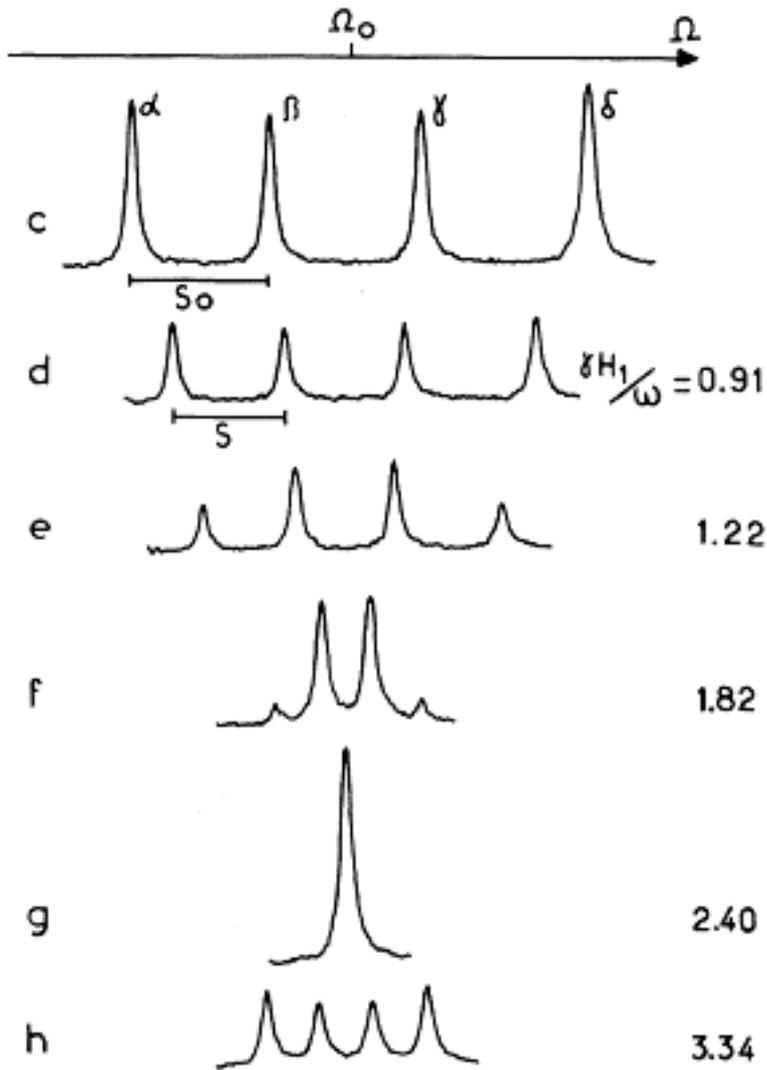
Facteurs de Landé opposés dans les niveaux hyperfins  $F=1$  et  $F=2$  de  $^{87}\text{Rb}$  → 4 transitions de fréquences différentes en polarisation micro onde  $\sigma$  pour  $^{87}\text{Rb}$

2 transitions de fréquences différentes pour  $^1\text{H}$ .

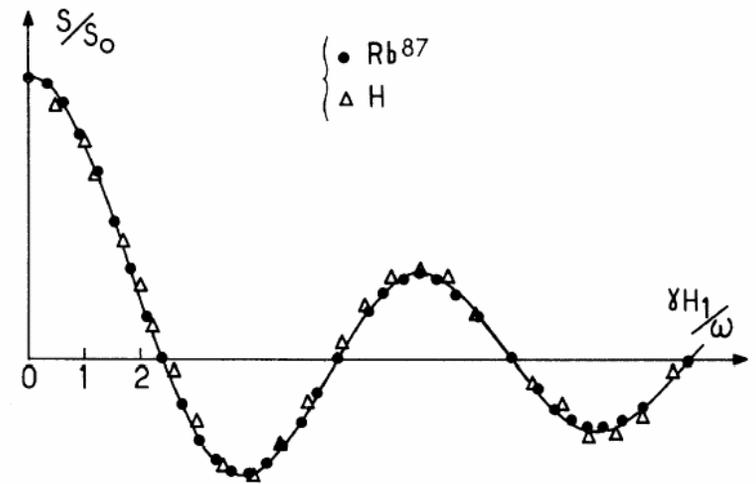


Comment sont modifiés ces spectres quand l'atome interagit avec un champ RF haute fréquence?

# Résultats expérimentaux

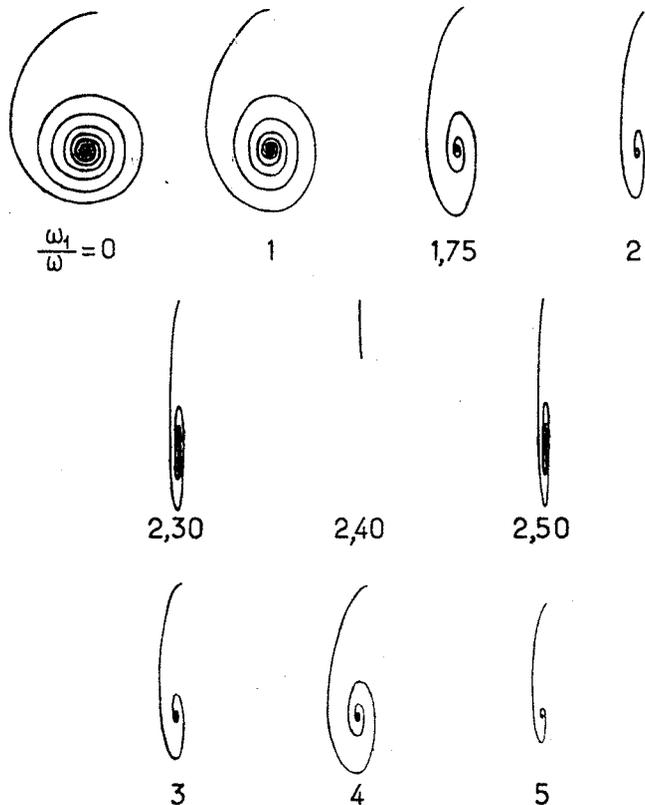


$^{87}\text{Rb}$



S. Haroche, C. Cohen-Tannoudji,  
 C. Audoin, J-P. Schermann;  
 Phys. Rev. Lett. 24, 861 (1970)

# Observation de la précession de Larmor perturbée d'atomes $^{199}\text{Hg}$



Détection de  $S_x$  et  $S_y$  au moyen de 2 faisceaux  $\sigma_+$  le long des axes  $x$  et  $y$

La précession de Larmor est anisotrope à cause de la perturbation des fonctions d'onde.  $S_y$  est réduit par un facteur  $J_0(\omega_1/\omega)$  alors que  $S_x$  n'est pas modifié

C. Landré, C. Cohen-Tannoudji,  
J. Dupont-Roc, S. Haroche  
J. de Phys. 31, 971 (1970)

## Conclusions de cette étude

Le facteur  $g$  d'un spin est modifié par le couplage avec un champ RF haute fréquence

$$g_{\text{spin habillé}} \neq g_{\text{spin nu}}$$

Peut - on comprendre l'anomalie du facteur  $g$  de l'électron par un couplage analogue au précédent, mais avec les fluctuations du vide? On somme le résultat précédent sur tous les modes du champ (avec une coupure à  $\hbar\omega = mc^2$ ), en prenant une densité d'énergie  $\hbar\omega/2$  par mode.

**Problème** : on trouve que  $g$  est toujours diminué alors que l'anomalie  $g - 2$  est positive.  $g$  est augmenté par les corrections radiatives.

**Une piste possible** : l'électron a aussi une charge et le mouvement de vibration de la charge peut éventuellement modifier le résultat précédent.

# **ÉLECTRON FAIBLEMENT LIÉ COUPLÉ À UN CHAMP HAUTE FRÉQUENCE**

# Électron faiblement lié couplé à un champ haute fréquence

Comment le mouvement lent de la charge et du spin de l'électron est-il modifié par le mouvement rapide de vibration dans le champ haute fréquence?

Peut-on obtenir un hamiltonien effectif décrivant ce mouvement lent avec de nouveaux paramètres?

- Nouvelle masse, nouveau moment magnétique
- Facteurs de forme électrique et magnétique

Peut-on donner une interprétation semi classique de ces modifications?

Peut-on étendre ces images à l'interaction avec le champ du vide et obtenir une interprétation physique simple des corrections radiatives?

## Quelques références

- 1- P. Avan, C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, C. Fabre, J. de Phys. 37, 993 (1976)
- 2- J. Dupont-Roc, C. Fabre, C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. B Atom. Mol. Phys. 11, 563 (1978)
- 3- J. Dalibard, J. Dupont-Roc, Cohen-Tannoudji, J. de Phys. 43, 1617 (1982)  
J. de Phys. 45, 637 (1984)
- 4- J. Dupont-Roc, C. Cohen-Tannoudji, in « New trends in Atomic Physics », Les Houches, Session XXXVIII 1982 (edited by G. Grynberg and R. Stora), p.156. Elsevier (1984).
- 5- P.I. Complément  $A_{IV}$

# Hamiltonien

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{electron}} + \hat{H}_{\text{champ}} + \hat{H}_{\text{interaction}} = \hat{H}_e + \hat{H}_R + \hat{H}_I$$

$\hat{H}_e = mc^2 + \vec{\pi}_0^2 / 2m + q\phi_0(\vec{r}) - (q\hbar / 2m)\vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0$  + corrections relativistes (spin-orbite, Darwin,...) à l'ordre  $1/c^2$  inclus

$\vec{A}_0, \phi_0$  : Potentiels vecteur et scalaire statiques

$$\vec{\pi}_0 = \vec{p} - q\vec{A}_0(\vec{r}) \quad \vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_0(\vec{r})$$

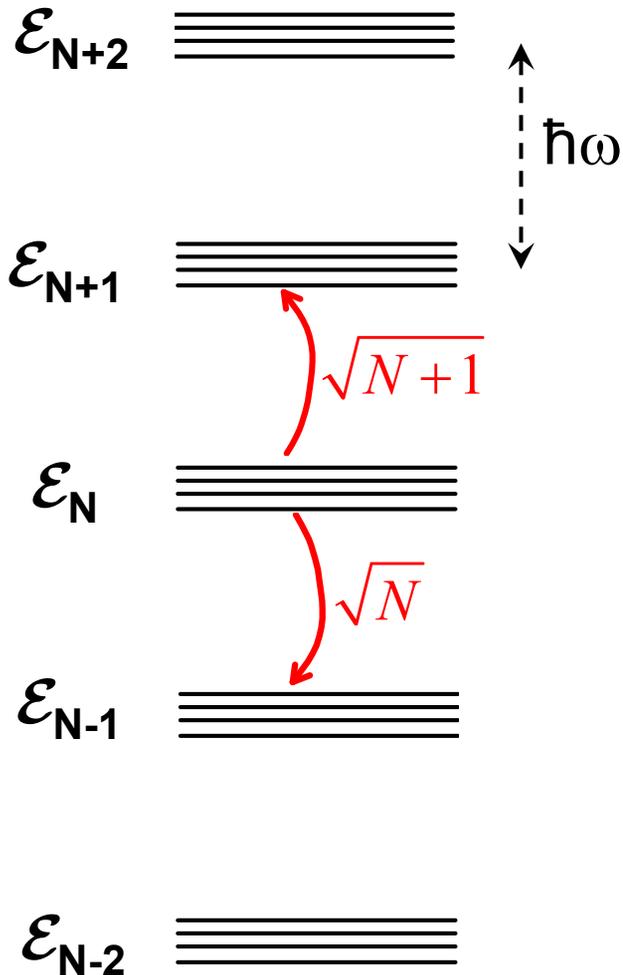
$(\hbar / 2m)\vec{\sigma}$  : spin

$$\hat{H}_R = \sum_{\text{modes}} \hbar\omega(\hat{a}^+ \hat{a} + 1/2)$$

$\hat{H}_I = -(q/m)\hat{\vec{A}}(\vec{r}) \cdot \hat{\vec{\pi}}_0 + (q^2/2m)\hat{A}^2(\vec{r}) - (q\hbar/2m)\hat{\vec{\sigma}} \cdot \hat{\vec{B}}(\vec{r})$  + corrections relativistes à l'ordre  $1/c^2$  inclus

$\hat{A}, \hat{B}$  : opérateurs champ, superpositions linéaires de  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^+$

# Multiplicités non perturbées du système atome+mode $\omega$



$\mathcal{E}_N$  : multiplicité des états de  $e^-$  en présence de  $N$  photons

**Termes linéaires en  $q$  de  $H_1$  :  $V_1$**

Combinaison linéaire de  $a$  et  $a^\dagger$  couplent  $\mathcal{E}_N$  à  $\mathcal{E}_{N+1}$  et  $\mathcal{E}_{N-1}$

Éléments de matrice en  $(N+1)^{1/2}$  et  $(N)^{1/2}$

**Termes quadratiques en  $q$  de  $H_1$  :  $V_2$**

$a a^\dagger$  et  $a^\dagger a$  : couplent  $\mathcal{E}_N$  à  $\mathcal{E}_N$

$a^2$  et  $(a^\dagger)^2$  : couplent  $\mathcal{E}_N$  à  $\mathcal{E}_{N\pm 2}$ . Négligés dans un calcul à l'ordre 2 en  $q$

# Méthode de l'hamiltonien effectif

## Idée générale

Effectuer une transformation unitaire  $U$  sur  $H$  telle que toutes les multiplicités  $\mathcal{E}_N$  deviennent découplées les unes des autres à un ordre donné, 2, en  $q$ .

La restriction  $\hat{U} \hat{H} \hat{U}^+$  du nouvel hamiltonien à l'intérieur de  $\mathcal{E}_N$  est un hamiltonien effectif  $\hat{H}_{\text{eff}}^N$  décrivant les corrections aux énergies électroniques en présence de  $N$  photons  $\omega$

## Résultat obtenu

$$\begin{aligned} \langle \alpha, N | \hat{H}_{\text{eff}}^N | \beta, N \rangle &= \langle \alpha, N | \hat{H}_e | \beta, N \rangle + \langle \alpha, N | \hat{V}_2 | \beta, N \rangle + \\ &+ \sum_{\gamma} \langle \alpha, N | \hat{V}_1 | \gamma, N \pm 1 \rangle \langle \gamma, N \pm 1 | \hat{V}_1 | \beta, N \rangle \times \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{E_{\alpha, N} - E_{\gamma, N \pm 1}} + \frac{1}{E_{\beta, N} - E_{\gamma, N \pm 1}} \right] \end{aligned}$$

## Développement en puissances de $(E_\gamma - E_\alpha)/\hbar\omega$

Développement des dénominateurs d'énergie

$$\frac{1}{E_{\alpha,N} - E_{\gamma,N+1}} = \frac{1}{E_\alpha - E_\gamma - \hbar\omega} = -\frac{1}{\hbar\omega} - \left(\frac{1}{\hbar\omega}\right)^2 (E_\alpha - E_\gamma) - \dots$$

On en déduit

$$\begin{aligned} \frac{\langle \alpha, N | \hat{V}_1 | \gamma, N \pm 1 \rangle}{E_{\alpha,N} - E_{\gamma,N+1}} &= -\frac{1}{\hbar\omega} \langle \alpha, N | \hat{V}_1 | \gamma, N \pm 1 \rangle \\ &- \frac{1}{\hbar^2 \omega^2} \sqrt{N+1} \underbrace{\langle \alpha | \hat{V}_1^e | \gamma \rangle}_{\langle \alpha | [\hat{H}_e, \hat{V}_1^e] | \gamma \rangle} (E_\alpha - E_\gamma) - \dots \end{aligned}$$

En faisant remonter les  $E_\alpha - E_\gamma$  au numérateur, on fait apparaître des commutateurs avec  $H_e$ , puis des relations de fermeture conduisant à l'élément de matrice entre  $\alpha$  et  $\beta$  d'opérateurs purement électroniques

## Structure du résultat final

$$\hat{H}_{\text{eff}}^N = (N+1)\hat{R} + N\hat{S} = N(\hat{R} + \hat{S}) + \hat{R}$$

$\hat{R}, \hat{S}$  : opérateurs électroniques ayant une expression explicite

### Terme proportionnels à N

Décrit les effets stimulés proportionnels au nombre N de photons incidents

Effets de la vibration de la charge et du spin dans le champ incident.

### Terme indépendant de N

Décrit les effets spontanés existant même en l'absence de tout photon incident (N=0)

Contribution du mode  $\omega$  aux corrections radiatives

### Avantages d'un traitement quantique

La distinction des termes en N+1 et N permet d'identifier les termes indépendants de N, c-à-d les effets spontanés.

# Énergies caractéristiques

$m c^2$  : énergie au repos de l'électron

$\hbar \omega$  : énergie du photon

$E_L$  : énergie de liaison de l'électron

Électron faiblement lié  $\rightarrow E_L \ll \hbar \omega$

$\mathcal{E}_v = \frac{q^2 \langle \hat{E}^2 \rangle}{2 m \omega^2}$  : énergie cinétique de vibration de l'électron  
dans le champ haute fréquence incident

Carré moyen de l'amplitude de vibration

$$\langle \delta x^2 \rangle = \frac{q^2 \langle \hat{E}^2 \rangle}{m^2 \omega^4}$$

# Interprétation physique des effets stimulés

Toute une série de termes apparaissent dans la partie  $N(R+S)$  de  $H_{\text{eff}}$  qui décrit les effets stimulés.

On ne garde que

- les termes linéaires en  $\mathcal{E}_v$
- les termes linéaires en  $E_L$
- les termes quadratiques en  $E_L$  prédominants

$$E_L^2 / m c^2 \quad \mathcal{E}_v E_L^2 / \hbar \omega$$

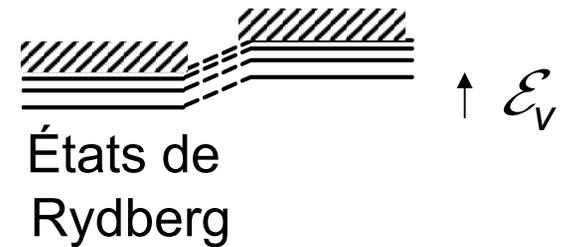
Nous ne donnerons pas ici l'expression de tous ces termes (voir références). Ils peuvent tous être interprétés semi classiquement. Nous passons en revue quelques unes de ces interprétations.

# Quelques effets stimulés

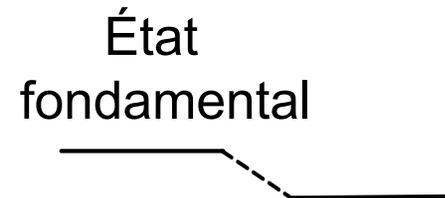
1 – Tous les niveaux de  $\mathcal{E}_N$  sont déplacés en bloc de  $\mathcal{E}_V$

L'électron faiblement lié vibre comme un électron libre dans le champ incident et acquiert une énergie cinétique de vibration qui s'ajoute à son énergie

Pour un atome, déplacement en bloc des états de Rydberg qui sont faiblement liés.



Par contre, pour l'état fondamental, f, l'excitation n'est pas haute fréquence et le déplacement est différent (négatif si  $\hbar\omega$  est plus petit que l'écart entre f et le 1er niveau excité).



Déplacement du seuil d'ionisation

## Quelques effets stimulés (suite)

2 - À l'énergie  $\mathcal{E}_v$  correspond une augmentation de masse

$$\delta m = \mathcal{E}_v / c^2$$

Interprétation simple de la correction à l'énergie cinétique.

$$\frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} \rightarrow \frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} - \frac{\delta m}{m} \frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} \simeq \frac{\vec{\pi}_0^2}{2(m + \delta m)}$$

3 - L'électron vibrant moyenne les champs statiques sur l'étendue de son mouvement de vibration. Par exemple,

$$\phi_0 \rightarrow \phi_0 + \delta \phi_0$$

$$\delta \phi_0 = \frac{q^2 \langle E^2 \rangle}{2m^2 \omega^4} (\vec{\varepsilon} \cdot \vec{\nabla}) (\vec{\varepsilon}^* \cdot \vec{\nabla}) \phi_0$$

$\vec{\varepsilon}$  : polarisation du champ incident

## Quelques effets stimulés (suite)

- 3 - Si la polarisation du champ hf est circulaire, l'électron effectue un mouvement circulaire à la fréquence  $\omega$ . Ce mouvement circulaire donne naissance à un moment magnétique qui se couple au champ statique  $B_0$ .
- 4 - La vibration angulaire du spin dans le champ hf diminue son moment magnétique effectif.  
Effet déjà étudié plus haut.
- 5 - La vibration à la fréquence  $\omega$  de l'électron dans le champ électrique de l'onde incidente donne naissance à un champ magnétique motionnel « rectifié » qui se couple au moment magnétique du spin.

# **EFFETS SPONTANÉS**

## Effets spontanés

$$\hat{R} = \underbrace{\frac{1}{2}(\hat{R} + \hat{S})}_{\hat{H}_{FV}} + \underbrace{\frac{1}{2}(\hat{R} - \hat{S})}_{\hat{H}_{RR}}$$

### Terme $H_{FV} = (R + S) / 2$

Même structure que le terme  $N(R+S)$  avec  $N$  remplacé par  $1/2$ .

Même interprétation que les effets stimulés, le champ réel incident étant remplacé par les fluctuations du vide.

(énergie  $\hbar\omega / 2$  par mode)

### Terme $H_{RR} = (R - S) / 2$

Effet de la réaction de rayonnement.

Interaction de l'électron avec son propre champ.

## Confirmation de l'interprétation de $H_R$

À partir de l'hamiltonien total, on peut écrire les équations de Heisenberg de l'électron et du champ.

L'équation de Heisenberg pour le mode  $\omega$  du champ est celle d'un oscillateur harmonique « piloté » par un terme source atomique.

L'intégration de cette équation donne pour le champ E:

$$\hat{E} = \hat{E}_{\text{vide}} + \hat{E}_{\text{source}}$$

Champ du vide  
Solution de l'équation  
homogène  
(sans terme source)

Champ des sources  
Solution de l'équation  
inhomogène  
(avec terme source)

## Équation pour l'électron

Fait intervenir le champ  $\mathbf{E}$  au point  $\mathbf{r}$  où se trouve l'électron. Les opérateurs de champ et les opérateurs électroniques commutent et peuvent être rangés dans n'importe quel ordre. On choisit l'ordre tel que les termes obtenus en remplaçant  $\mathbf{E}$  par  $\mathbf{E}_{\text{vide}} + \mathbf{E}_{\text{source}}$  soient séparément hermitiques et aient donc un sens physique (Réf. 3, p.18)

## Résultat

On trouve que la « force » agissant sur l'électron et associée à  $\mathbf{E}_{\text{vide}}$  a le même effet que celle déduite du terme  $H_{\text{FV}}$  obtenu plus haut. Cette force décrit donc bien l'effet des fluctuations du vide.

On trouve que la « force » agissant sur l'électron et associée à  $\mathbf{E}_{\text{source}}$  a le même effet que celle déduite du terme  $H_{\text{RR}}$  obtenu plus haut. Cette force décrit donc bien l'effet de la réaction de rayonnement.

## Autre argument en faveur de cette interprétation

$H_{FV}$  et  $H_{RR}$  peuvent être écrits sous la forme

$$\hat{H}_{FV} \propto \int d\omega C_v(\omega) \chi_e(\omega)$$

Fonction de corrélation  
du champ du vide

Susceptibilité  
de l'électron

Le champ du vide fluctue et polarise l'électron lié.  
Interaction des fluctuations du vide avec la polarisation  
qu'elles induisent sur l'électron lié.

$$\hat{H}_{RR} \propto \int d\omega \chi_v(\omega) C_e(\omega)$$

Susceptibilité  
du champ du vide

Fonction de corrélation  
de l'électron

Le dipôle de l'électron fluctue et « polarise » le champ,  
c'est-à-dire crée un champ avec lequel il interagit

## Corrections à l'énergie cinétique

$$\frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} \left[ 1 - \frac{(\delta m_{RR} + \delta m_{FV})}{m} \right] \simeq \frac{\vec{\pi}_0^2}{2(m + \delta m_{RR} + \delta m_{FV})}$$

$$\frac{\delta m_{FV}}{m} = \frac{\mathcal{E}_v}{m c^2} \quad \text{Vient de } \hat{H}_{FV}$$

$$\frac{\delta m_{RR}}{m} = \frac{4}{3} \frac{\mathcal{E}_v}{\hbar \omega} \quad \text{Vient de } \hat{H}_{RR}$$

$\delta m_{FV}$  : Correction de masse associée à l'énergie cinétique de vibration dans les fluctuations du vide.

$\delta m_{RR}$  : Masse électromagnétique (comme dans l'équation de Abraham - Lorentz). L'intégrale sur  $\omega$  de  $\delta m_{RR} c^2$  donne l'énergie du champ de Coulomb.

Dans le domaine non relativiste ( $\hbar\omega \ll mc^2$ ),  $\delta m_{RR} \gg \delta m_{FV}$  et la correction à l'énergie cinétique est principalement due à la réaction de rayonnement.

# Corrections à l'énergie potentielle

Proviennent de  $H_{FV}$  et décrivent une modification de  $\phi_0$

$$\delta\phi_0 = \frac{\mathcal{E}_v}{3m\omega^2} \Delta\phi_0 = \frac{1}{6} \langle \delta x^2 \rangle \Delta\phi_0$$

## Accord avec l'image de Welton pour le « Lamb shift ».

L'électron vibre dans les fluctuations du vide et moyenne le potentiel sur un volume fini  $\langle \delta x^2 \rangle^{3/2}$ .

$\delta\phi_0$  déplace différemment les états  $2s_{1/2}$  et  $2p_{1/2}$  de l'hydrogène [  $\Delta(1/r)$  est proportionnel à  $\delta(\mathbf{r})$  et seul l'état  $2s$  a une probabilité de présence non nulle en  $r=0$  ], alors que la correction due à  $\delta m_{RR}$  est la même pour ces 2 états.

**Le « Lamb shift » est donc dû aux fluctuations du vide.**

Intégrale sur  $\omega$  de  $\omega_m$  à  $\omega_M$  avec:  $\hbar\omega_m \ll Ry$   $\hbar\omega_M \ll mc^2$

$$\frac{\alpha}{\pi} \frac{\hbar^2}{m^2 c^2} \text{Log} \frac{\omega_M}{\omega_m} \Delta\phi_0(\vec{r})$$

## Taux d'émission spontanée

Il est possible aussi de calculer les contributions respectives des fluctuations du vide et de la réaction de rayonnement au taux  $R_a$  de variation d'énergie de l'atome dans l'état  $a$ , 0 photon.

$$R_a = \left\langle a, 0 \left| \frac{d}{dt} \hat{H}_{\text{atom}} \right| a, 0 \right\rangle$$

### Contribution de la réaction de rayonnement

On trouve la perte due au rayonnement d'une charge accélérée.

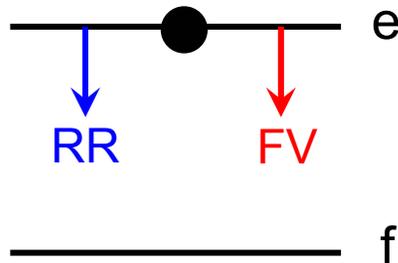
$-(R_a)_{RR}$  est proportionnel à  $\langle a | (\ddot{\vec{r}})^2 | a \rangle$   
valeur moyenne du carré de l'accélération dans l'état  $a$ .

### Contribution des fluctuations du vide

On trouve que  $(R_a)_{FV}$  est associé aux changements d'énergie dus aux transitions induites par le champ fluctuant du vide de l'état  $a$  vers les autres états atomiques  $b$ .

## Cas d'un atome à 2 niveaux f, e

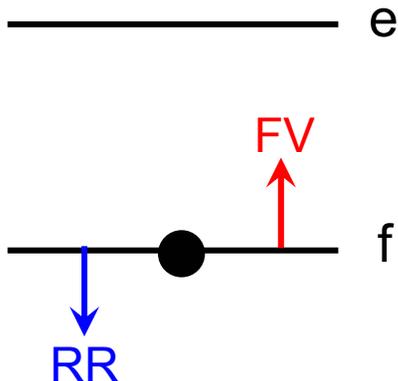
### Résultat obtenu pour $R_e$



On trouve que :  $(R_e)_{FV} = (R_e)_{RR} = R_e / 2$

Ceci explique pourquoi le calcul de  $R_e$  fait en ne considérant qu'un seul effet donne un résultat 2 fois trop petit

### Résultat obtenu pour $R_f$



On trouve que :  $(R_f)_{FV} = -(R_f)_{RR}$

$$\Rightarrow R_f = 0$$

Les 2 taux se compensent pour donner un état fondamental stable

(voir aussi V. Fain et Y. Khanin)

# Moment magnétique de spin

## Corrections dues aux fluctuations du vide

$$-\frac{q\hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0 \rightarrow -\frac{q\hbar}{2m} \left[ 1 - \frac{5}{3} \frac{\mathcal{E}_v}{m c^2} \right] \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0$$

Diminution du magnétisme de spin. La charge de l'électron ne modifie pas le signe de l'effet discuté plus haut (atome neutre).

## Corrections dues à la réaction de rayonnement

$$-\mathcal{E}_v \frac{\hbar \omega}{3m c^2} (\vec{\sigma})^2$$

Comme  $(\sigma)^2=3$ , pas de changement du magnétisme du spin.

## Dépendance en $1/c^2$ des diverses corrections

Toutes les corrections pour le spin (aussi bien RR que FV) sont d'ordre 1 en  $1/c^2$ . Pour la particule chargée, la correction  $\delta m_{RR}$  est d'ordre 0 en  $1/c$  (terme en  $\mathcal{E}_v / \hbar \omega$ ).

Dans le domaine non relativiste, une charge électrique est plus couplée à son propre champ qu'un moment magnétique.

# Niveaux d'énergie d'un électron dans un champ magnétique uniforme (sans corrections radiatives)

$$\hat{H}_e = \frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} - \frac{q\hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0$$

Niveaux de Landau  
Fréquence cyclotron  $\omega_C$

$$\omega_C = \frac{|q|B_0}{m}$$

Niveaux de spin  
Fréquence de Larmor  $\omega_L$

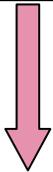
$$\omega_L = g \frac{|q|B_0}{2m}$$

$$g = 2 \rightarrow \omega_C = \omega_L$$

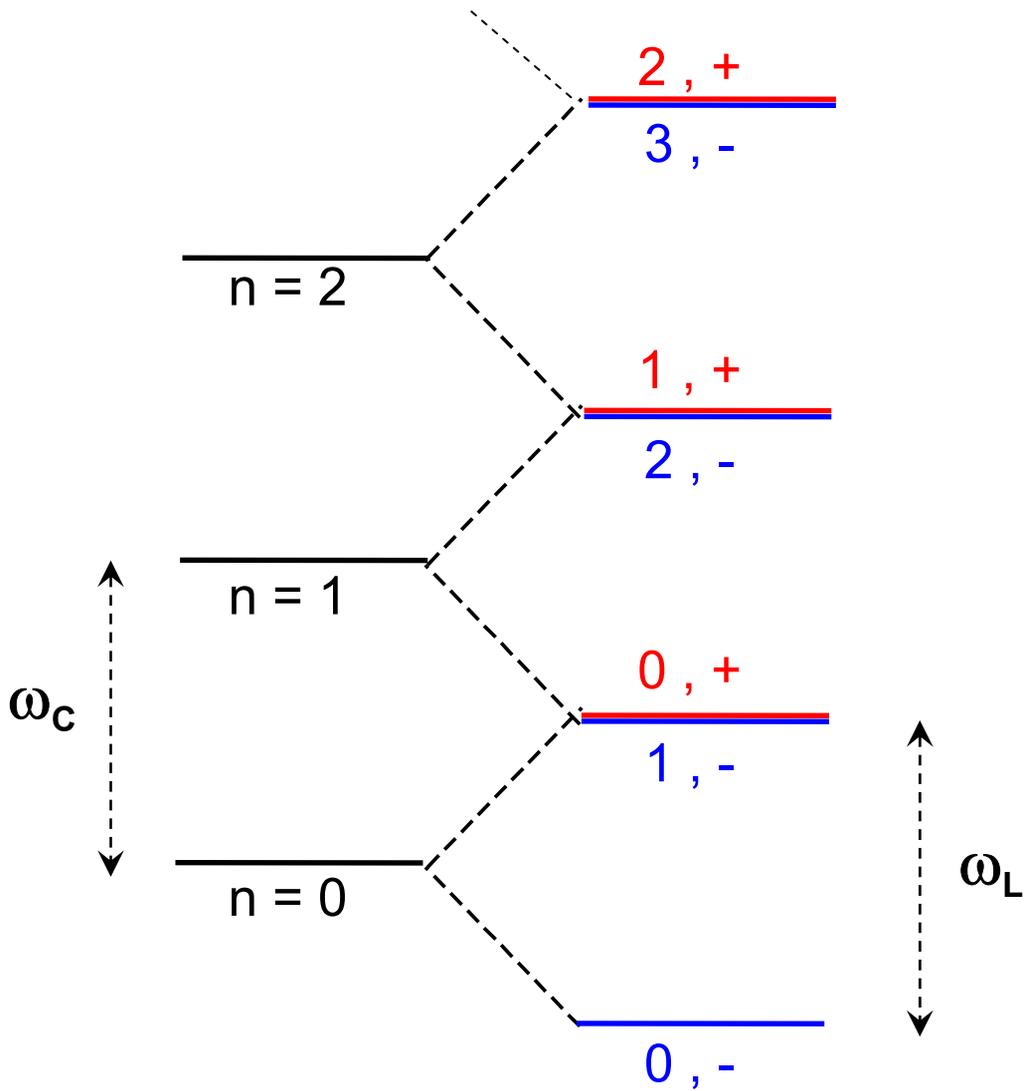
L'écart entre niveaux de Landau est égal à l'écart entre niveaux de spin.

# Diagramme d'énergie

$$\omega_C = \omega_L$$



Dégénérescence  
entre  
 $n, +$  et  $n+1, -$



# Corrections radiatives

$$\frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} \rightarrow \frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} \left[ 1 - \frac{4}{3} \frac{\mathcal{E}_V}{\hbar\omega} - \frac{\mathcal{E}_V}{mc^2} \right]$$

$$-\frac{q\hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0 \rightarrow -\frac{q\hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0 \left[ 1 - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RR}}}{0} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{FV}}}{\frac{5}{3} \frac{\mathcal{E}_V}{mc^2}} \right]$$

## Modification de $\omega_C$ et $\omega_L$

$$\omega_C \rightarrow \omega_C \left[ 1 - \frac{4}{3} \frac{\mathcal{E}_V}{\hbar\omega} - \frac{\mathcal{E}_V}{mc^2} \right]$$

$$\omega_L \rightarrow \omega_L \left[ 1 - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RR}}}{0} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{FV}}}{\frac{5}{3} \frac{\mathcal{E}_V}{mc^2}} \right]$$

## Signe positif de g-2

Les déterminations les plus précises de g (faites par l'équipe de H. Dehmelt sur un électron unique piégé) consistent à mesurer  $\omega_C$  et  $\omega_L$  et à en déduire:

$$g = 2 \frac{\omega_L}{\omega_C}$$

À l'ordre le plus bas en  $1/c$  (ordre 0), les corrections radiatives n'affectent que  $\omega_C$ . Il apparaît une réduction de  $\omega_C$  due à une augmentation de masse en  $\mathcal{E}_v / \hbar\omega$  associée à la réaction de rayonnement. La réduction de  $\omega_L$  est beaucoup plus faible. Elle est due aux fluctuations du vide et n'apparaît qu'à l'ordre 2 en  $1/c$ .

Le signe positif de g-2 est donc dû au fait que  $\omega_C$  est plus réduit que  $\omega_L$ . La réaction de rayonnement ralentit le mouvement de la charge et n'affecte pas le spin.

## Calcul plus précis

utilisant toujours la méthode de l'hamiltonien effectif, mais

- incluant les effets relativistes dans les états intermédiaires (pas de restriction sur  $\hbar\omega/mc^2$ ).
- incluant les effets à plusieurs particules (création de paires).

On obtient (voir réf.4 p.18):

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \frac{\vec{\pi}_0^2}{2m} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{x_M} \eta(x) dx \right]$$

$$- \frac{q\hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0 \left[ 1 - \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{x_M} \zeta(x) dx \right]$$

$$\alpha = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad x = \frac{\hbar\omega}{mc^2} \quad x_M = \frac{\hbar\omega_M}{mc^2} \quad \text{coupure}$$

La théorie élémentaire précédente donne les développements de  $\eta(x)$  et  $\zeta(x)$  en puissances de  $x$  (ordre 0 et 2 en  $1/c$ )

## Calcul plus précis (suite)

Exprimons  $H_{\text{eff}}$  en fonction de la masse renormalisée:

$$m^* = m \left[ 1 + \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{x_M} \eta(x) dx \right]$$

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \frac{\vec{\pi}_0^2}{2m^*} - \frac{q\hbar}{2m^*} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_0 \left[ 1 + \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{x_M} [\eta(x) - \zeta(x)] dx \right]$$

On en déduit:

$$g = 2(1 + a_e)$$

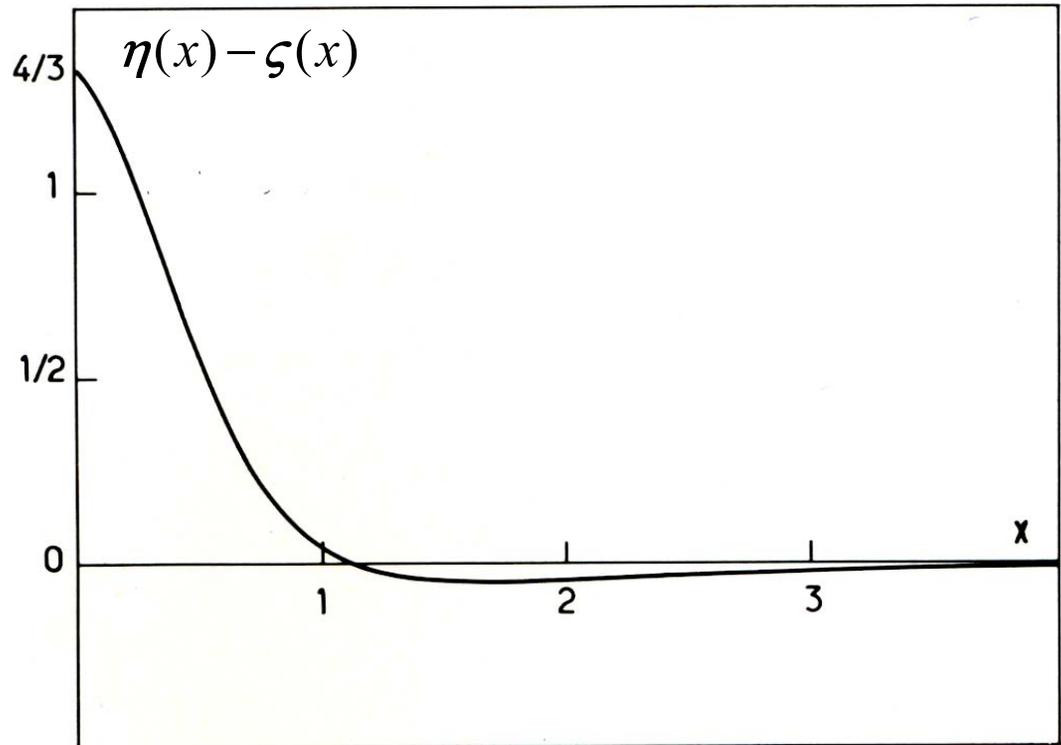
où « l'anomalie »  $a_e = (g-2)/2$  peut être écrite:

$$a_e = \frac{\alpha}{\pi} \underbrace{\int_0^{x_M} [\eta(x) - \zeta(x)] dx}_{\substack{\text{Intégrale convergente} \\ \text{tendant vers } 1/2 \text{ quand } x_M \rightarrow \infty}}$$

On retrouve bien le résultat  $a_e = \alpha / 2\pi$  de l'électrodynamique quantique.

## Calcul plus précis (suite)

Cette courbe donne la dépendance en fréquence de la contribution à  $g-2$  des divers modes du champ de rayonnement.



L'essentiel de l'intégrale provient de la zone  $x < 1$ , c'est à dire de  $\hbar\omega < mc^2$ . L'analyse précédente (aux ordres les plus bas en  $1/c^2$ ) donne donc une bonne image physique.

# Conclusion pour les corrections radiatives

Possibilité de séparer clairement les contributions

- des fluctuations du vide
- de la réaction de rayonnement

Description des corrections radiatives en termes d'images physiques simples:

- vibration de la charge et du spin dans les fluctuations du vide.
- inertie électromagnétique ralentissant le mouvement de la charge.

Le déplacement de Lamb est essentiellement dû aux fluctuations du vide alors que  $g-2$  est surtout dû à la réaction de rayonnement.

Un calcul complètement relativiste ne change pas radicalement les conclusions précédentes.

04.11.03

## **Cours 5**

# **PROCESSUS MULTIPHOTONIQUES**

# Processus multiphotoniques

Processus impliquant non pas un mais plusieurs photons. Nécessitent plusieurs interactions atome – champ et n'apparaissent donc pas à l'ordre le plus bas de la théorie des perturbations.

## Exemples

Passage de l'atome d'un niveau a à un niveau b par absorption (ou émission), non pas d'un, mais de plusieurs photons, avec conservation globale de l'énergie, du moment cinétique et de l'impulsion.

Non linéarités dans la réponse d'un atome à un champ, donnant naissance à des susceptibilités non linéaires.

**Optique non linéaire**

## Importance de ces processus

- Apparaissent dans tous les domaines de fréquence.
- Systèmes modèles simples pour illustrer le traitement des effets d'ordre supérieur en mécanique quantique.
- Stimulation pour développer des traitements non perturbatifs.
- Très vaste champ d'applications pratiques: utilisation des effets non linéaires pour
  - générer des nouvelles fréquences
  - coupler des ondes entre elles
  - guider des ondes
  - corriger des distorsions de phase

## 2 types de problèmes à résoudre

### 1 – Étude microscopique du processus multiphotonique

(à l'échelle atomique)

- Amplitude de transition
- Caractéristiques de la résonance
- Susceptibilités non linéaires

### 2 – Étude de la propagation dans un milieu matériel

Par exemple, comment les ondes nouvelles générées de manière non linéaire par chaque atome se propagent-elles dans un milieu matériel constitué de plusieurs atomes?

- Accord de phase
- Auto - focalisation
- Équations de Bloch - Maxwell

Ici, on insistera surtout sur le problème 1.

# Plan

Bref historique

## **Processus multiphotoniques dans le domaine RF**

Premières observations expérimentales  
Importance des lois de conservation  
Élargissement et déplacement radiatifs

## **Processus multiphotoniques optiques entre états discrets**

Effets nouveaux par rapport au domaine RF  
Conservation de l'impulsion. Diagrammes énergie impulsion  
Transitions à 2 photons sans effet Doppler  
Absorption saturée

Suite de cette étude au cours 6

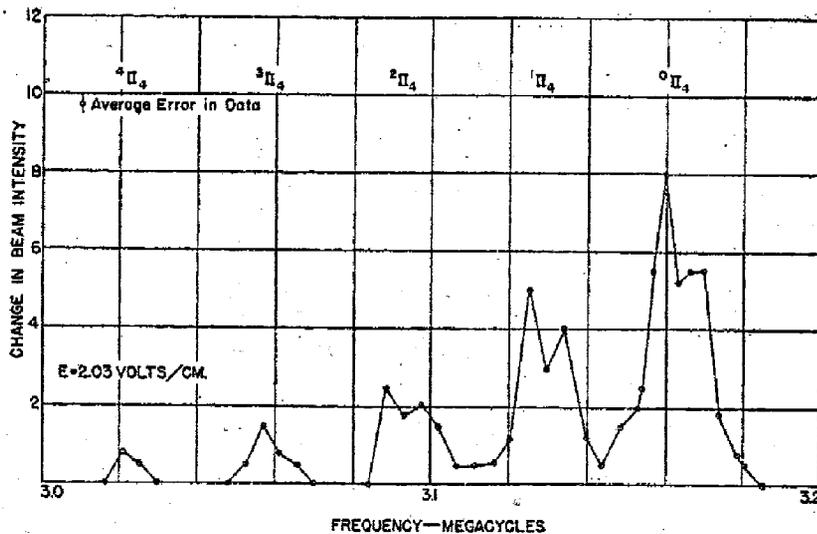
# Les premiers travaux

## Théoriques

M. Göppert Mayer, Ann. Phys. (Leipzig), 9, 273 (1931)

## Expérimentaux

V. Hughes, L. Grabner, Phys. Rev. 79, 314 et 829 (1950)



Spectre RF de molécules RbF (résonance électrique sur un jet moléculaire).

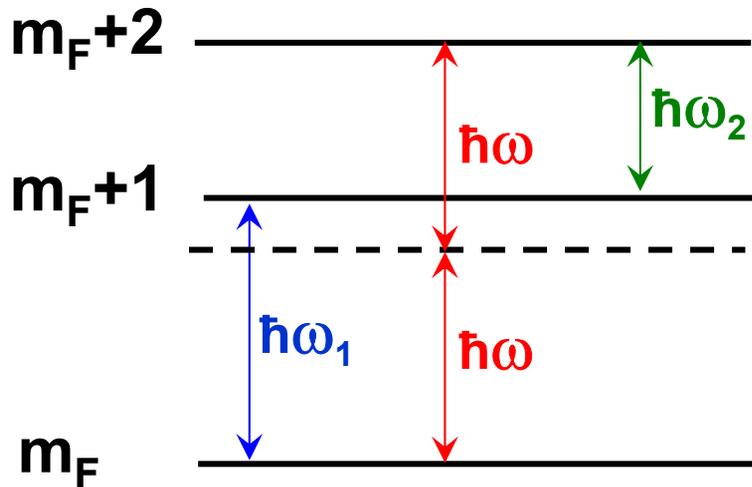
Observation d'un groupe de raies non prévues et que les auteurs essaient d'expliquer en termes de transitions à 2 photons.

Observation à l'ENS de transitions à plusieurs photons sur des atomes de sodium pompés optiquement (thèses de B. Cagnac et J.M. Winter). Travaux décrits plus loin.

# **PROCESSUS MULTIPHOTONIQUES DANS LE DOMAINE DES RADIOFRÉQUENCES**

# Transition à 2 photons entre 2 sous niveaux Zeeman $m_F$ et $m_F+2$

Sous niveaux non équidistants à cause de l'effet Paschen Back



## Transitions à 1 photon

$$E_{m_F+1} - E_{m_F} = \hbar\omega_1$$

$$E_{m_F+2} - E_{m_F+1} = \hbar\omega_2$$

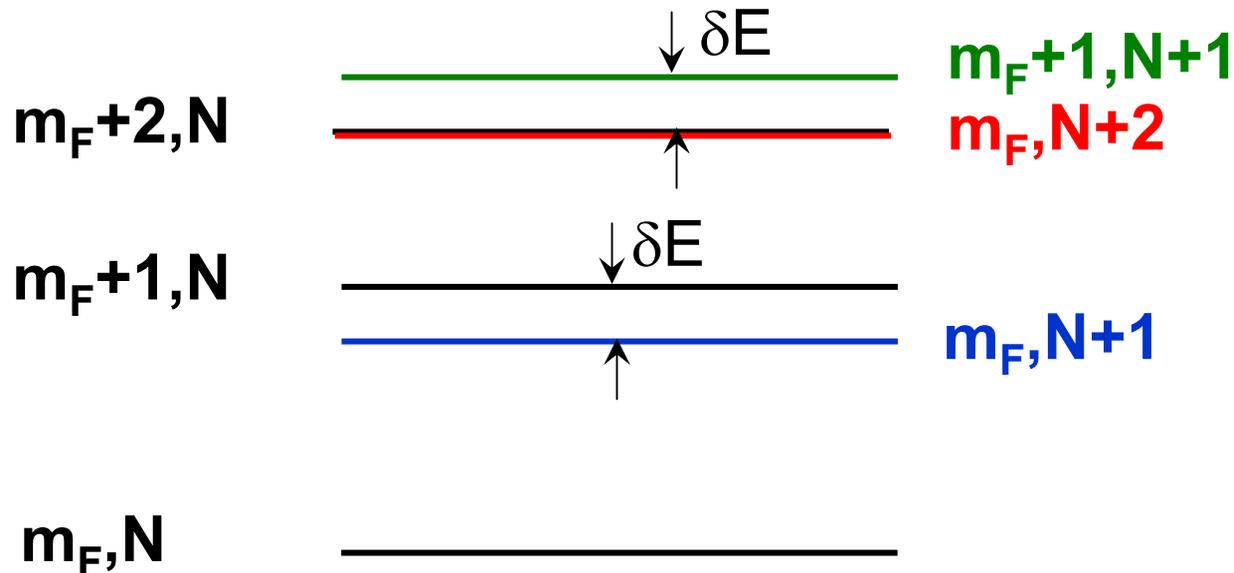
## Transition à 2 photons

- Conservation de l'énergie  $E_{m_F+2} - E_{m_F} = 2\hbar\omega$
- Conservation du moment cinétique (photons RF de polarisation  $\sigma_+$ )

$$(m_F + 2)\hbar - m_F\hbar = \hbar + \hbar$$

# Quelques niveaux du système atome +photons RF

- Atome dans  $m_F, m_F+1, m_F+2$  en présence de  $N$  photons  
Même écart entre niveaux que sur la figure précédente.
- Atome dans  $m_F$  en présence de  $N+1$  photons  
Même position que le niveau en pointillé sur la figure précédente.
- Atome dans  $m_F$  en présence de  $N+2$  photons  
Même énergie que le niveau atome dans  $m_F+2$  en présence de  $N$  photons
- Atome dans  $m_{F+1}$  en présence de  $N+1$  photons  
Même écart  $\delta E$  entre  $m_F+1, N=+1$  et  $m_F, N+2$  qu'entre  $m_F+1, N$  et  $m_F, N+1$



## Signification de la ligne en pointillés de la figure p. 5-8

Ce n'est pas un « niveau virtuel ».

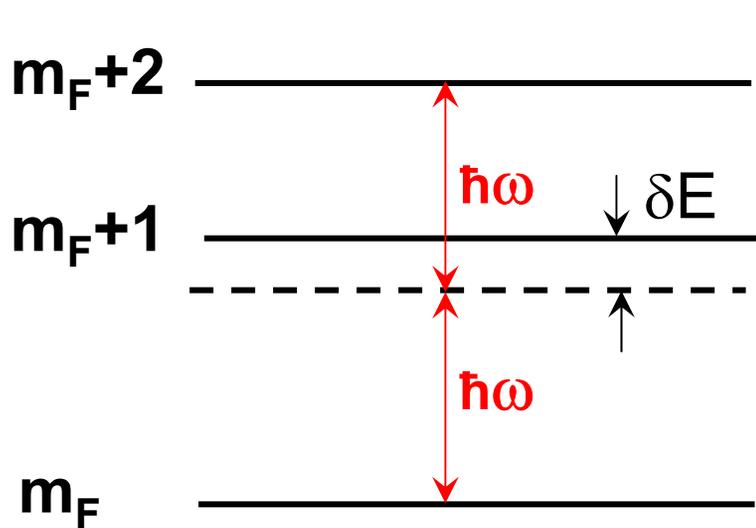
C'est un niveau  $m_F, N+1$  du système spin+photons RF.

L'écart  $\delta E$  entre les lignes en traits pleins et pointillés de la figure p. 5-8 est donc égal à l'écart entre  $m_F, N+1$  et  $m_F+1, N$ , ou encore entre  $m_F, N+2$  et  $m_F+1, N+1$ .

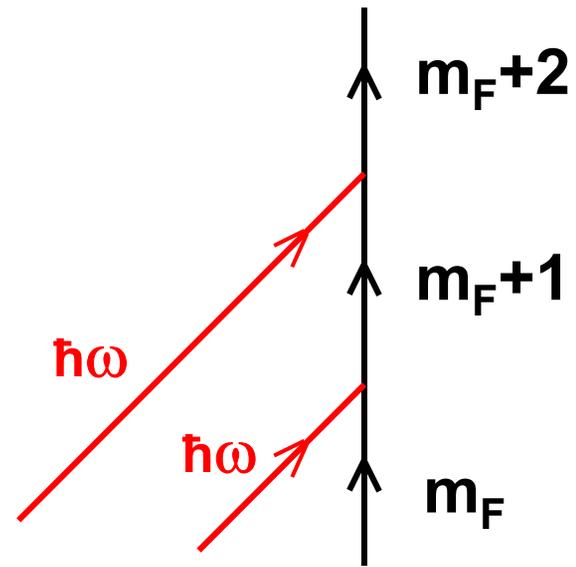
L'atome dans  $m_F$  en présence de  $N+2$  photons ne peut aller directement dans  $m_F+2, N$ . Il doit d'abord absorber un photon et aller dans  $m_F+1, N+1$ . Le système effectue donc une transition vers cet état intermédiaire, transition dite « virtuelle » à cause du défaut d'énergie  $\delta E$ .

La durée de cette transition virtuelle est de l'ordre de  $\hbar/\delta E$ .

# Les 2 représentations diagrammatiques



(1)



(2)

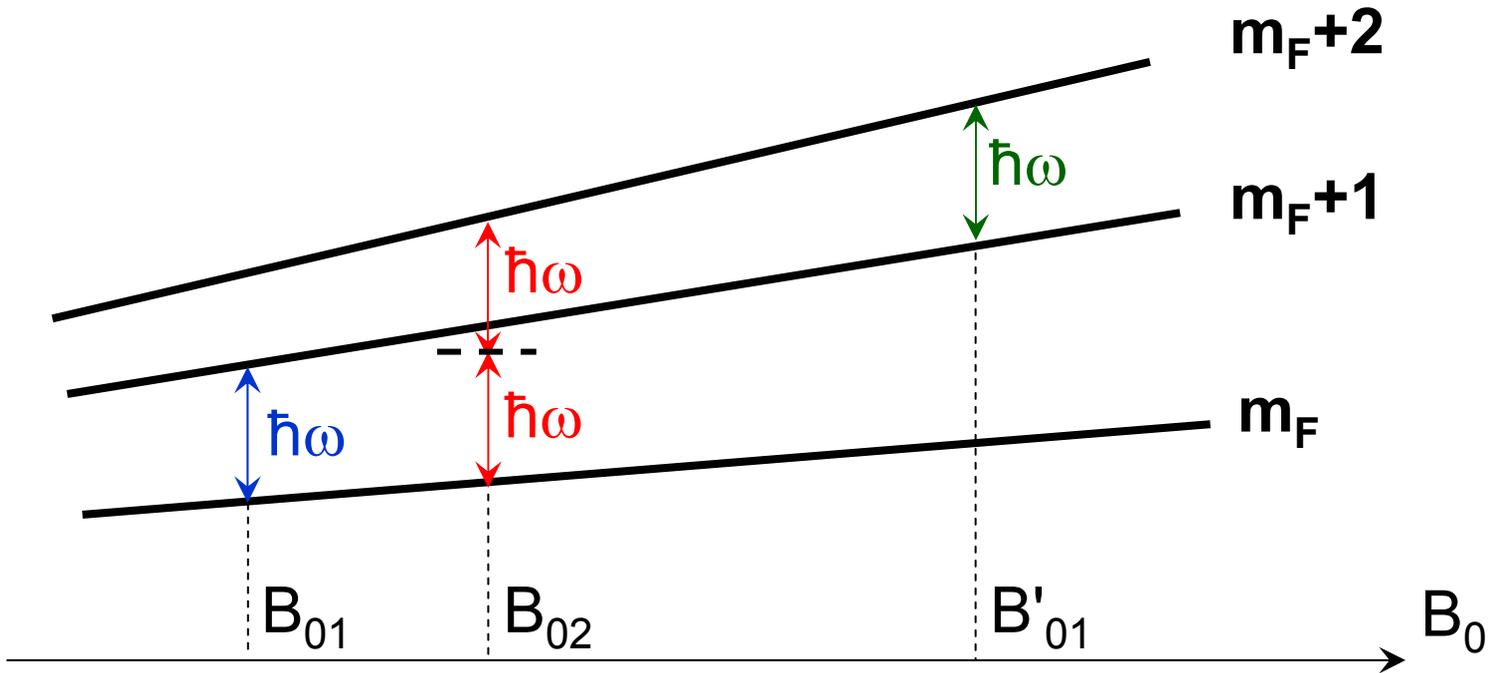
## Avantages de (1)

Fait apparaître clairement le défaut d'énergie  $\delta E$  dans l'état intermédiaire

## Avantages de (2)

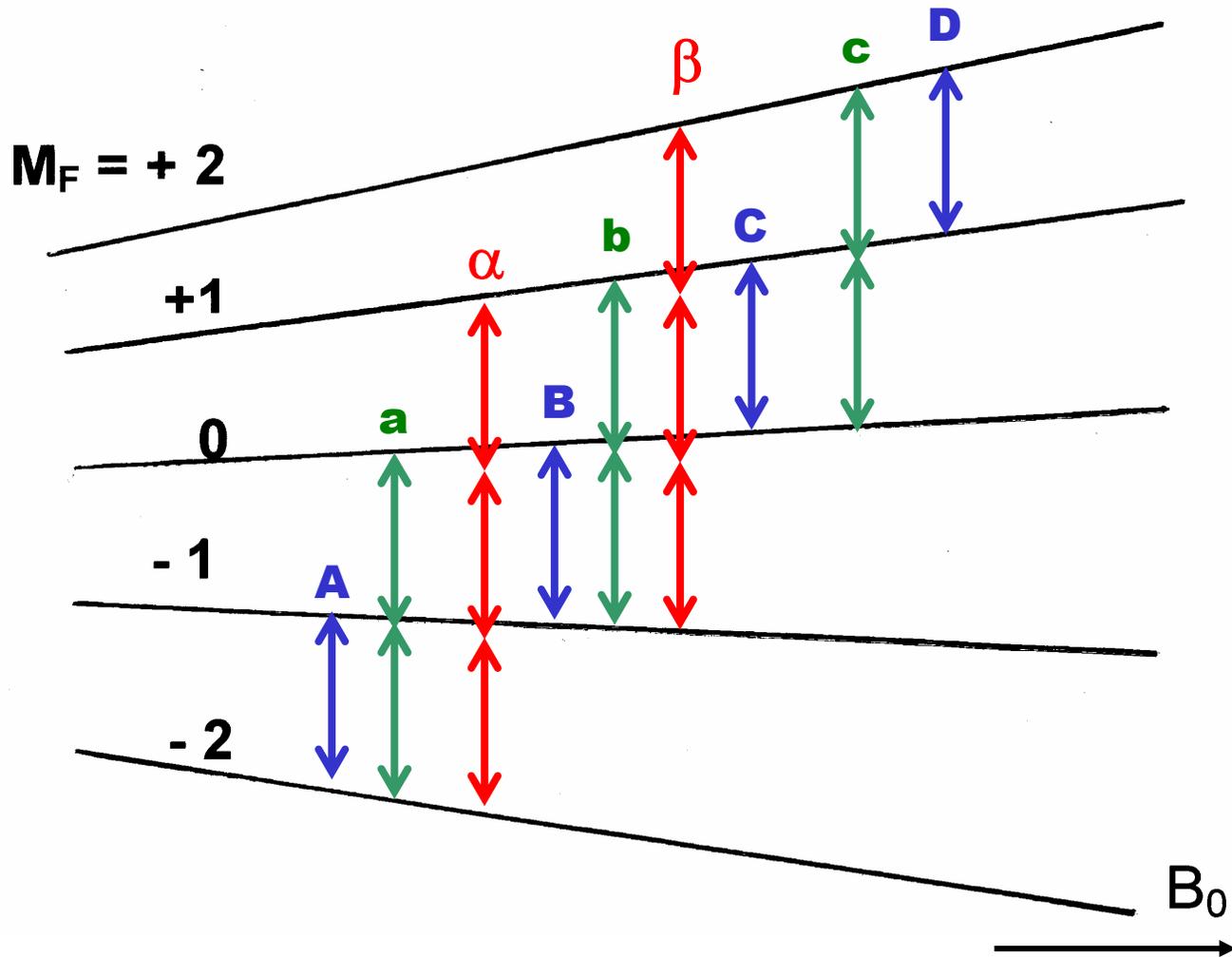
Fait apparaître clairement quel est l'état intermédiaire.

## Description des résonances pour $\omega$ fixe et $B_0$ variable



La résonance à 2 photons  $m_F \rightarrow m_F+2$  apparaît à une valeur  $B_{02}$  du champ intermédiaire entre les valeurs  $B_{01}$  et  $B'_{01}$  du champ où apparaissent les résonances à 1 photon  $m_F \rightarrow m_F+1$  et  $m_F+1 \rightarrow m_F+2$ .

# Cas du niveau hyperfin $F=2$ de l'état fondamental de l'atome de sodium



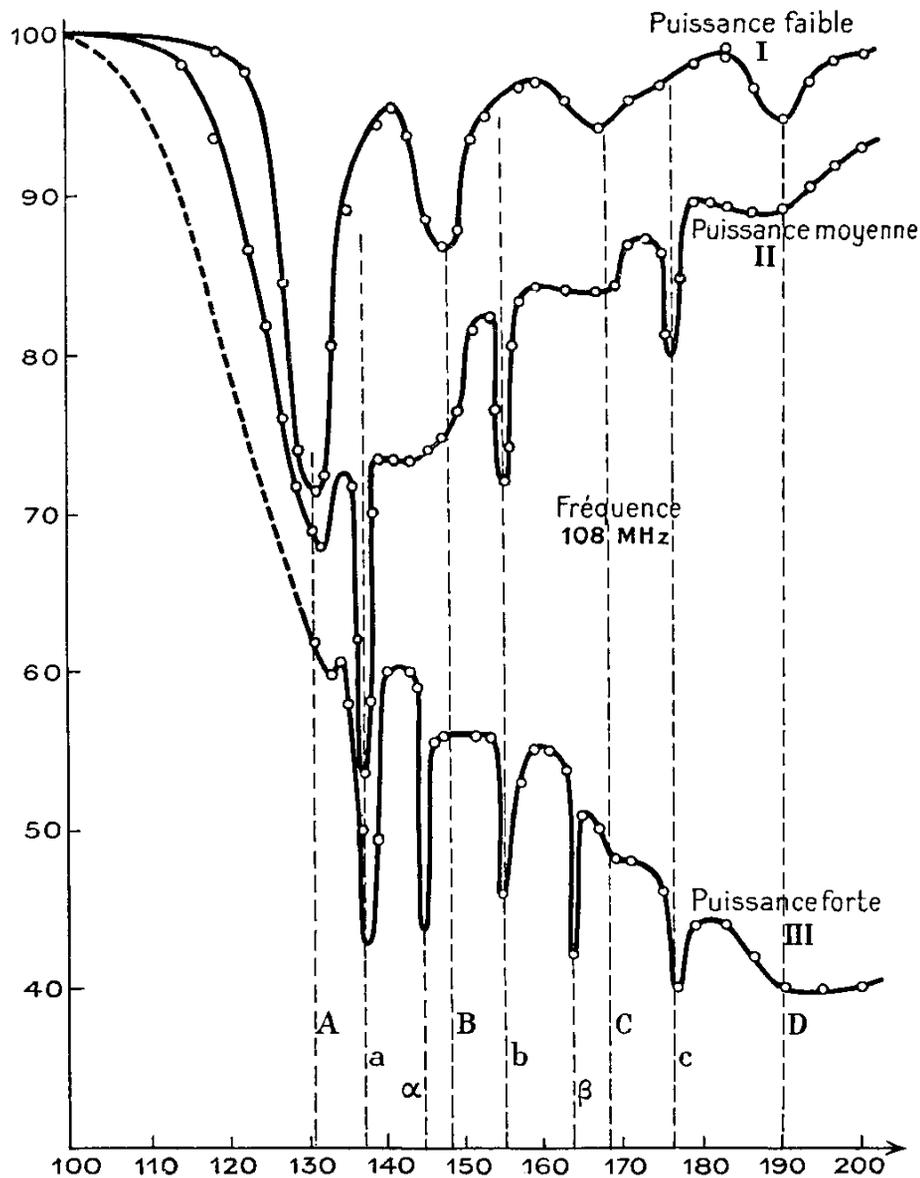
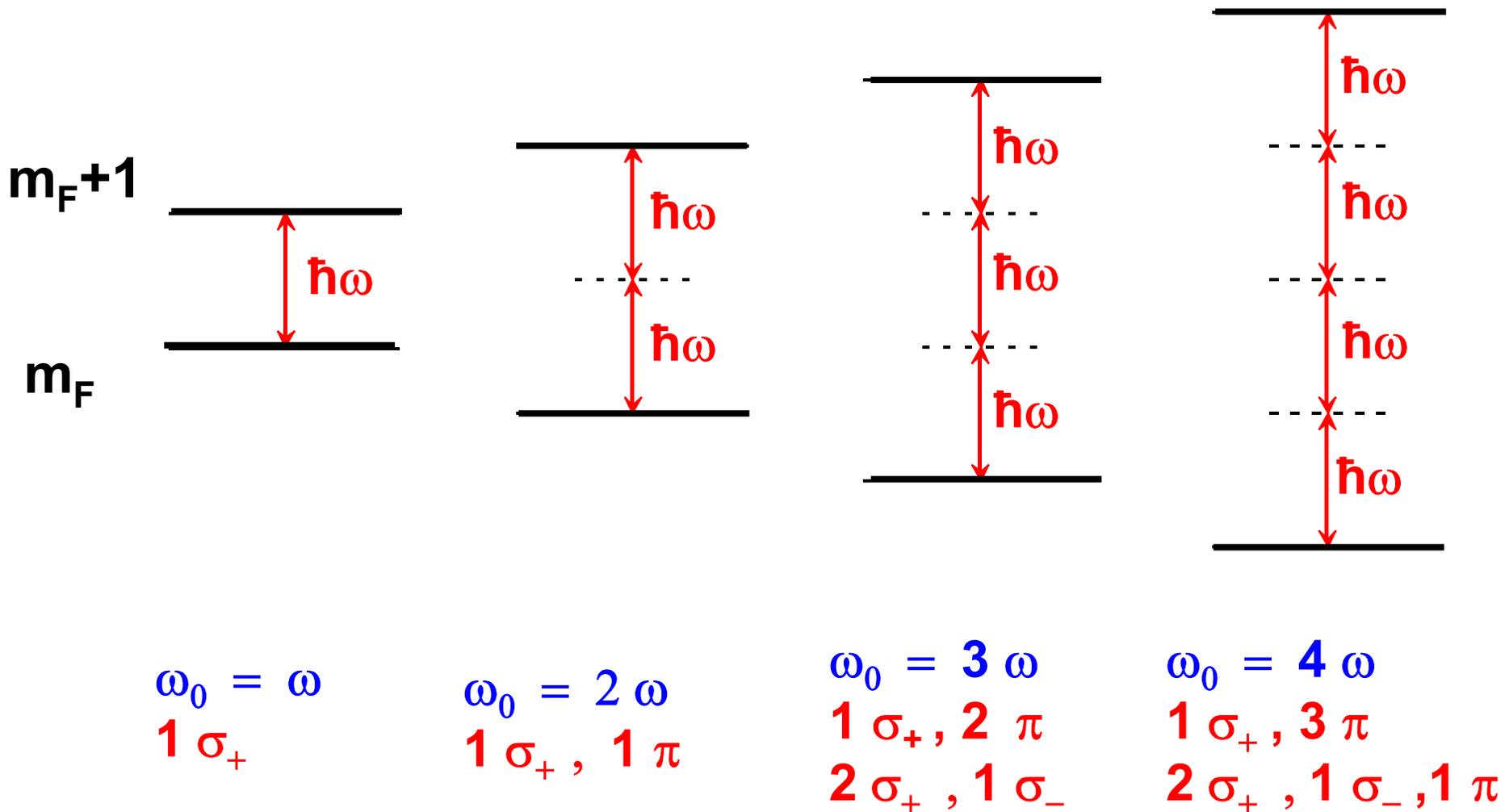


FIG. 10. — Orientation produite par de la lumière circulaire gauche  $\sigma^-$ . En abscisse, champ magnétique  $H$  en Gs ; en ordonnée, variation relative  $\rho$  du signal d'orientation.

**Première observation expérimentale claire des transitions à plusieurs photons RF**

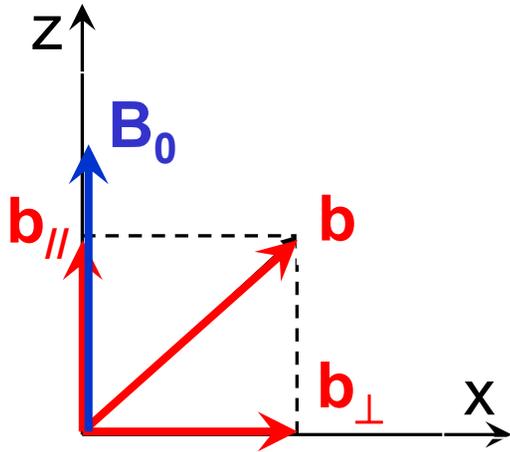
J. Brossel, B.Cagnac, A.Kastler  
 Compt. Rend. Acad. Sci.  
**237,984** (1953)  
 J.Phys.Rad. **15,6** (1954)

# Transitions à plusieurs photons entre $m_F$ et $m_F+1$



$\hbar\omega_0$  = écart d'énergie entre  $m_F+1$  et  $m_F$

# Conservation du moment cinétique global



$\mathbf{B}_0$  : champ statique  
 $\mathbf{b}$  : champ RF

- Pour les photons associés à la composante  $\mathbf{b}_{//}$  du champ RF  $\mathbf{b}$  parallèle au champ statique  $\mathbf{B}_0$   
 $J_z = 0$
- Pour les photons associés à la composante  $\mathbf{b}_{\perp}$  du champ RF  $\mathbf{b}$  perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$   
 $J_z = +\hbar$  ou  $-\hbar$

Si le champ RF  $\mathbf{b}$  est oblique par rapport à  $\mathbf{B}_0$ , toutes les valeurs de  $J_z$  ( $0, +\hbar, -\hbar$ ) sont possibles pour les photons RF.

Si le champ RF  $\mathbf{b}$  est perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ , seules les valeurs  $+\hbar$  et  $-\hbar$  sont possibles. Pour augmenter le  $J_z$  de l'atome de  $+\hbar$  dans une transition  $m_F \rightarrow m_F+1$ , il faut alors un nombre impair de photons:  $(n+1)\sigma_+$  et  $n\sigma_-$  avec  $n=0,1,2,\dots$

# Observation des transitions à plusieurs photons entre $m_F$ et $m_F+1$ (champ RF oblique par rapport à $B_0$ )

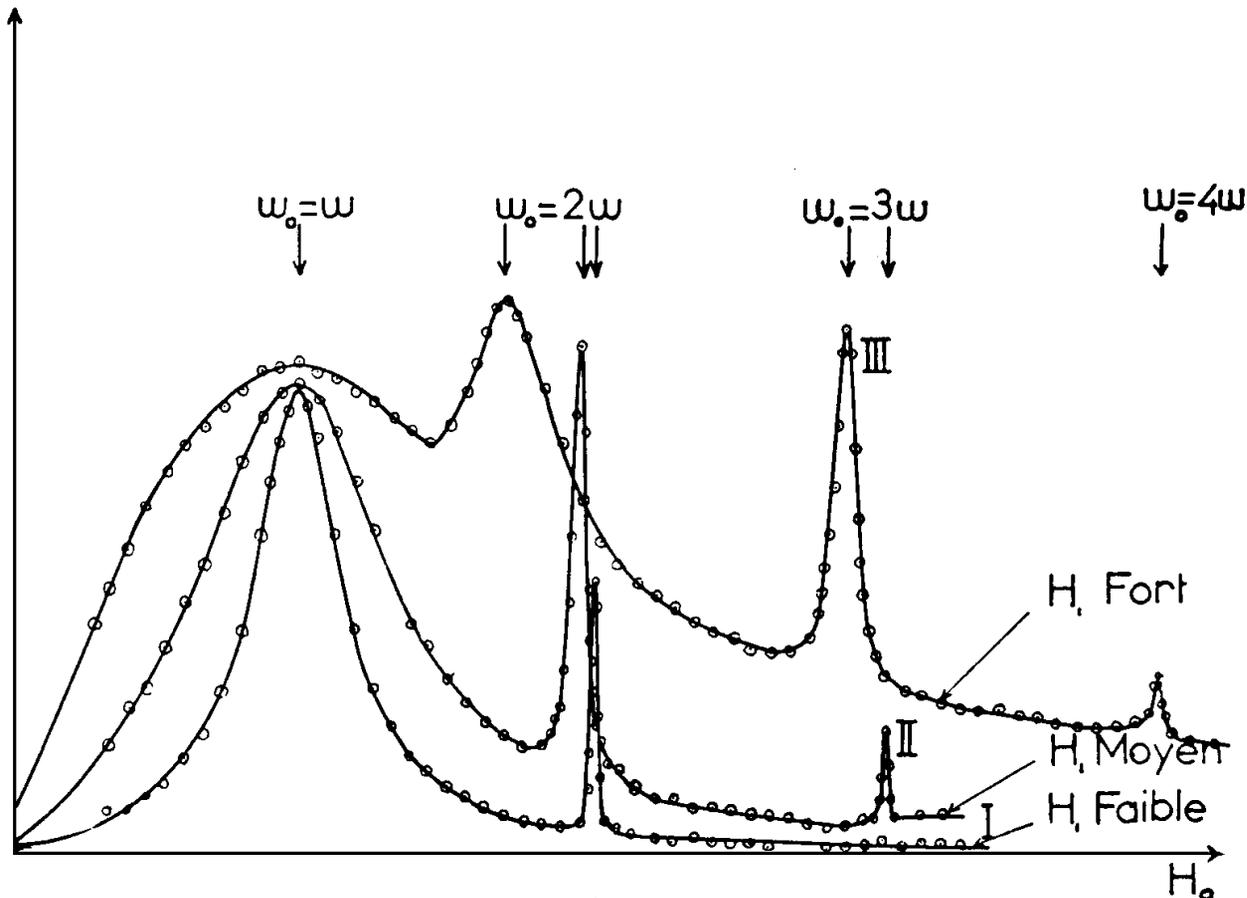
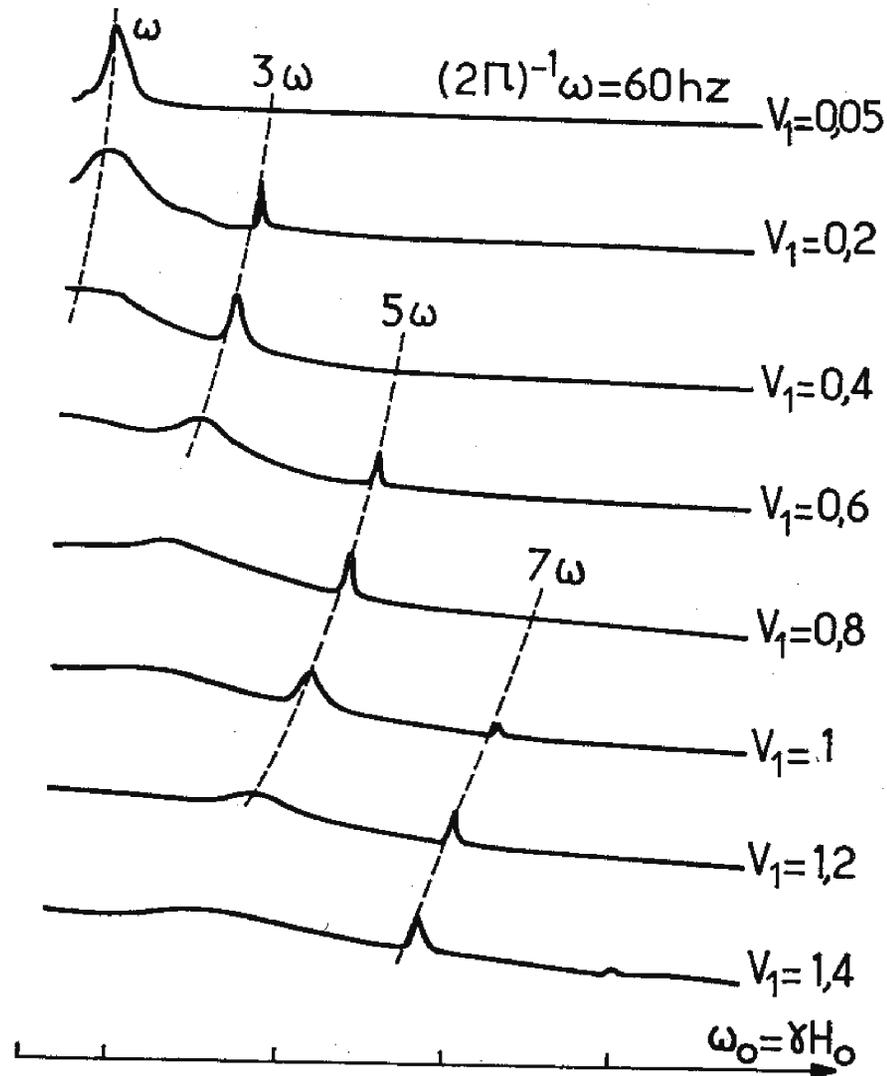


Fig. 2.

J. Margerie, J. Brossel, *Compt. Rend. Acad. Sci.* **241**, 373 (1955)  
J. Winter, *Compt. Rend. Acad. Sci.* **241**, 375 (1955)

# Transitions à plusieurs photons entre $m_F$ et $m_F+1$ (champ RF perpendiculaire à $B_0$ )



Atomes  $^{199}\text{Hg}$

S. Haroche,  
Thèse  
de 3<sup>ème</sup> cycle,  
Paris (1966)

# Déplacement et élargissement radiatifs des transitions multiphotoniques

Apparaissent clairement sur les courbes expérimentales.

Bien que non nécessaire, un traitement quantique du champ RF permet des calculs plus simples, car l'hamiltonien du système global atome+photons RF est indépendant du temps.

Possibilité d'introduire des vrais niveaux d'énergie et d'utiliser la théorie des perturbations indépendantes du temps.

Niveaux d'énergie de l'atome « habillé » par les photons.

Dans ce point de vue, les résonances multiphotoniques apparaissent associées à des « anticroisements » de niveaux.

Compréhension qualitative de la déformation du diagramme d'énergie aux intensités très élevées.

# Niveaux du système global atome+photons

## Niveaux initial et final de la transition à p photons

$$|\alpha\rangle = |a, N + p\rangle \quad |\beta\rangle = |b, N\rangle$$

Conservation de l'énergie :  $E_a + p\hbar\omega = E_b$

$$\rightarrow E_\alpha = E_\beta = E_0$$

Les 2 états, initial et final, du système global ont la même énergie  $E_0$  quand  $\omega$  (ou  $B_0$ ) a la valeur correspondant à la résonance à p photons.

## Niveaux intermédiaires

$$|\gamma\rangle = |c, N'\rangle$$

En général,  $E_\gamma \neq E_\alpha, E_\beta$

Multiplicité  $\{|\alpha\rangle, |\beta\rangle\}$  du système global bien isolée des autres états  $|\gamma\rangle$  de ce système.

# Amplitude de transition

$$\langle b, N | \hat{U}(t) | a, N + p \rangle = \langle \beta | \hat{U}(t) | \alpha \rangle \quad \hat{U}(t) : \text{opérateur d'évolution}$$

Pour  $t > 0$ , on peut montrer que (voir P.I. Chap. III A):

$$\hat{U}_{\beta\alpha}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_+} dz e^{-izt/\hbar} \hat{G}_{\beta\alpha}(z)$$

$$\hat{G}(z) = \frac{1}{z - \hat{H}} \quad \text{Résolvante}$$



Le sous-espace  $\mathcal{E}_0 = \{|\alpha\rangle, |\beta\rangle\}$  est bien isolé (pas de résonance intermédiaire). Il s'agit de calculer la restriction de  $G(z)$  à  $\mathcal{E}_0$ .

$$\hat{P} \hat{G}(z) \hat{P} \quad \hat{P} = |\alpha\rangle\langle\alpha| + |\beta\rangle\langle\beta|$$

Un tel calcul peut être fait (voir P.I. Chap. III B)

## Résultat obtenu pour $\hat{P} \hat{G}(z) \hat{P}$

$$\hat{P} \hat{G}(z) \hat{P} = \frac{\hat{P}}{z - \hat{P} \hat{H}_0 \hat{P} - \hat{P} \hat{R}(z) \hat{P}}$$

$$\hat{R}(z) = \hat{V} + \hat{V} \frac{\hat{Q}}{z - \hat{Q} \hat{H}_0 \hat{Q} - \hat{Q} \hat{V} \hat{Q}} \hat{V} \quad \hat{Q} = \hat{1} - \hat{P}$$

Développement de  $R(z)$  en puissances de  $V$

$$\hat{R}(z) = \hat{V} + \hat{V} \frac{\hat{Q}}{z - \hat{H}_0} \hat{V} + \hat{V} \frac{\hat{Q}}{z - \hat{H}_0} \hat{V} \frac{\hat{Q}}{z - \hat{H}_0} \hat{V} + \dots$$

Éléments de matrice de  $R(z)$  : produits d'éléments de matrice de  $V$  et de dénominateurs d'énergie relatifs aux états intermédiaires, tous ces états n'appartenant pas à  $\mathcal{E}_0$  et étant loin des états de  $\mathcal{E}_0$

Si l'on pouvait négliger la dépendance en  $z$  de  $\hat{R}(z)$ ,  $\hat{P} \hat{H}_0 \hat{P} + \hat{P} \hat{R}(z) \hat{P}$  aurait la signification d'un hamiltonien effectif à l'intérieur de  $\mathcal{E}_0$ .

## Approximation

$PG(z)P$  a des pôles situés aux valeurs propres de  $H$  et prend donc des valeurs très importantes au voisinage des valeurs propres des états perturbés associés aux états  $\alpha$  et  $\beta$  de la transition multiphotonique, d'énergies  $E_\alpha = E_\beta = E_0$

Comme toutes les autres valeurs propres  $E_\gamma$  de  $H_0$  sont très éloignées,  $PR(z)P$  varie très peu avec  $z$  au voisinage de  $z = E_0 + i\varepsilon$ , puisque tous les dénominateurs d'énergie, de l'ordre de  $E_0 - E_\gamma$ , sont alors très grands.

On peut donc, dans l'expression de  $G(z)$ , remplacer  $PR(z)P$  par:

$$\hat{P} \hat{R}(E_0 + i\varepsilon) \hat{P} = \hat{R}$$

ce qui donne finalement

$$\hat{P} \hat{G}(z) \hat{P} \simeq \frac{\hat{P}}{z - \hat{P} \hat{H}_0 \hat{P} - \hat{R}}$$

## Cas simple d'une résonance à 1 photon $\sigma_+$ entre 2 sous niveaux $\pm 1/2$

L'hamiltonien d'interaction n'a alors qu'un seul élément de matrice non nul :

$$\langle +1/2, N | \hat{V} | -1/2, N+1 \rangle = V_{\beta\alpha}$$

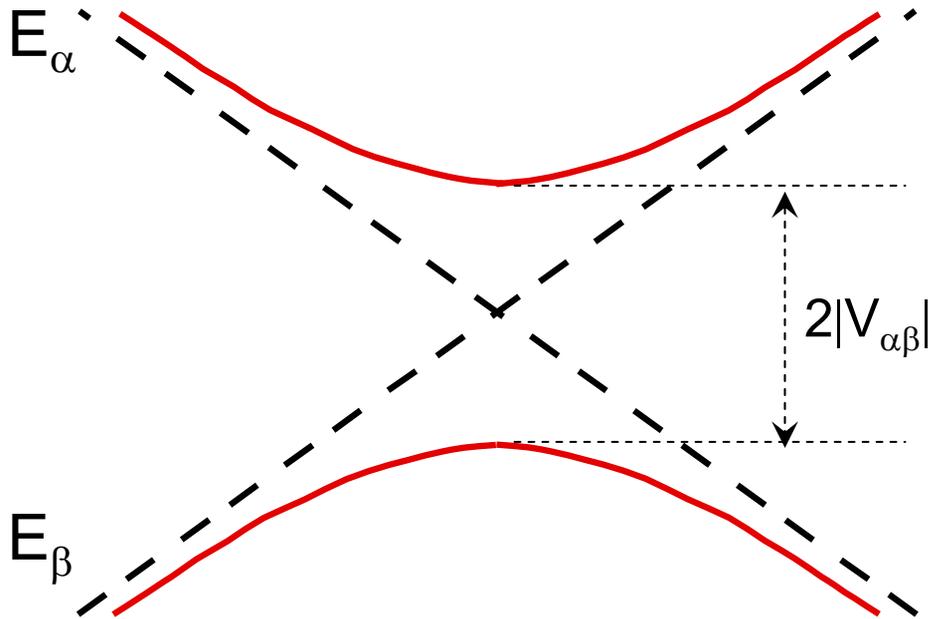
À l'intérieur du sous-espace  $\{\beta = +1/2, N ; \alpha = -1/2, N+1\}$ , l'évolution est décrite sans approximation par l'hamiltonien:

$$\begin{pmatrix} E_{\beta} & V_{\beta\alpha} \\ V_{\alpha\beta} & E_{\alpha} \end{pmatrix}$$

On suppose qu'on fait varier linéairement  $E_{\alpha}$  et  $E_{\beta}$  au moyen d'un champ magnétique.

Comment varie l'amplitude  $\langle \beta | \hat{U}(t) | \alpha \rangle$  avec  $E_{\beta} - E_{\alpha}$  ?

# Anticrossing simple



$$\begin{pmatrix} E_\beta & V_{\beta\alpha} \\ V_{\alpha\beta} & E_\alpha \end{pmatrix}$$

$$V_{\alpha\beta} = \frac{\hbar \Omega_1}{2}$$

$$P_{\beta\alpha}(t) = \frac{\Omega_1^2}{\omega_{\beta\alpha}^2 + \Omega_1^2} \sin^2 \left[ \sqrt{\omega_{\beta\alpha}^2 + \Omega_1^2} \frac{t}{2} \right]$$

$$\bar{P}_{\beta\alpha}(t) = \int_0^\infty \Gamma e^{-\Gamma t} \bar{P}_{\beta\alpha}(t) dt = \frac{1}{2} \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 + \Gamma^2 + \omega_{\beta\alpha}^2}$$

# Résonance à $p$ photons

Au voisinage de la résonance, c'est à dire au voisinage du point de croisement entre  $E_\alpha$  et  $E_\beta$ , l'évolution est décrite par l'hamiltonien effectif

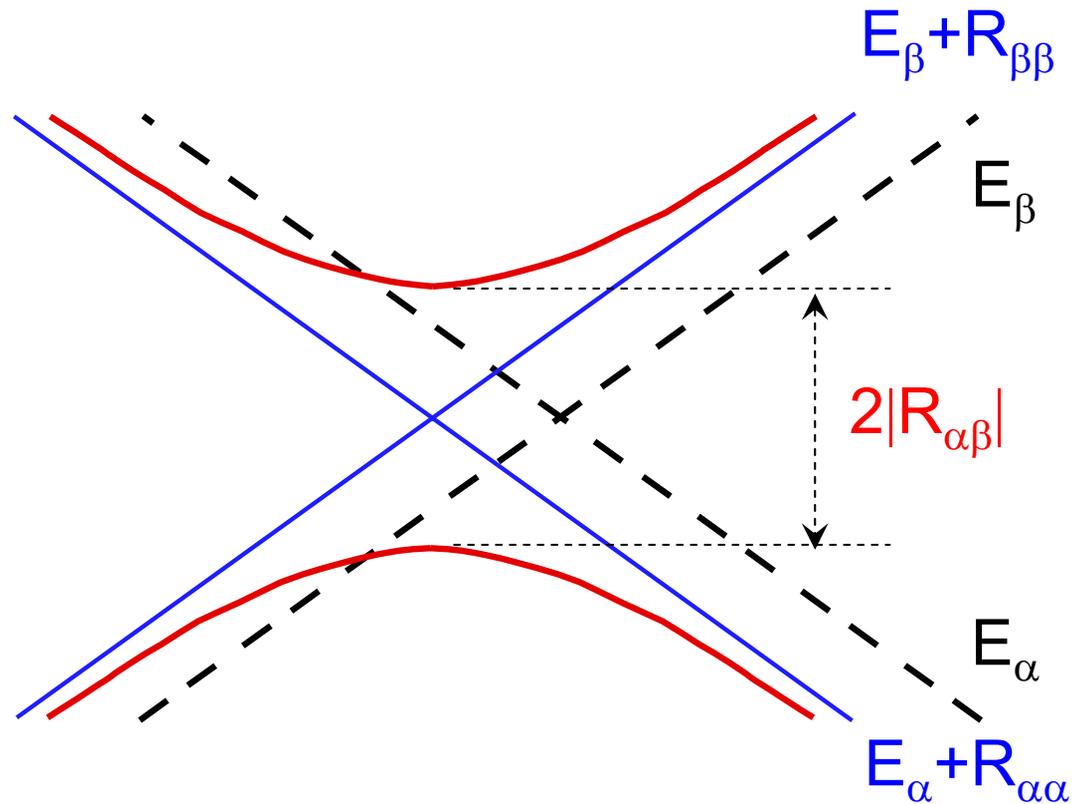
$$\begin{pmatrix} E_\beta + \bar{R}_{\beta\beta} & \bar{R}_{\beta\alpha} \\ \bar{R}_{\alpha\beta} & E_\alpha + \bar{R}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix}$$

$\bar{R}_{\alpha\alpha}$  et  $\bar{R}_{\beta\beta}$  sont d'ordre 2 en  $V$  et représentent le déplacement des états  $\alpha$  et  $\beta$  dû au couplage non résonnant avec les états  $\gamma$  autres que  $\alpha$  et  $\beta$ . La résonance a lieu maintenant quand :

$$E_{\alpha\alpha} + \bar{R}_{\alpha\alpha} = E_\beta + \bar{R}_{\beta\beta}$$

Le couplage  $\bar{R}_{\alpha\beta}$  entre les 2 niveaux qui se croisent est au moins d'ordre  $p$  en  $\hat{V}$  et est égal à une somme de produits de  $p$  éléments de matrice de  $\hat{V}$  et de  $p-1$  dénominateurs d'énergie  $1/(E_0 - E_\gamma)$  où  $\gamma \neq \alpha, \beta$ .

# Anticroisement d'ordre supérieur



$R_{\alpha\alpha}$  ,  $R_{\beta\beta}$  : déplacements radiatifs

$R_{\alpha\beta}$  : élargissement radiatif

# Application au cas d'un spin 1/2 couplé à un champ RF de polarisation $\sigma$

$$\hat{H}_A = \hbar \omega_0 \hat{S}_z \qquad E_{+1/2} - E_{-1/2} = \hbar \omega_0$$

$$\begin{aligned} \hat{V} &= \lambda \hat{S}_x (\hat{a} + \hat{a}^+) = (\lambda/2) (\hat{S}_+ + \hat{S}_-) (\hat{a} + \hat{a}^+) \\ &= (\lambda/2) (\hat{S}_+ \hat{a} + \hat{S}_- \hat{a}^+) + \underbrace{(\lambda/2) (\hat{S}_+ \hat{a}^+ + \hat{S}_- \hat{a})}_{\text{Terme nouveau par rapport au cas d'un champ RF } \sigma_+} \end{aligned}$$

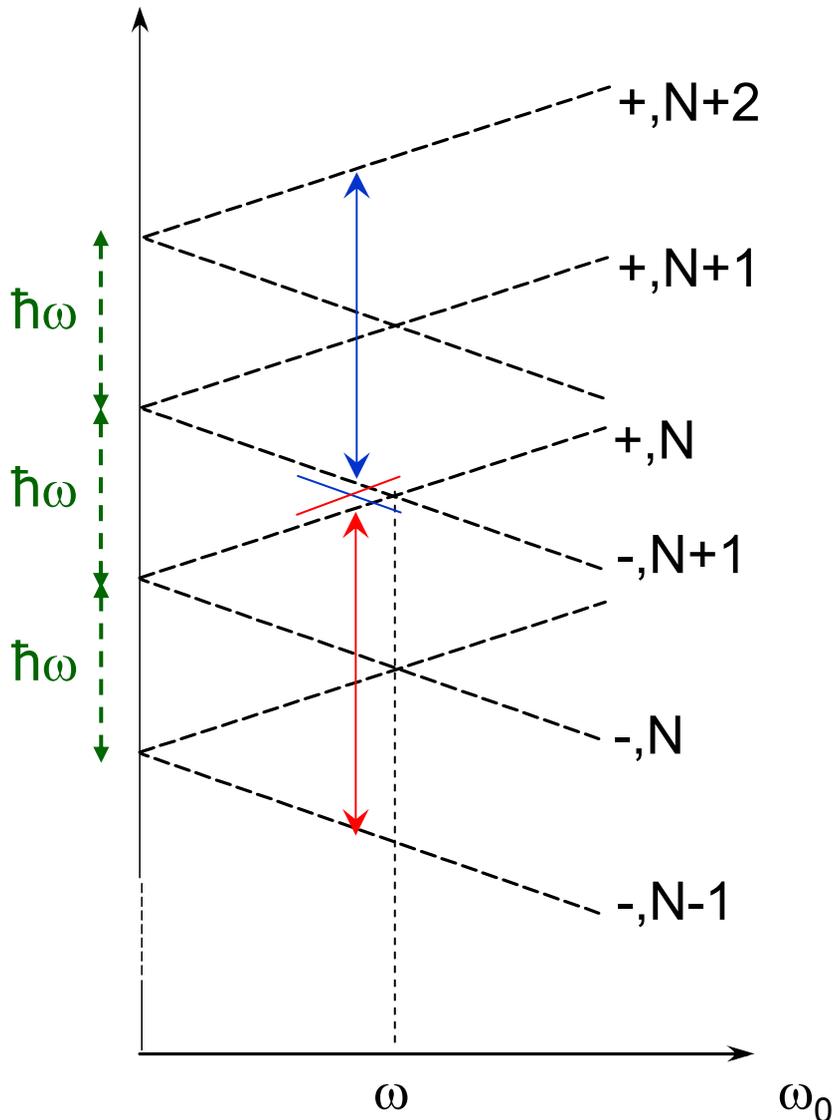
Terme nouveau par rapport  
au cas d'un champ RF  $\sigma_+$

Règles de sélection de  $\hat{V}$  :  $\Delta m_F = \pm 1$ ,  $\Delta N = \pm 1$

## Effets nouveaux par rapport au cas d'un champ RF $\sigma_+$

- Déplacement de Bloch-Siegert de la résonance  $\omega_0 = \omega$
- Spectre impair de transitions multiphotoniques  
 $\omega_0 = (2p+1)\omega \quad p=1,2,3,\dots$
- Par contre, les croisements pairs en  $\omega_0 = 2p\omega$  demeurent des croisements ( $\Delta m_F = +1$  est impossible avec  $p$  pair).

# Déplacement de Bloch-Siegert



Croisement en  $\omega_0 = \omega$   
de  $-,N+1$  et  $+,N$

$-,N+1$  est couplé non seulement à  $+,N$ , mais aussi à  $+,N+2$

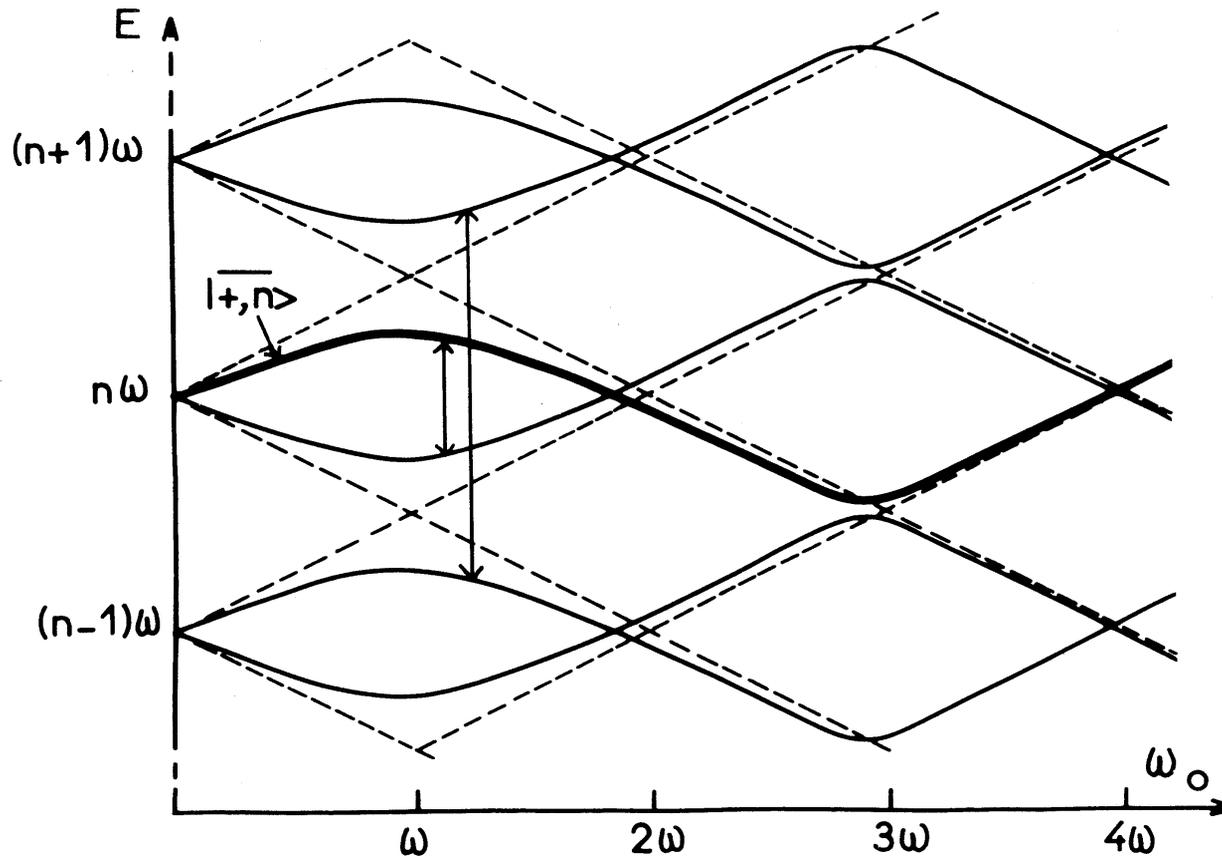
→ déplacement de  $-,N+1$  vers le bas

$+,N$  est couplé non seulement à  $-,N+1$ , mais aussi à  $-,N-1$

→ déplacement de  $+,N$  vers le haut

Déplacement vers la gauche du croisement  $\omega_0 = \omega$

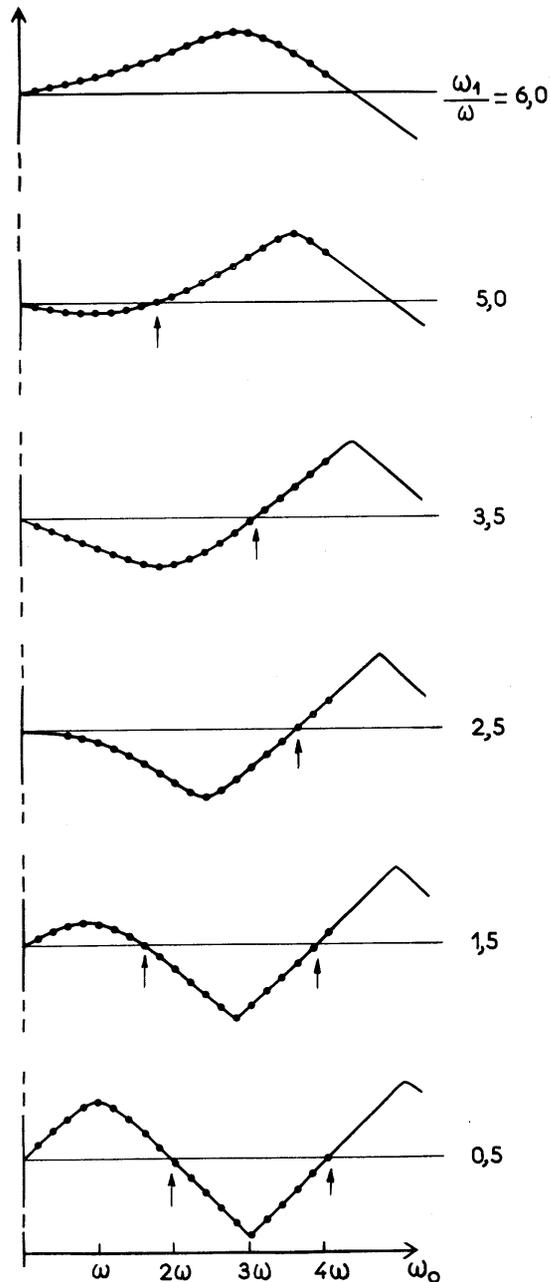
# Allure du diagramme d'énergie



Spectre impair d' anticroisements

Spectre pair de croisements

# Énergie d'un niveau habillé pour des valeurs croissantes de l'amplitude du champ RF



- Courbes théoriques calculées par diagonalisation numérique de  $H$
- Points expérimentaux obtenus par mesure des fréquences de Bohr du spin habillé (pompage optique transversal avec modulation de la polarisation)

**C. Landré-Lhuillier**  
**Thèse de 3ème cycle**

On voit que les annulations du moment magnétique correspondent aux arrivées en  $\omega_0=0$  des croisements pairs déplacés.  
Compréhension qualitative d'effets non perturbatifs.

# **PROCESSUS MULTIPHOTONIQUES OPTIQUES ENTRE ÉTATS DISCRETS**

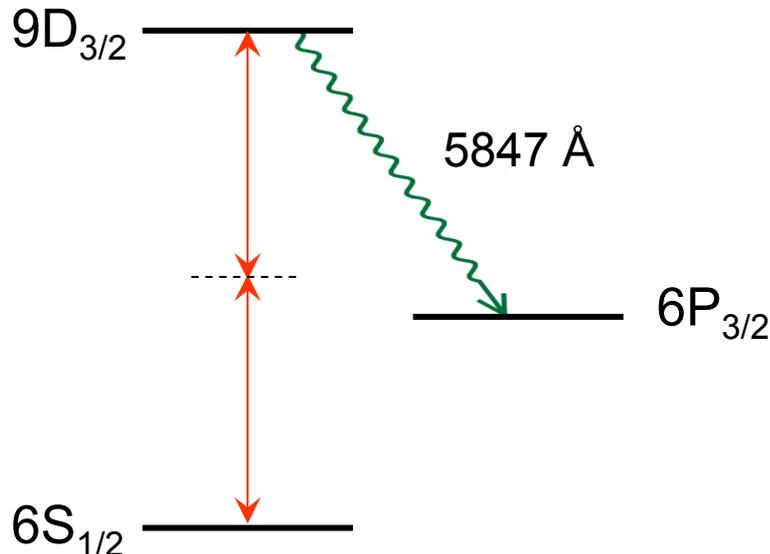
# Processus multiphotoniques dans le domaine optique

N'ont pu être observés qu'après l'apparition des sources laser suffisamment intenses.

## Premières expériences

Excitation à 2 photons dans des cristaux de  $\text{CaF}_2$   
W. Kaiser, C. Garrett, Phys. Rev. Lett. 7, 229 (1961)

## Premières observations sur une vapeur de Cs



Excitation à 2 photons  
de la transition  $6S_{1/2}-9D_{3/2}$   
et détection de la fluorescence  
à  $5847 \text{ \AA}$

I. Abella  
Phys. Rev. Lett.  
9, 453 (1962)

## Éléments nouveaux par rapport au domaine RF

- Les échanges d'impulsion entre atomes et photons ne sont plus négligeables comme dans le domaine RF
- Des processus à plusieurs photons peuvent être utilisés pour annuler l'impulsion globale échangée et supprimer donc l'effet Doppler et l'effet de recul.
- L'émission spontanée n'est plus négligeable et des photons émis spontanément peuvent apparaître dans un processus multiphotonique.
- Plus grande richesse de niveaux atomiques. Transitions multiphotoniques entre états discrets et états du spectre continu (Ionisation multiphotonique).

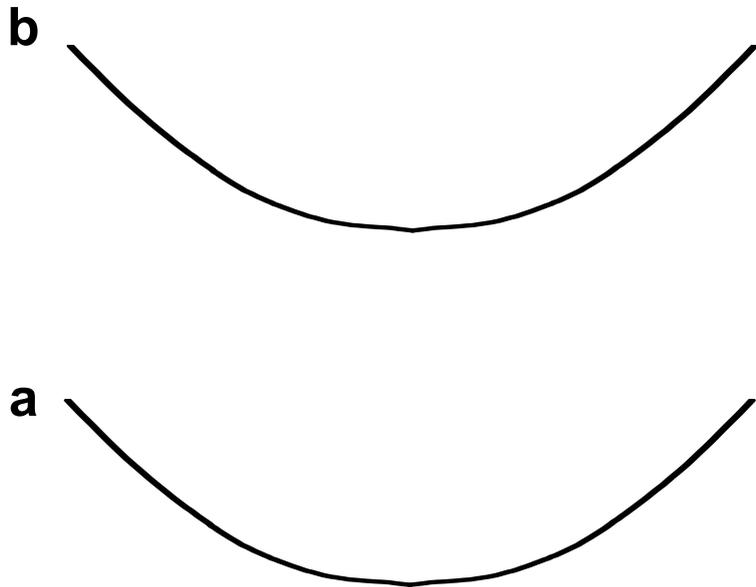
# Diagrammes énergie – impulsion

C. Bordé

Une représentation commode pour décrire les échanges d'impulsion avec des photons se propageant dans la même direction ou dans des directions opposées

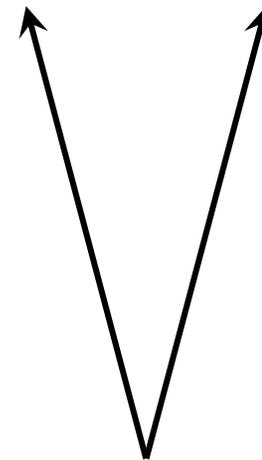
## États atomiques

Paraboles  $E=p^2/2m$   
pour chaque état interne a,b,...



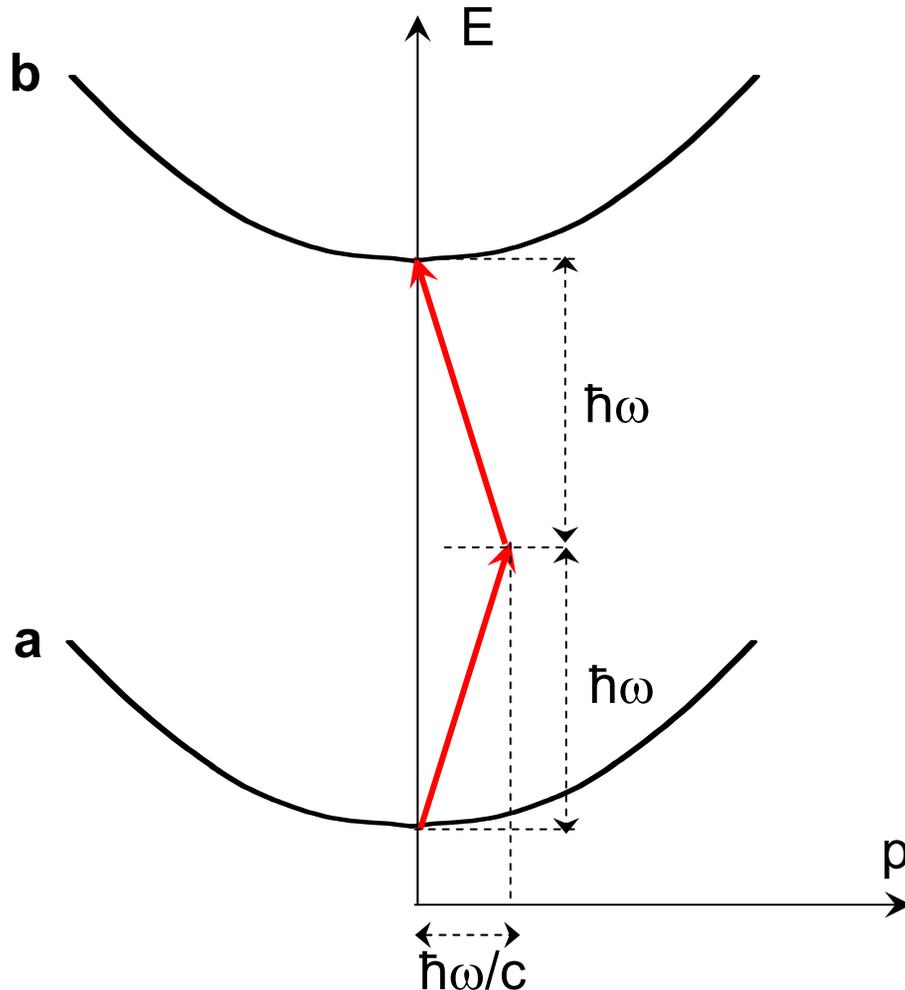
## Photons

Droites de pentes  
+c ou -c



# Transitions à 2 photons sans effet Doppler

Absorption de 2 photons de même énergie se propageant dans des directions opposées.



Les impulsions des 2 photons sont opposées.

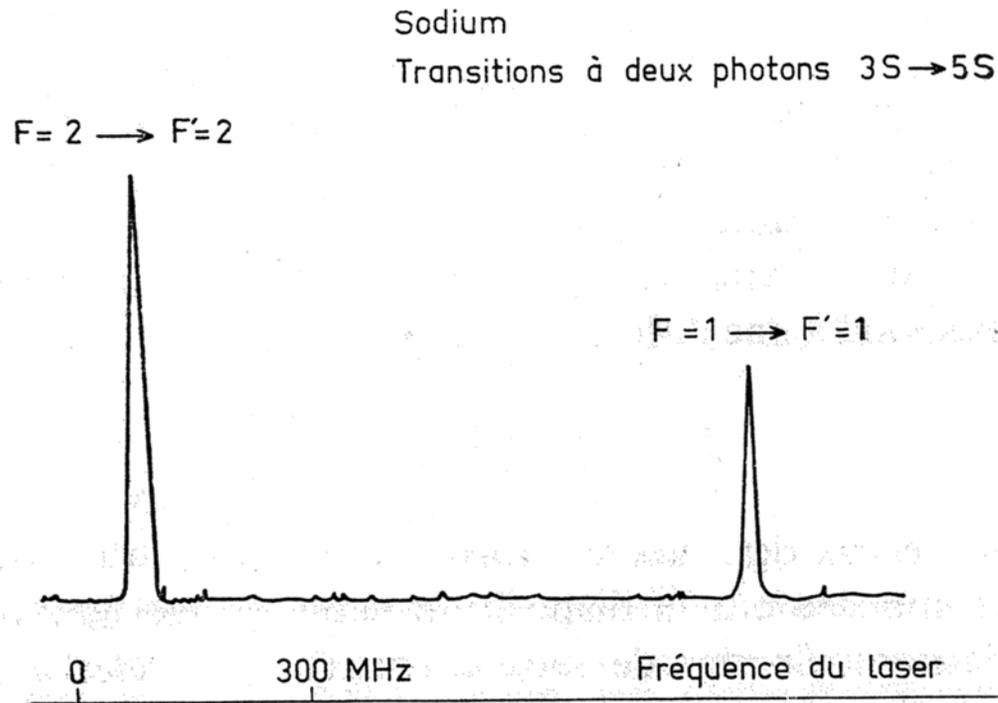
L'impulsion globale transférée à l'atome est donc nulle, quelle que soit la vitesse initiale de l'atome.

Plus d'effet Doppler  
Plus d'énergie de recul

L. Vasilenko, V. Chebotayev,  
A. Shishaev

B. Cagnac

# Exemple de résultats expérimentaux



F. Biraben  
B. Cagnac  
G. Grynberg

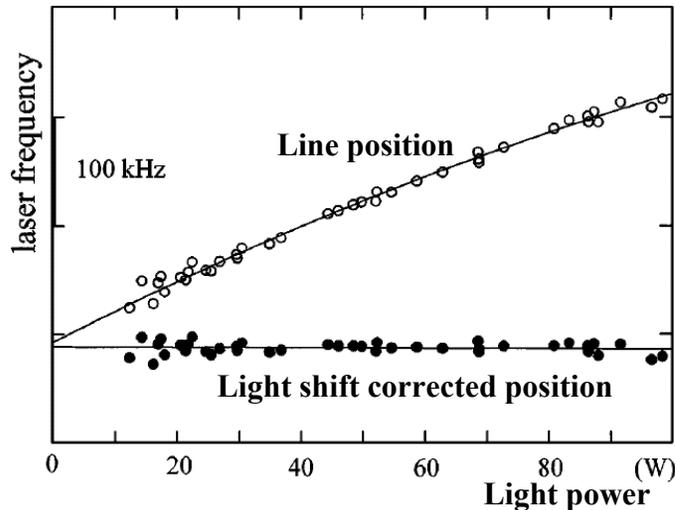
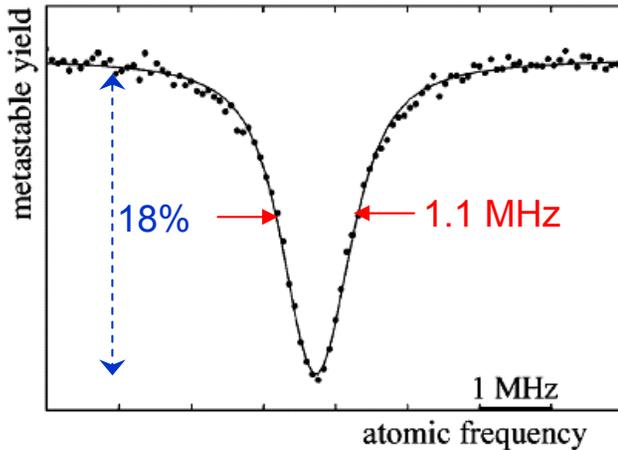
## Généralisation à des processus à p photons (p>2)

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \dots + \vec{k}_p = \vec{0}$$

## Perturbations associées aux déplacements lumineux

Nécessité d'en tenir compte dans les mesures de haute précision.

# Exemple des transitions 2S-8S/D de l'hydrogène



B; de Beauvoir, F. Nez, L. Julien, B. Cagnac, F. Biraben, D. Touahri, L. Hilico, O. Acef, A. Clairon, J.J. Zondy  
Phys. Rev. Lett. 78, 440 (1997)

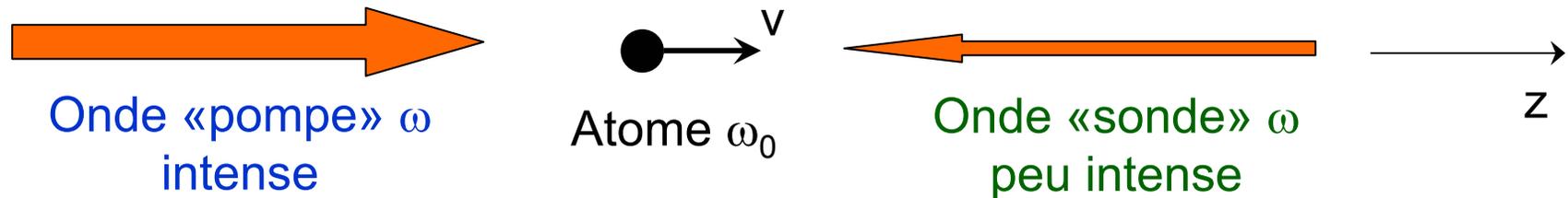
Les déplacements lumineux varient aussi dans l'espace à cause de l'inhomogénéité spatiale de l'intensité laser et sont donc également responsables d'un élargissement inhomogène de la raie à 2 photons dont il faut tenir compte.

Corrections encore plus importantes pour la raie 1s-2s de l'hydrogène à cause de la très faible largeur de l'état métastable 2s.

# Absorption saturée

C. Bordé  
T. Hänsch

Couplage non linéaire entre 2 ondes laser de même fréquence se propageant dans des directions opposées



L'onde pompe « sature » l'atome, c-à-d modifie les populations des 2 niveaux e et f de la transition, quand la condition de résonance  $\omega - kv = \omega_0$  est satisfaite.

L'onde sonde détecte les atomes de vitesse  $v$  résonnante pour elle:  $\omega + kv = \omega_0$

Balayons  $\omega$ . Quand  $\omega = \omega_0$ , l'onde sonde détecte des atomes, de vitesse  $v$  proche de 0, qui sont saturés par l'onde pompe. L'absorption de l'onde sonde diminue sur un intervalle déterminé par la largeur naturelle  $\Gamma$  de e et non plus par l'effet Doppler.

## Résonance de croisement

Cas de 2 sous niveaux excités  $e_1$  et  $e_2$ , correspondant à 2 fréquences atomiques  $\omega_{01}$  et  $\omega_{02}$ .

Comme plus haut, résonances en  $\omega = \omega_{01}$  et  $\omega = \omega_{02}$ , correspondant à la détection sur une transition donnée,  $f \rightarrow e_1$  ou  $f \rightarrow e_2$ , d'atomes saturés par l'onde pompe sur la même transition.

En plus, l'onde sonde peut maintenant détecter, sur une transition, par exemple  $f \rightarrow e_1$ , des atomes saturés par l'onde pompe sur l'autre transition  $f \rightarrow e_2$ .

Conditions de résonance:

$$\omega + kv = \omega_{01}$$

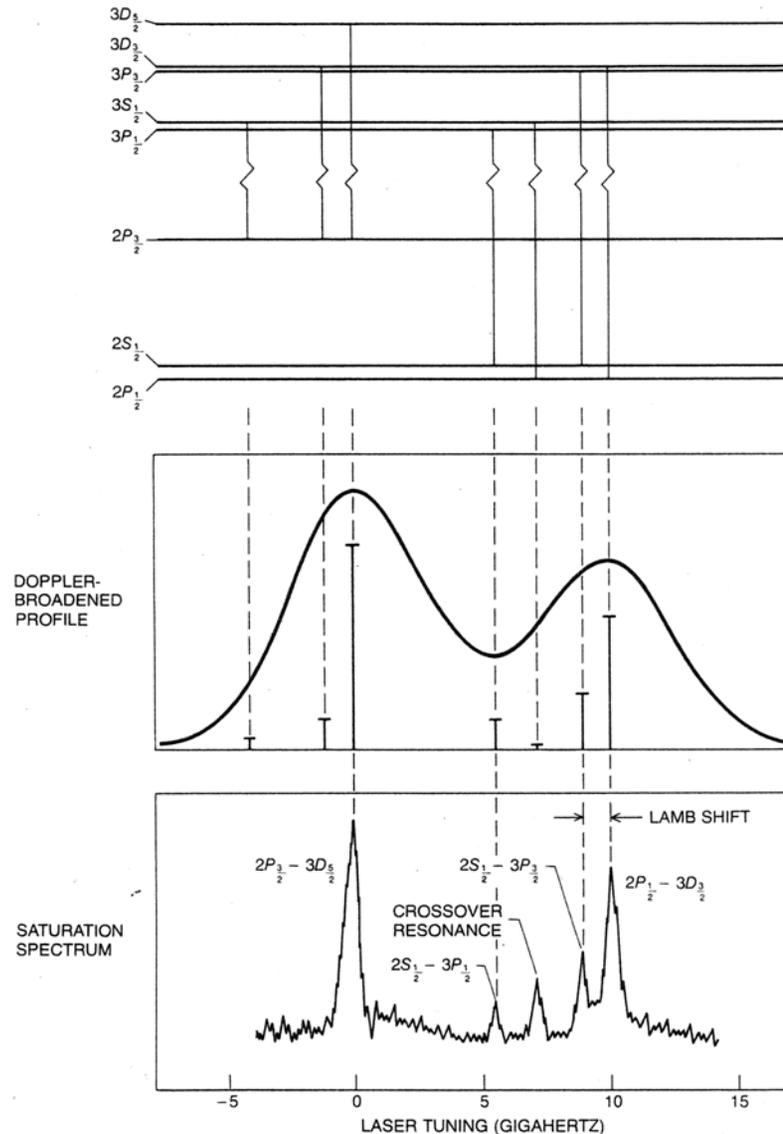
$$\omega - kv = \omega_{02}$$

Ces équations admettent pour solution :

$$kv = (\omega_{01} - \omega_{02})/2 \quad \text{et donc} \quad \omega = (\omega_{01} + \omega_{02})/2$$

Il apparaît donc une nouvelle résonance d'absorption saturée, en  $\omega = (\omega_{01} + \omega_{02})/2$ , à mi-chemin entre les résonances en  $\omega = \omega_{01}$  et  $\omega = \omega_{02}$

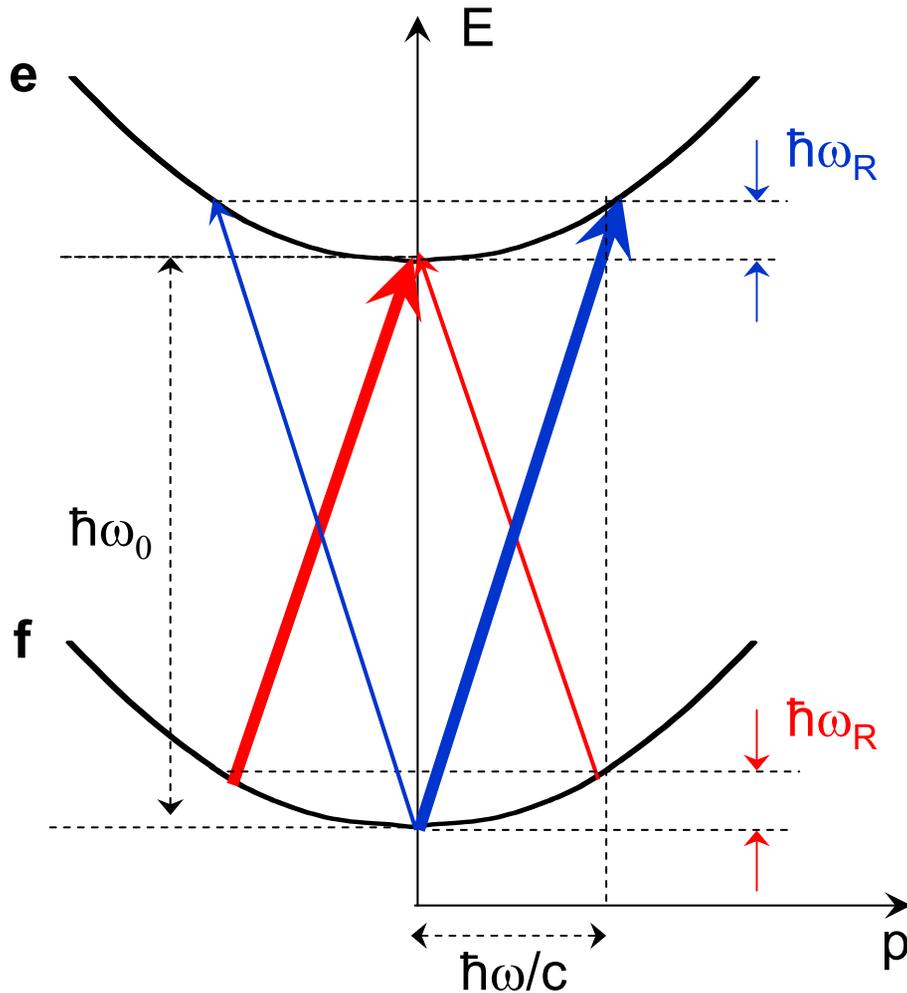
# Exemple de signal d'absorption saturée obtenu sur la raie Balmer $\alpha$ de l'hydrogène



G. Series  
 A. Schawlow  
 T. Hänsch  
 Scientific American  
 Mars 1979

Le déplacement de Lamb entre  $2s_{1/2}$  et  $2p_{1/2}$  est résolu optiquement.

## Doublet de recul



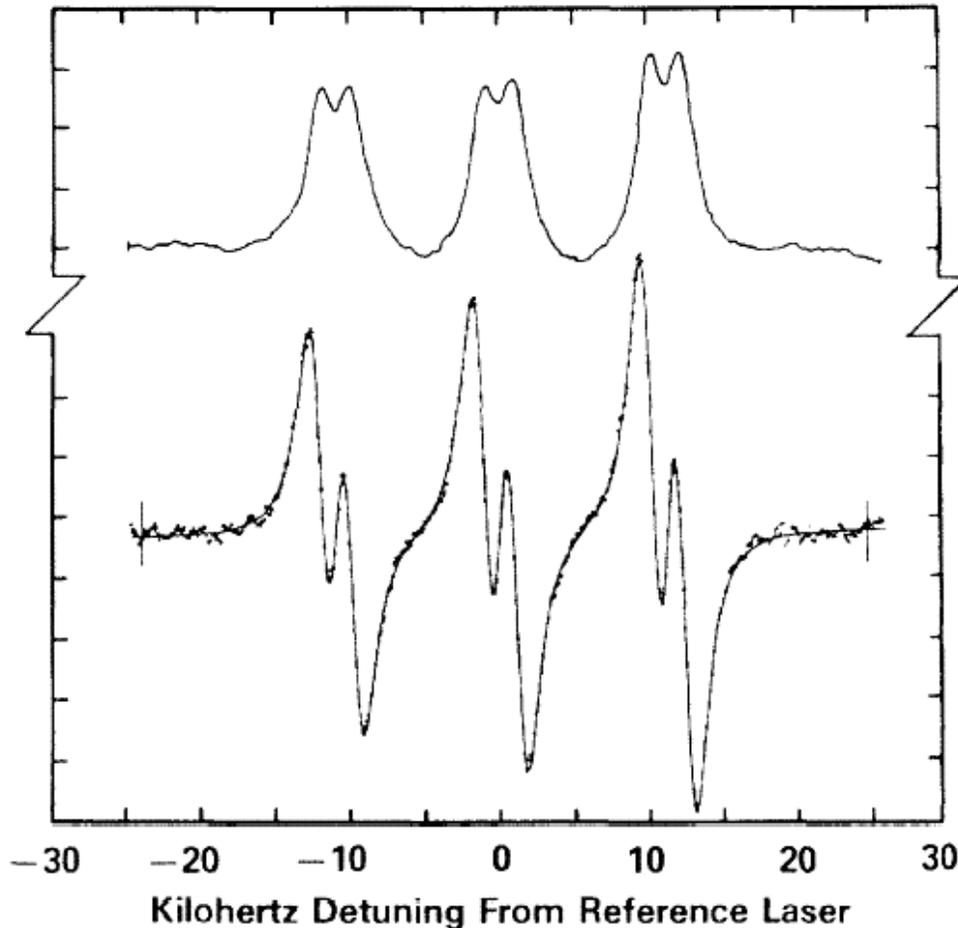
Pour  $\omega = \omega_0 + \omega_R$ , avec  
 $\hbar\omega_R = E_{\text{rec}} = \hbar^2 k^2 / 2m$   
 l'onde pompe intense crée un trou de population en  $p=0$  dans  $f$ , qui diminue l'absorption de l'onde sonde

Pour  $\omega = \omega_0 - \omega_R$ ,  
 l'onde pompe intense crée une bosse de population en  $p=0$  dans  $e$ , qui amplifie l'onde sonde et diminue donc son absorption

La raie d'absorption saturée est donc en fait un doublet:  $\omega = \omega_0 \pm \omega_R$

## Observation du doublet de recul

Difficile car  $\omega_R$  est général très petit devant  $\Gamma$ . Nécessité de travailler sur des niveaux  $e$  de longue durée de vie.



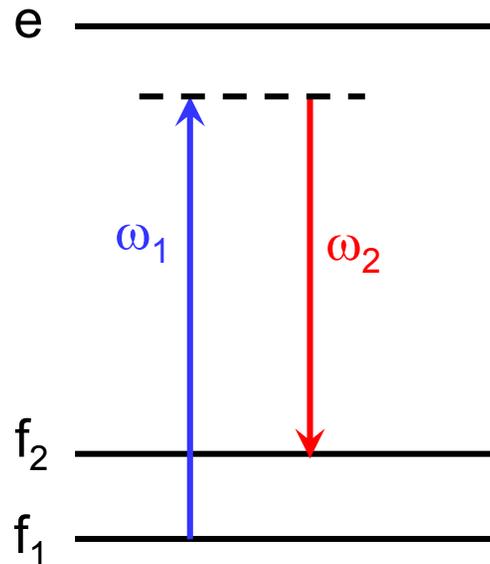
J. Hall, C. Bordé,  
K. Uehara  
Phys. Rev. Lett.  
37, 1339 (1976)

Le doublet de recul  
apparaît clairement  
sur les 3 composantes  
hyperfines de la  
transition de  $\text{CH}_4$   
à  $3.39 \mu\text{m}$ .

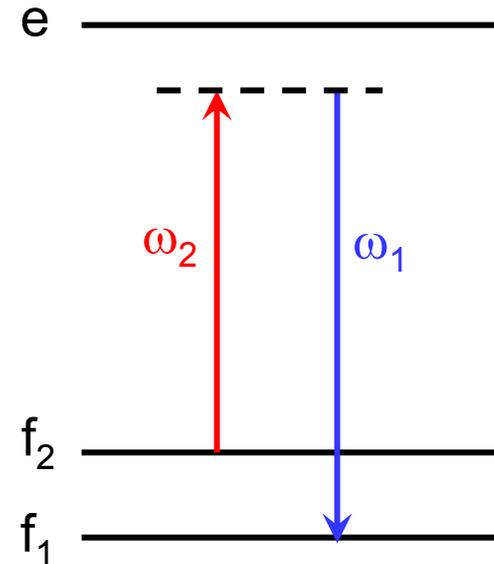
# Effet Raman stimulé

Processus à 2 photons, l'un absorbé, l'autre émis de manière stimulée.

Les 2 sens sont possibles



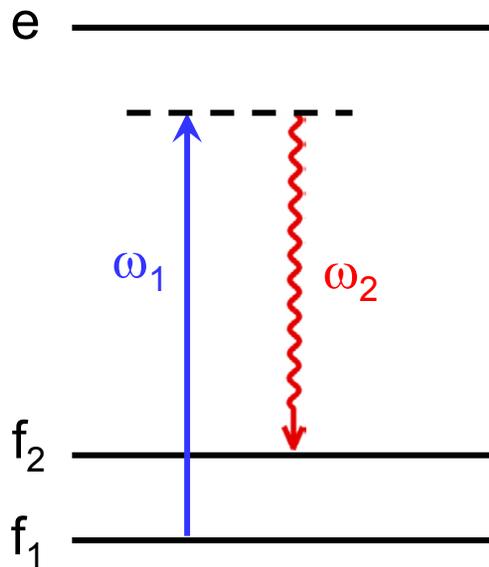
Absorption de  $\omega_1$   
Émission stimulée de  $\omega_2$



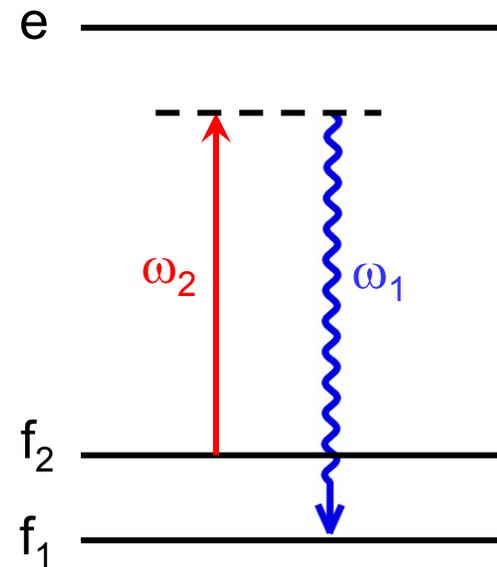
Absorption de  $\omega_2$   
Émission stimulée de  $\omega_1$

# Différences avec l'effet Raman spontané

Le photon émis l'est de manière spontanée



Processus  
Raman spontané  
Stokes

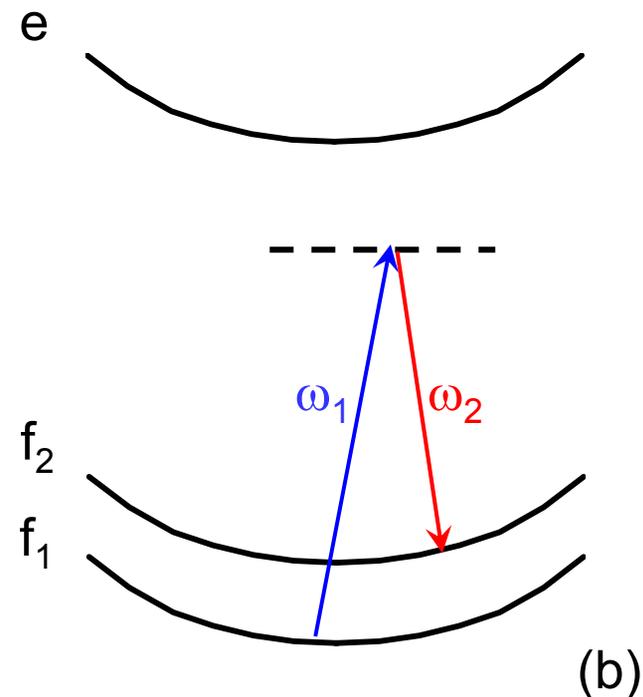
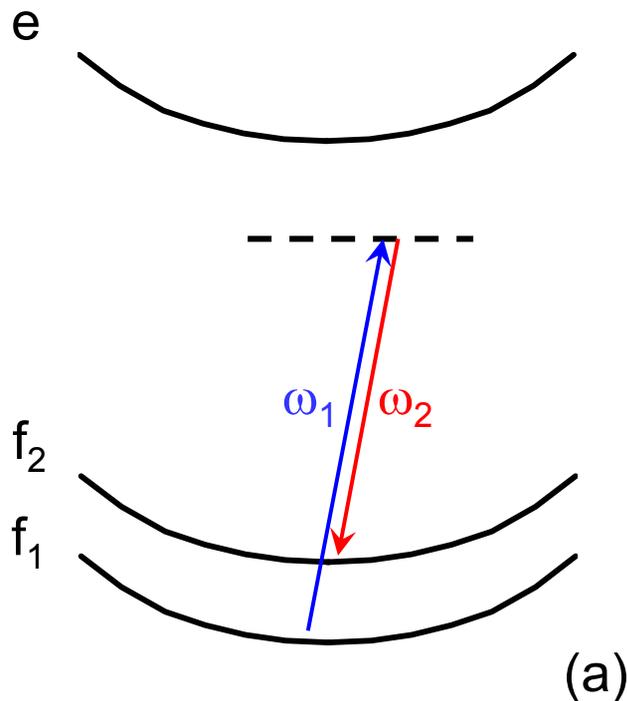


Processus  
Raman spontané  
anti-Stokes

# Effet Doppler pour un processus Raman stimulé

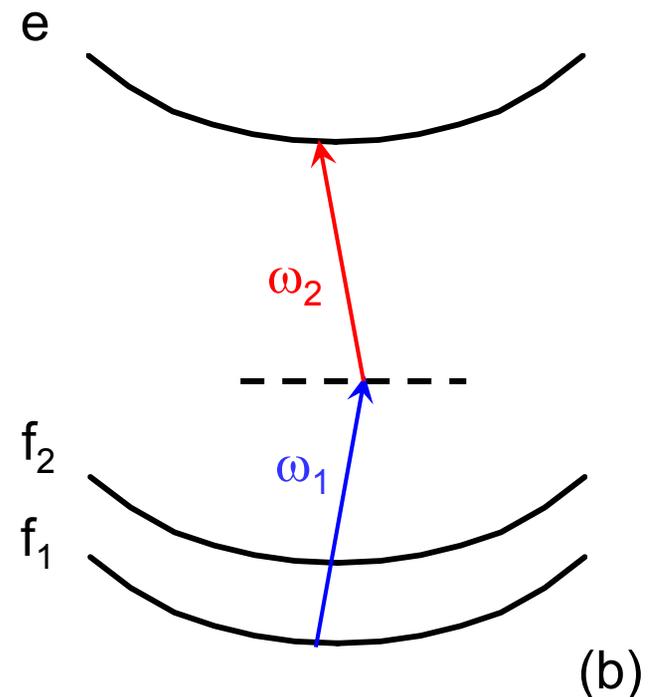
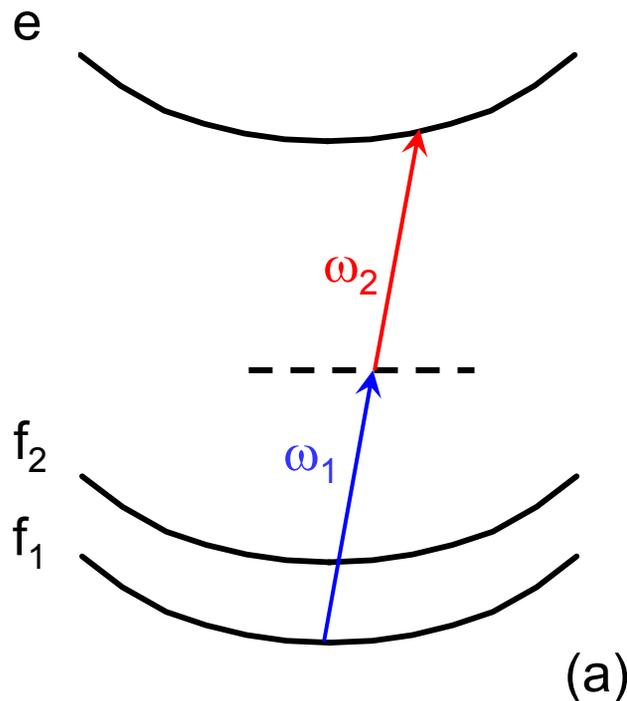
Suivant que les 2 photons se propagent dans le même sens (Fig. a) ou dans des sens opposés (Fig. b), les effets Doppler se retranchent ou s'ajoutent.

Diagrammes E - p



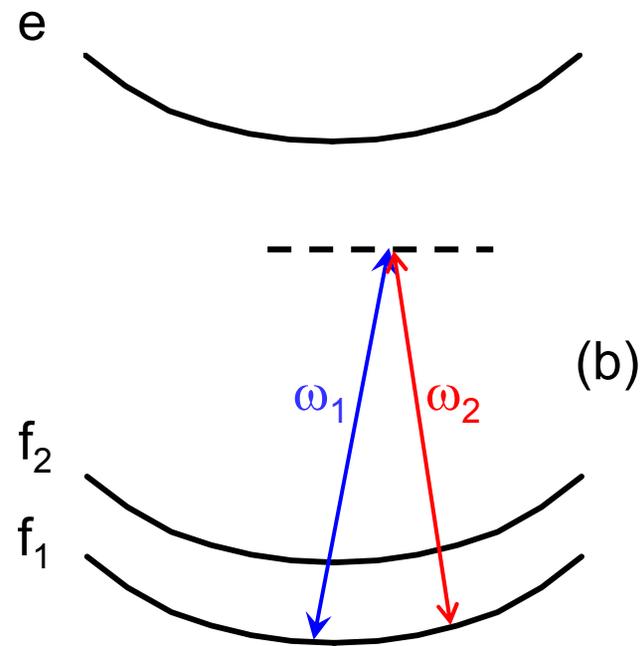
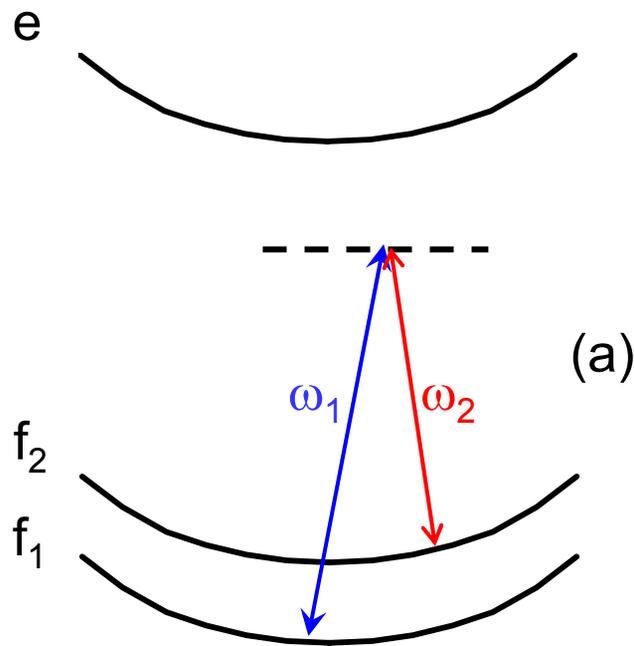
## Comparaison avec l'absorption à 2 photons

Conclusion inverse : les effets Doppler s'ajoutent quand les 2 photons se propagent dans le même sens (Fig. a), et se retranchent quand les 2 photons se propagent dans des sens opposés (Fig. b).



# États initial et final du processus Raman

Peuvent être 2 sous niveaux internes différents de l'état fondamental (a), ou 2 états d'impulsions différentes du même état interne (b).



Les résonances associées aux processus de la figure (b) sont également appelées « résonances induites par le recul »

J. Guo, P. Berman, B. Dubetsky, G. Grynberg, Phys. Rev. A46, 1426 (1992)

04.11.03

## **Cours 6**

# **PROCESSUS MULTIPHOTONIQUES (suite)**

# Plan du cours 6

## Processus multiphotoniques optiques entre états discrets

(suite du cours 5)

Processus Raman stimulés (suite)

## Ionisation multiphotonique

Effets de la cohérence

Résonances intermédiaires

Effet de la polarisation

Effet du déplacement des états de Rydberg

Ionisation au dessus du seuil

Ionisation multiple

Génération d'harmoniques d'ordre très élevé

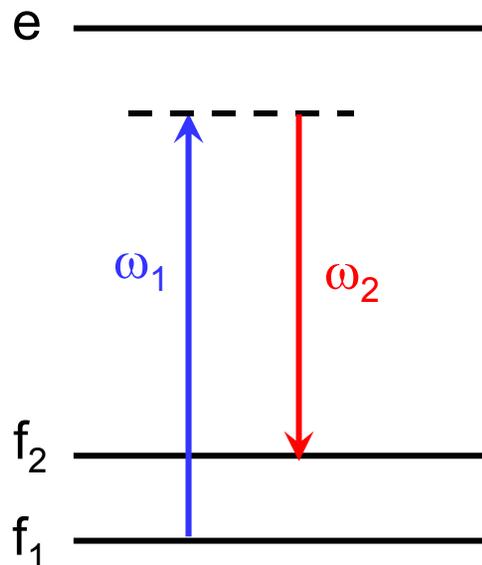
## Effets de très haute intensité

Amplification d'impulsions à dérive de fréquence

Régime relativiste

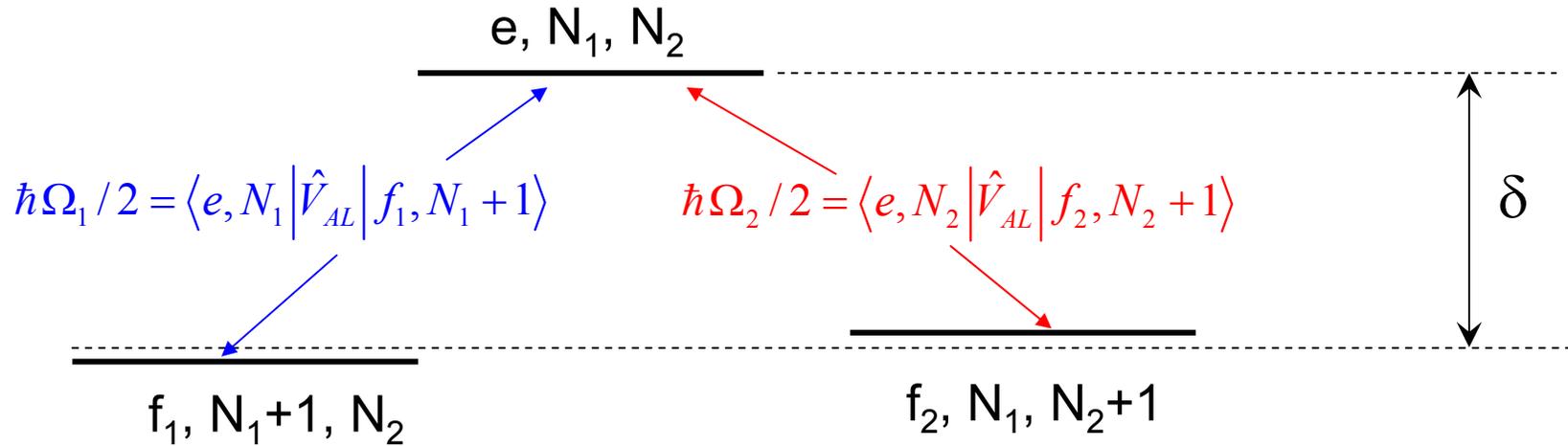
# PROCESSUS RAMAN STIMULÉS

Couplage effectif entre  $f_1$  et  $f_2$   
Quelques applications



# Quelques états du système global atome+photons $\omega_1$ et $\omega_2$

On suppose qu'un seul état excité  $e$  est prépondérant. Le désaccord  $\delta$  de  $E_e$  par rapport à l'état intermédiaire est beaucoup plus petit que les désaccords relatifs aux autres états excités (tout en étant grand devant  $\Gamma_e$ ).



**Résonance Raman quand les 2 états  $f_1, N_1+1, N_2$  et  $f_2, N_1, N_2+1$  sont dégénérés :**

$$E_{f_2} - E_{f_1} = \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2$$

**Couplages de Rabi  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sur les transitions  $f \leftarrow e_1$  et  $f \leftarrow e_2$ .**

## Hamiltonien effectif dans la multiplicité $\{f_1, N_1+1, N_2 ; f_2, N_1, N_2+1\}$

D'après les résultats du cours 5,

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} E_2 + \bar{R}_{22} & \bar{R}_{21} \\ \bar{R}_{12} & E_1 + \bar{R}_{11} \end{pmatrix}$$

$E_1 (E_2)$  : énergie de  $f_1, N_1 + 1, N_2$  ( $f_2, N_1, N_2 + 1$ )

$$\bar{R}_{11} = \hbar \Omega_1^2 / 4\delta \quad \bar{R}_{22} = \hbar \Omega_2^2 / 4\delta \quad \bar{R}_{12} = \bar{R}_{21} = \hbar \Omega_1 \Omega_2 / 4\delta$$

On suppose :  $E_1 + \bar{R}_{11} = E_2 + \bar{R}_{22}$

La condition de résonance Raman est satisfaite, compte tenu des déplacements lumineux  $R_{11}$  et  $R_{22}$  de  $f_1$  et  $f_2$ .

Le problème est ramené à celui d'un système à 2 niveaux dégénérés avec un couplage non diagonal  $R_{12}$ .

## Largeur radiative des niveaux $f_1$ et $f_2$

Le couplage  $\Omega_1$  entre  $f_1$  et l'état instable  $e$  confère au niveau  $f_1$  une largeur  $\gamma_1$  (voir cours 3, p. 3-8)

$$\gamma_1 = \frac{\Omega_1^2 \Gamma}{4\delta \delta} \quad \text{si } \Gamma \ll |\delta|$$

Un calcul analogue pour  $f_2$  donne:

$$\gamma_2 = \frac{\Omega_2^2 \Gamma}{4\delta \delta} \quad \text{si } \Gamma \ll |\delta|$$

Si  $\Gamma \ll |\delta|$  et si  $|\Omega_1| \simeq |\Omega_2|$ , on a donc:

$$|R_{12}| = \frac{|\Omega_1 \Omega_2|}{4|\delta|} \gg \gamma_1, \gamma_2$$

L'utilisation d'un désaccord suffisamment grand permet donc de négliger les largeurs radiatives des niveaux.

## Effets du couplage $R_{12}$

Soient  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  les largeurs des niveaux  $f_1$  et  $f_2$  incluant les mécanismes d'amortissement autres que ceux dus aux lasers  $\omega_1$  et  $\omega_2$  qui induisent le processus Raman.

Si  $|R_{12}| \gg \Gamma_1, \Gamma_2$ , l'évolution du système est bien décrite par une oscillation de Rabi cohérente à la fréquence  $|2R_{12}|$  entre les états  $f_1, N_1 + 1, N_2$  et  $f_2, N_1, N_2 + 1$ .

Si le niveau  $f_2$  a une largeur  $\Gamma_2$  grande devant  $|R_{12}|$  (largeur due par exemple à une excitation optique supplémentaire résonnante à partir de  $f_2$ ), et si le niveau  $f_1$  est stable ( $\Gamma_1 \simeq 0$ ), il y a une probabilité de transition par unité de temps de  $f_1, N_1 + 1, N_2$  vers  $f_2, N_1, N_2 + 1$  avec un taux de l'ordre de  $|R_{12}|^2 / \Gamma_2$ .

# Applications des processus Raman stimulés

## Très grande sélectivité en vitesse

Les 2 faisceaux  $\omega_1$  et  $\omega_2$  se propagent dans des directions opposées et les atomes sont préparés initialement dans  $f_1$ .

Les atomes qui subissent la transition Raman résonnante ont une vitesse  $v$  telle que:

$$E_{f_1} + \hbar \omega_1 + m \vec{v}_1^2 / 2 = E_{f_2} + \hbar \omega_2 + m \left[ \vec{v}_1 + \hbar (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) / m \right]^2 / 2$$

$$\vec{k}_1 \simeq -\vec{k}_2 \rightarrow \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \simeq 2\vec{k}_1$$

$$E_{f_1} + \hbar \omega_1 = E_{f_2} + \hbar \omega_2 + 4E_{\text{rec}} + 2\hbar \vec{k}_1 \cdot \vec{v}_1$$

La largeur  $\delta v$  de la classe de vitesses résonnantes est reliée à la largeur  $\Gamma_f$  de l'état fondamental:

$$2k_1 \delta v \simeq \Gamma_f$$

Si  $\Gamma_f \simeq 10^3 \text{ s}^{-1}$   $2\pi / k_1 = \lambda_1 = 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ , on trouve :

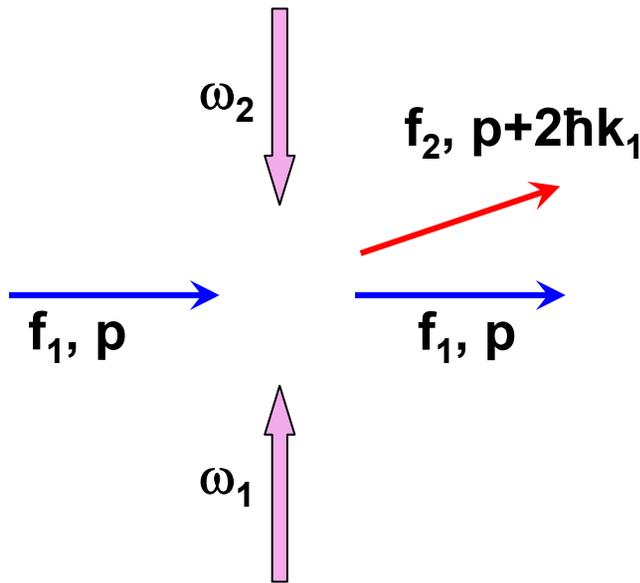
$$\delta v \simeq 10^{-4} \text{ m/s} = 0.1 \text{ mm/s}.$$

# Applications des processus Raman stimulés (suite)

## Lame séparatrice pour l'optique atomique

Une impulsion  $\pi/2$  avec 2 faisceaux laser se propageant en sens opposés réalise la transformation suivante:

$$|f_1, p\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [|f_1, p\rangle + |f_2, p + 2\hbar k_1\rangle]$$



Superposition linéaire de 2 états différant à la fois par l'état interne et l'état externe.

2 ondes atomiques cohérentes de directions différentes et d'états internes différents.

## Autre exemple de lame séparatrice atomique

Excitation résonnante (à 1 photon) d'une transition f–e.  
Une impulsion  $\pi/2$  réalise la transformation:

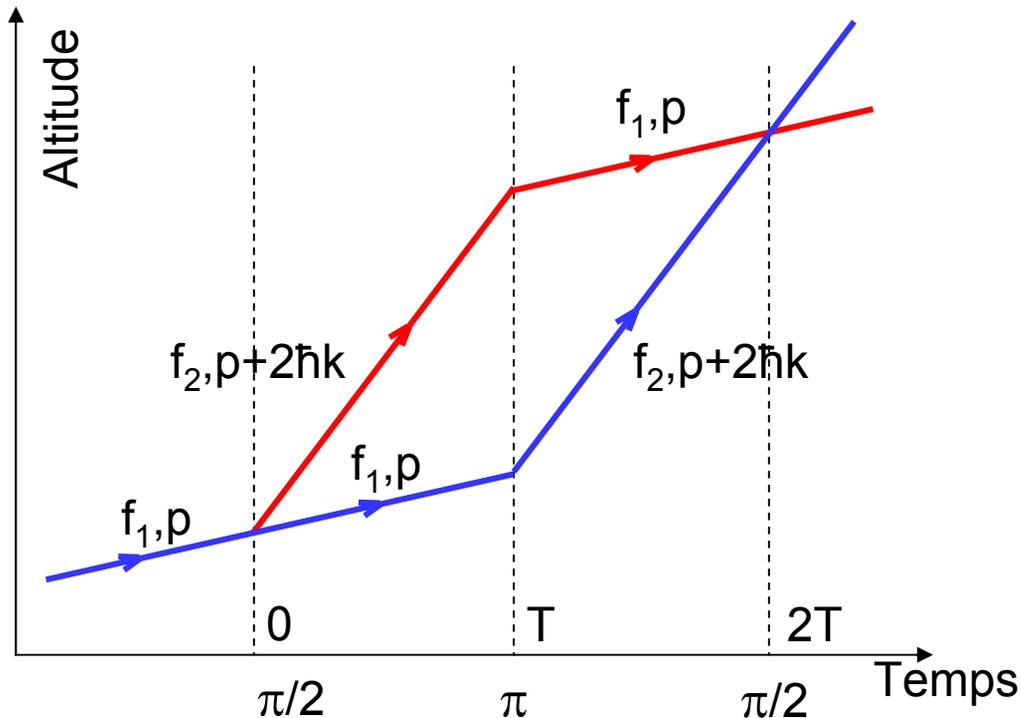
$$|f, p\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [ |f, p\rangle + |e, p + \hbar k\rangle ]$$

L'état excité e est cependant instable et l'émission spontanée détruit la cohérence entre  $f, p$  et  $e, p + \hbar k$  au bout d'un temps très court, de l'ordre de  $1/\Gamma$ .

L'avantage des lames séparatrices atomiques utilisant l'effet Raman stimulé est que les 2 états  $f_1$  et  $f_2$  sont des états fondamentaux et ont des durées de vie très longues. De plus, le transfert d'impulsion est 2 fois plus grand.

Méthode proposée et largement utilisée par l'équipe de S. Chu à Stanford.

# Exemple d'interféromètre atomique utilisant l'effet Raman stimulé



Mesure de l'accélération de la gravité.

Le transfert d'impulsion  $2\hbar k$  est vertical.

2 paquets d'ondes qui se séparent à  $t=0$ , sous l'effet d'une impulsion  $\pi/2$ , échangent leur impulsions à  $t=T$  sous l'effet d'une impulsion  $\pi$ , et se recombinent à  $t=2T$  sous l'effet d'une impulsion  $\pi/2$

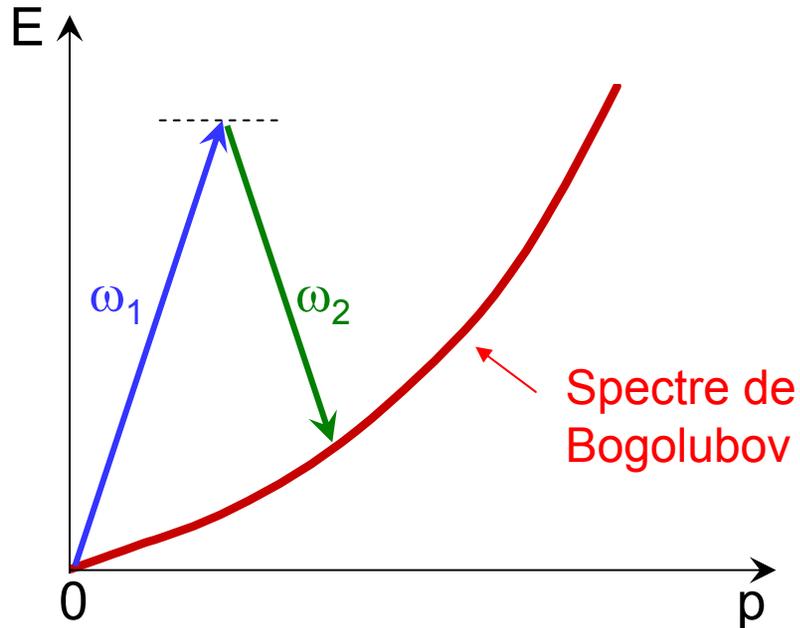
Déphasage dû à la gravité entre les 2 chemins d'altitudes différentes.

M. Kasevich, S. Chu, Phys. Rev. Lett. 67, 181 (1991)

Voir aussi Cours au Collège de France 1992-1993, chapitre VI

# Applications des processus Raman stimulés (suite)

## Mesure du spectre d'excitations élémentaires d'un condensat



Des transitions Raman stimulées transfèrent des atomes du condensat en  $p=0$  vers un état  $E,p$  du spectre des excitations élémentaires.

Le transfert d'impulsion est varié en changeant l'angle entre les 2 faisceaux laser.

Une telle méthode, appelée encore « diffraction de Bragg », a été utilisée par l'équipe de W. Ketterle au M.I.T.

## Extraction d'une onde de matière cohérente de vecteur d'onde bien défini d'un condensat

Laser à atomes de l'équipe de W. Phillips au N.I.S.T. à Gaithersbourg

# Autres exemples d'applications de l'effet Raman stimulé

Cités ici pour mémoire. Certains seront repris ultérieurement.

- Forces dipolaires

Redistribution de photons entre les diverses ondes planes formant une onde laser.

- Diffraction d'ondes atomiques par une onde laser stationnaire.

Régime de Raman-Nath. Régime de Bragg

- Refroidissement Raman.

Équivalent au refroidissement Doppler sur une transition f-e. Ici, le système à 2 niveaux est le système  $f_1, f_2$ , et la limite Doppler  $\hbar\Gamma_f$  est beaucoup plus basse que  $\hbar\Gamma_e$ .

- Piégeage cohérent de populations

Refroidissement subrecul

# **IONISATION MULTIPHOTONIQUE**

# Ionisation multiphotonique des atomes

Contrairement à la théorie simple de l'effet photoélectrique (Einstein 1905), un atome peut être photoionisé même si l'énergie  $\hbar\omega$  des photons incidents est plus petite que l'énergie d'ionisation  $E_I$ .

Il peut en effet absorber, non pas un seul, mais plusieurs photons  $\hbar\omega$  lui fournissant une énergie globale supérieure à  $E_I$ .

Observation au cours des années 60 grâce à l'apparition des lasers déclenchés.

- Ionisation à 7 photons de Xe

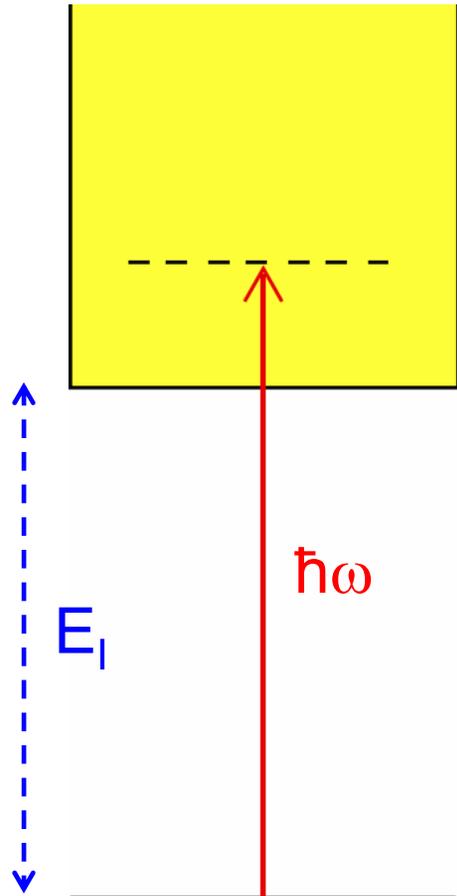
G. Voronov, N. Delone, Sov. Phys. J.E.T.P. 23, 54 (1966)

- Ionisation multiphotonique des gaz rares, y compris He

P. Agostini, G. Barjot, J.-F. Bonnal, G. Mainfray, C. Manus, J. Morellec, I.E.E.E. J. Quantum Electron., 4, 667 (1968)

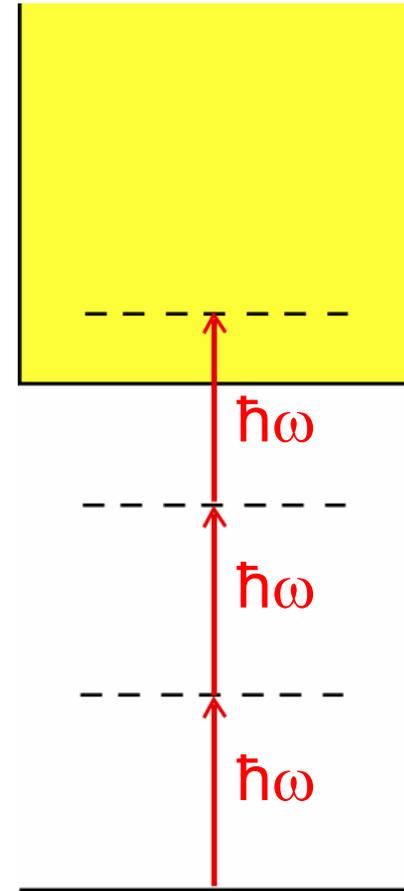
# Ionisation simple et multiphotonique

$E_I$  : Energie d'ionisation



Ionisation simple  
à 1 photon

$$\hbar\omega > E_I$$



Ionisation multiphotonique  
à 3 photons

$$\hbar\omega < E_I \quad 2\hbar\omega < E_I \quad 3\hbar\omega > E_I$$

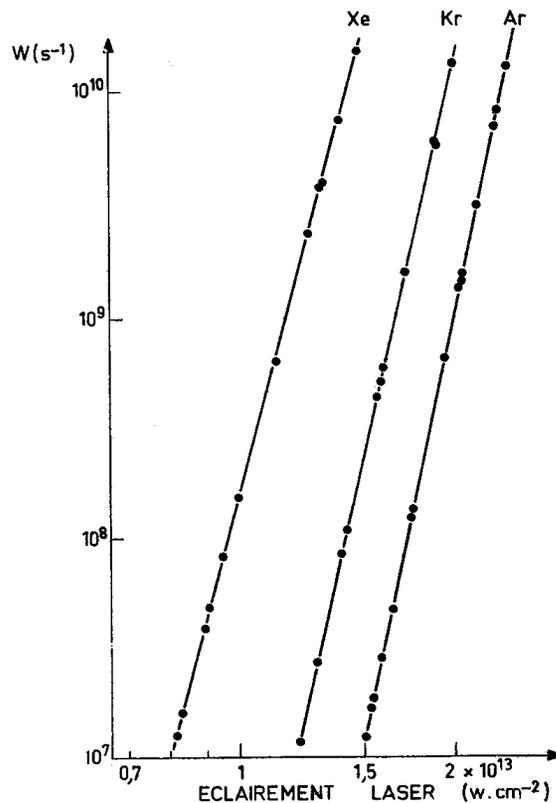
# Paramètres influençant le taux $W$ d'ionisation multiphotonique

## Intensité laser

Dans un traitement perturbatif,

$$W \propto I^K$$

où  $K$  est le nombre de photons nécessaire pour l'ionisation.



Laser à Neodyme  
 $\hbar\omega = 1.17$  eV

$K=11$  pour Xe

$K=13$  pour Kr

$K=14$  pour Ar

Figure extraite de:  
G. Mainfray, C. Manus  
J. De Phys. Colloque C1  
39, page C1-1 (1978)

# Paramètres influençant le taux $W$ d'ionisation multiphotonique (suite)

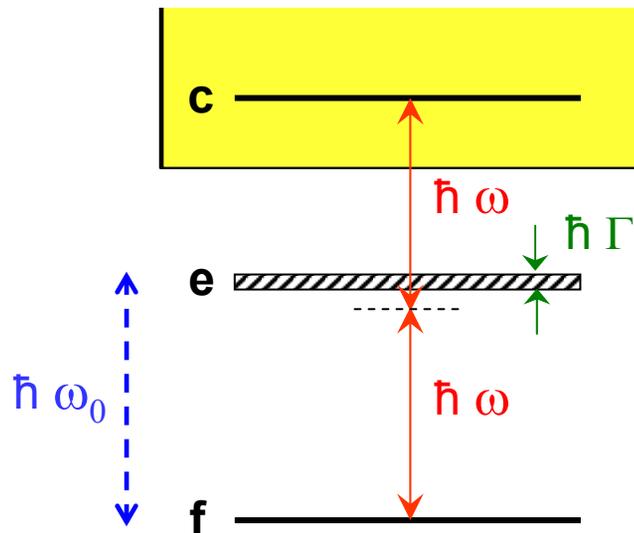
## Cohérence du champ laser

2 champs laser de même intensité moyenne  $\langle I \rangle$  ne donnent pas en général le même taux d'ionisation à  $K$  photons car:

$$\langle I^K \rangle \neq \langle I \rangle^K$$

Étude très approfondie de ces effets par le groupe de Saclay

## Résonance intermédiaire



État discret  $e$ , de largeur  $\Gamma$ , d'énergie  $E_e$  très proche de  $E_f + K' \hbar \omega$  avec  $K' < K$  (la figure correspond à  $K=2$ ,  $K'=1$ )

Le propagateur

$$\frac{1}{E_f + K' \hbar \omega - E_e + i \hbar \Gamma / 2}$$

relatif à l'état intermédiaire  $e$  peut devenir très grand

# Taux de photoionisation W avec résonance intermédiaire

Système représenté sur la figure précédente avec:

$$\omega = \omega_0, \quad K' = 1, \quad K = 2$$

## Amplitude de transition

$$A_{f \rightarrow c} \propto V_{ce} \frac{1}{\omega - \omega_0 + i\frac{\Gamma}{2}} V_{ef} = \frac{V_{ce} V_{ef}}{i\Gamma/2} \quad \text{si } \omega = \omega_0$$

## Taux de transition

$$W_{f \rightarrow c} \propto |A_{f \rightarrow c}|^2 \rho(E_c) \quad \rho(E_c) : \text{densité d'états finals } E_c$$

$$W_{f \rightarrow c} \propto |V_{ce}|^2 \frac{1}{\Gamma^2} |V_{ef}|^2 \rho(E_c)$$

$$\propto \underbrace{|V_{ef}|^2 \frac{1}{\Gamma}}_{W_{f \rightarrow e}} \times \underbrace{|V_{ce}|^2 \rho(E_c)}_{W_{e \rightarrow c}} \times \underbrace{\frac{1}{\Gamma}}_{\tau}$$

## Interprétation physique : Processus en 2 étapes

- L'atome passe de f à e avec un taux :

$$W_{f \rightarrow e} \propto |V_{ef}|^2 \times \frac{1}{\Gamma} \quad (\text{taux d'absorption d'un photon})$$

- Une fois qu'il est passé dans e, la probabilité qu'il passe dans c est égale au taux d'ionisation  $W_{e \rightarrow c}$  à partir de e que multiplie le temps  $\tau = 1/\Gamma$  passé dans e :

$$P_{e \rightarrow c} = W_{e \rightarrow c} \times \tau$$

## Autre approche théorique (en termes de matrice densité)

$$\rho_{ff} \rightarrow \rho_{fe} \rightarrow \rho_{ee} \rightarrow \rho_{ec} \rightarrow \rho_{cc}$$

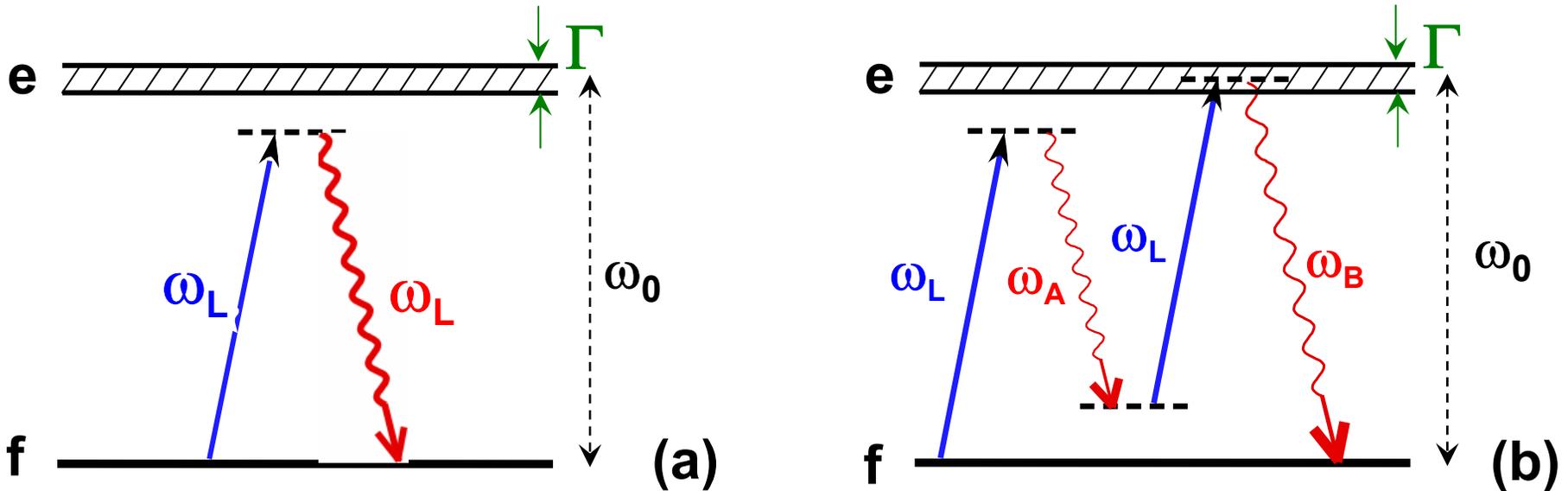
Chemin d'ordre 4 en V passant de f à e via  $\rho_{ee}$

$$\rho_{ff} \rightarrow \rho_{fe} \rightarrow \rho_{fc} \rightarrow \rho_{ec} \rightarrow \rho_{cc}$$

Chemin d'ordre 4 en V allant de f à e sans passer par  $\rho_{ee}$

# Un autre exemple de processus multiphotonique en 2 étapes

Fluorescence de résonance avec excitation quasi-résonnante

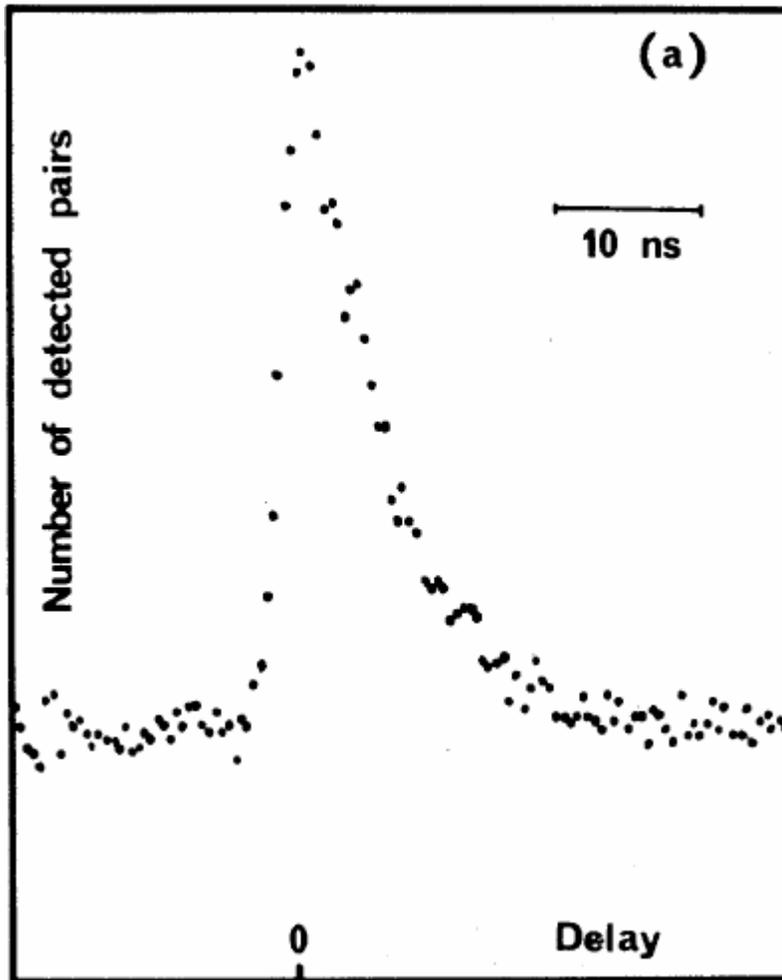


(a) : Processus d'ordre le plus bas. Diffusion Rayleigh

(b) : Processus d'ordre 2. Absorption de 2 photons laser et émission spontanée de 2 photons  $\omega_A$  et  $\omega_B$  avec  $\omega_A + \omega_B = 2 \omega_L$

Amplitude résonnante quand le troisième état intermédiaire (après l'absorption du second photon laser) a une énergie proche de celle de e.

# Observation expérimentale



Corrélations temporelles entre les émissions des photons  $\omega_A$  et  $\omega_B$ .  
Le photon  $\omega_A$  est détecté avant le photon  $\omega_B$ .  
Une fois que le photon  $\omega_A$  est détecté, il faut attendre un temps de l'ordre de la durée de vie de  $e$  avant de détecter le photon  $\omega_B$ .

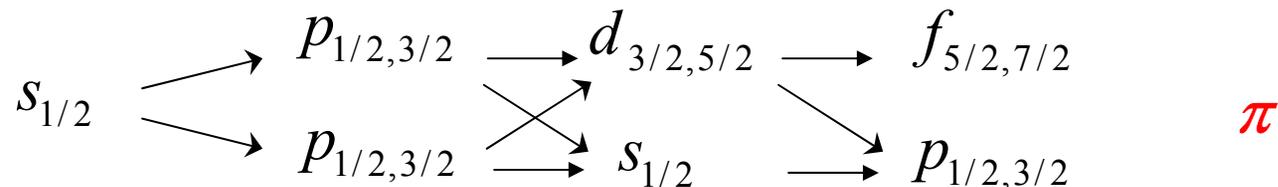
A. Aspect, G. Roger, S. Reynaud, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji  
Phys. Rev. Lett. 45, 617 (1980)

# Paramètres influençant le taux $W$ d'ionisation multiphotonique (suite)

## Polarisation du champ laser

Les règles de sélection sur la polarisation combinées aux règles de sélection sur la parité (transitions dipolaires électriques) conduisent, pour l'ionisation multiphotonique, à des chemins différents suivant que la polarisation du champ laser est  $\sigma_+$  ou  $\pi$ .

$$s_{1/2} \rightarrow p_{3/2} \rightarrow d_{5/2} \rightarrow f_{7/2} \quad \sigma_+$$



Des résonances peuvent apparaître sur un chemin et pas dans l'autre.

# Transitions multiphotoniques entre états du continuum

## Généralisation de l'interprétation d'Einstein

Les photoélectrons quittent l'ion avec une énergie cinétique

$$E_{\text{cin}} = N\hbar\omega - E_I$$

N étant le nombre minimum de photons pour ioniser l'atome.

## Les photoélectrons continuent d'interagir avec le laser

- Ils effectuent une vibration forcée d'énergie  $\mathcal{E}_v$  (cf cours 4)
- Ils peuvent continuer à absorber des photons

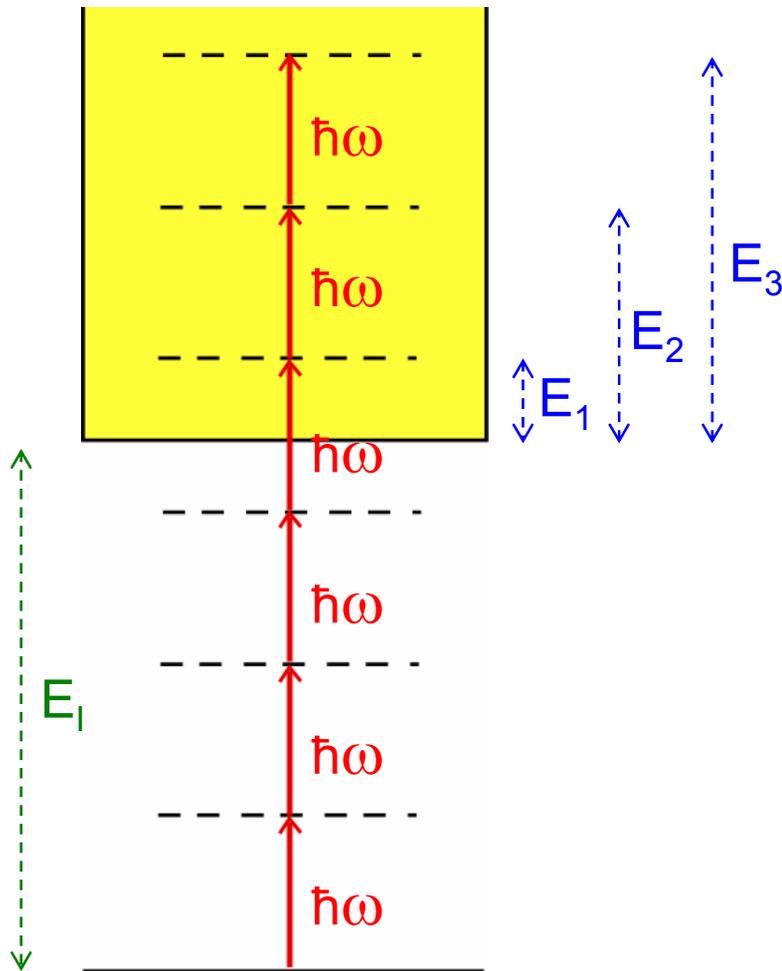
À première vue, ceci semble impossible car un électron libre ne peut absorber un photon (l'impulsion et l'énergie globales ne seraient pas conservées)

Mais l'électron est encore soumis au champ de l'ion qui peut encaisser le recul

(analogie avec le "bremsstrahlung inverse")

# Ionisation au dessus du seuil

En Anglais : « Above Theshold Ionization » (ATI)

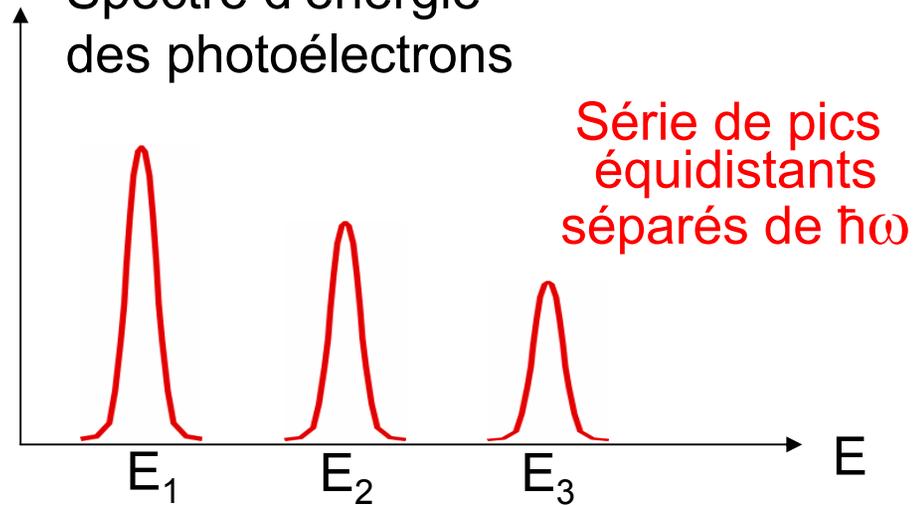


$$E_1 = 4\hbar\omega - E_I$$

$$E_2 = 5\hbar\omega - E_I$$

$$E_3 = 6\hbar\omega - E_I$$

Spectre d'énergie  
des photoélectrons



Première observation:

P. Agostini, F. Fabre, G. Mainfray,  
G. Petite, N. Rahman,  
Phys. Rev. Lett. 42, 1127 (1979)

# Conséquences du mouvement de vibration

Tous les niveaux excités de l'atome, y compris ceux du continuum, sont déplacés de  $\mathcal{E}_v$  (cf cours IV).

À des éclairagements de l'ordre de  $10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>, et pour des fréquences laser  $\omega$  telles que  $\hbar\omega = 1.17$  eV (laser à néodyme),  $\mathcal{E}_v$  peut atteindre quelques eV. Le déplacement de l'état fondamental  $f$  est beaucoup plus petit et peut être négligé.

L'énergie d'ionisation  $E_I$  de l'atome est donc augmentée de  $\mathcal{E}_v$  et l'énergie cinétique du mouvement "lent" du photoélectron est égale à:

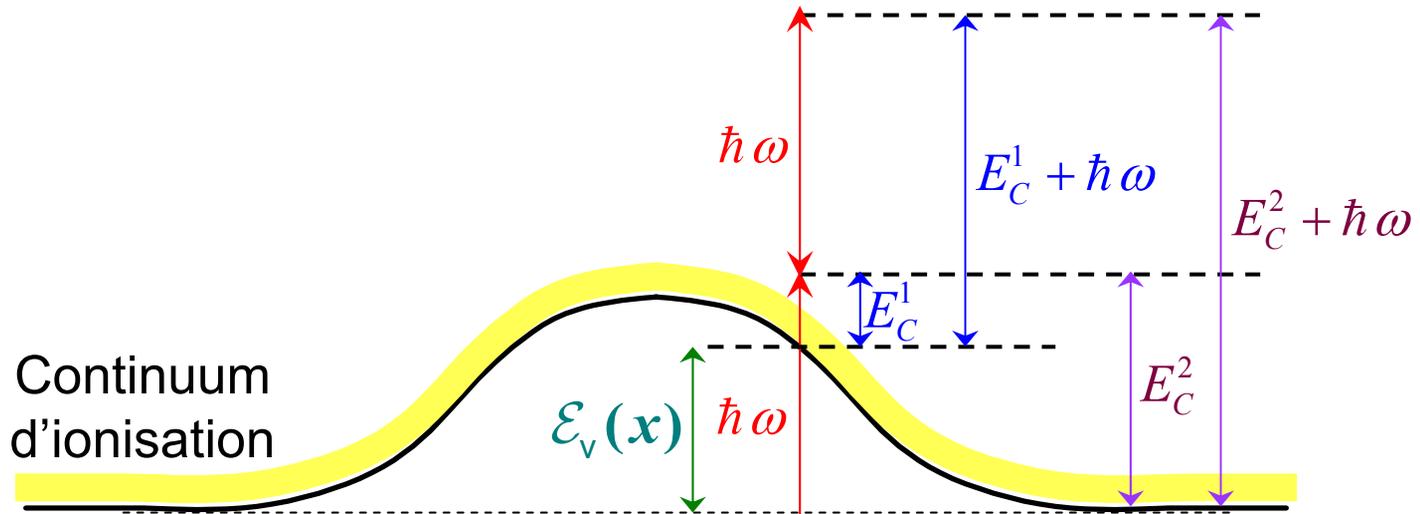
$$E_C^1 = N\hbar\omega - E_I - \mathcal{E}_v$$

Elle est plus petite que celle calculée en l'absence de vibration:

$$E_C^2 = N\hbar\omega - E_I$$

(voir figure suivante)

# Énergies $E_C^1$ et $E_C^2$



$\mathcal{E}_v(x)$  : Énergie de vibration de l'électron au point  $x$

$E_C^1$  : Énergie cinétique du mouvement lent du photoélectron avec  $\mathcal{E}_v \neq 0$

$E_C^2$  : Idem avec  $\mathcal{E}_v = 0$

$$E_C^2 = E_C^1 + \mathcal{E}_v(x)$$

f

x

Position sur une droite traversant le faisceau laser à angle droit

## Conséquences du mouvement de vibration (suite)

En fait, l'électron n'est pas détecté à l'intérieur du faisceau laser, mais une fois qu'il en est sorti.

L'énergie de vibration  $\mathcal{E}_v$  dépend de la position  $x$  de l'électron à l'intérieur du faisceau laser et apparaît comme une énergie potentielle effective pour son mouvement lent, donnant naissance à une force

$$\vec{F}(x) = -\vec{\nabla} \mathcal{E}_v(x)$$

appelée « force pondéromotrice »

Sous l'effet de cette force, l'électron est accéléré au cours de sa sortie du faisceau laser, et son énergie augmente d'une quantité égale à l'énergie de vibration  $\mathcal{E}_v(x)$  au point  $x$  où il a été créé.

Encore faut-il que l'impulsion laser dure suffisamment longtemps pour que l'électron puisse sentir cette force tout au long de son mouvement de sortie.

## 2 situations extrêmes

### Impulsions laser longues

Le champ laser ne change pas pendant le mouvement de sortie de l'électron.

Le mouvement lent de l'électron a le temps de regagner l'énergie  $\mathcal{E}_v(x)$  prise par le mouvement rapide de vibration au point  $x$  où le photoélectron est créé.

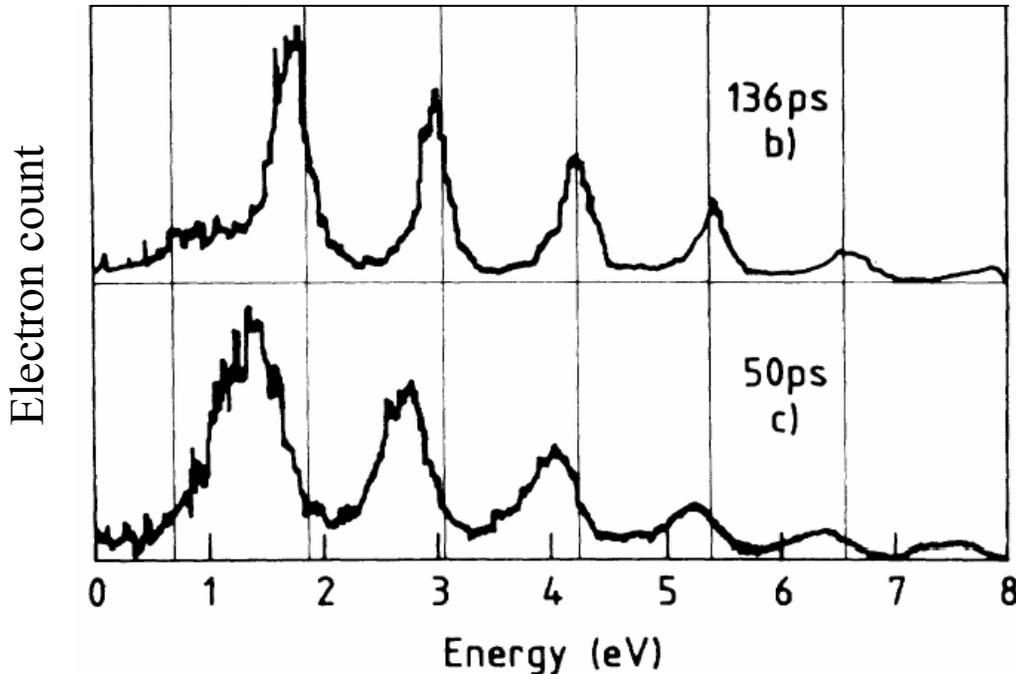
Le spectre d'ionisation au dessus du seuil est donc celui que l'on calculerait en ignorant  $\mathcal{E}_v$ .

### Impulsions laser courtes

Le champ laser disparaît avant que le photoélectron ait eu le temps d'être accéléré.

Toutes les énergies des pics du spectre d'ionisation au dessus du seuil sont diminuées de  $\mathcal{E}_v$ .

# Observation expérimentale



P. Agostini, J. Kupersztych,  
L. Lompré, G. Petite,  
F. Vergeau,  
Phys. Rev. A36, 4111 (1987)

Diminution des énergies des pics du spectre d'ionisation au dessus du seuil quand la durée des impulsions laser décroît.

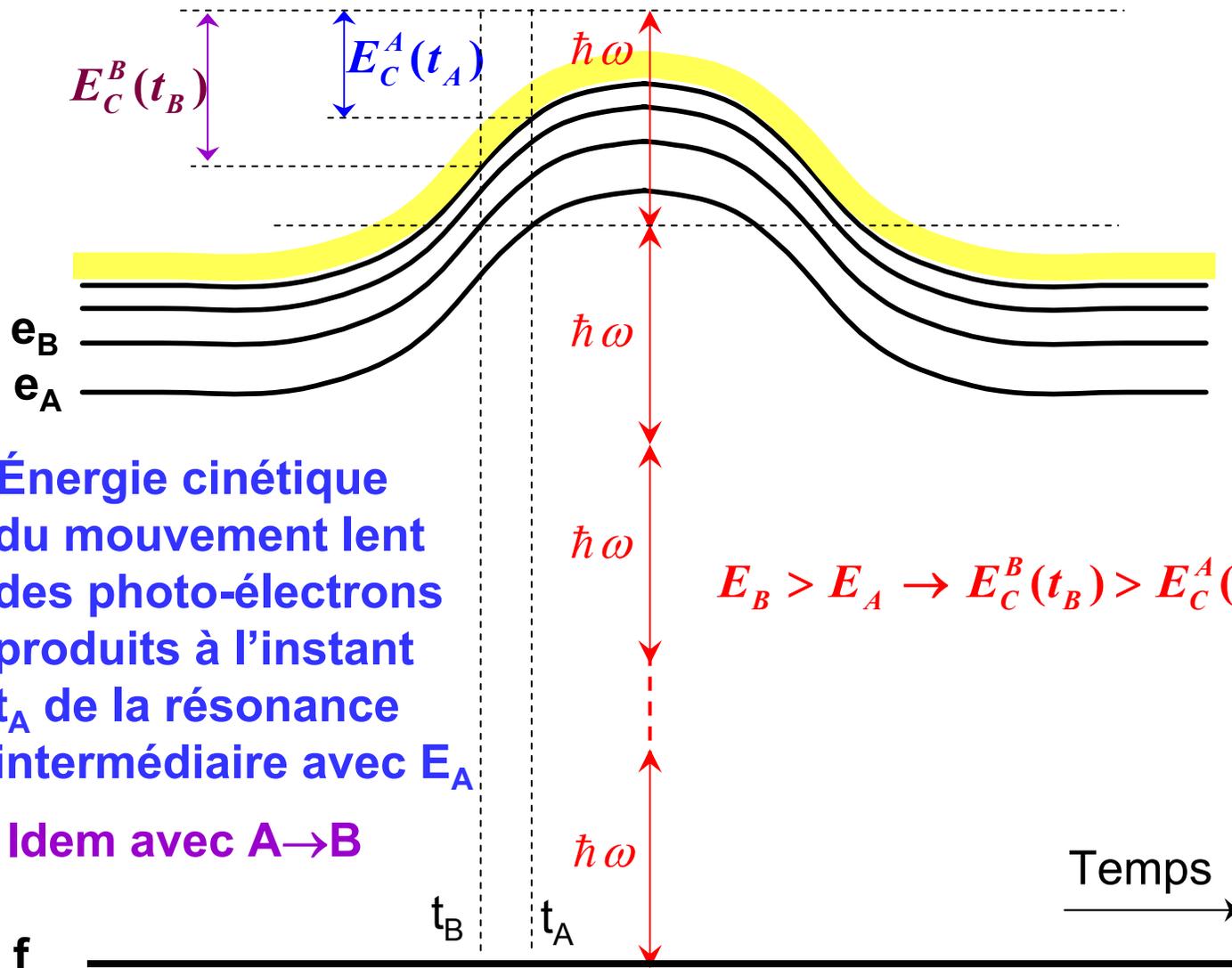
## Structure fine des pics d'ionisation au dessus du seuil

Par suite de la variation temporelle de l'intensité d'une impulsion laser, des résonances intermédiaires peuvent apparaître à certains instants avec des états très excités de l'atome par suite des déplacements  $\mathcal{E}_v(t)$  que ces états subissent. Ces résonances se traduisent par une augmentation du nombre de photoélectrons.

Plusieurs niveaux excités peuvent entrer successivement en résonance à des instants différents, où l'énergie de vibration  $\mathcal{E}_v$  est différente. Il en résulte une série de pics de photoélectrons d'énergies légèrement différentes qui reproduisent le spectre des états atomiques excités.

Observation de ces phénomènes avec des impulsions laser très courtes (sub-picosecondes).

# Résonances intermédiaires se produisant à des instants différents avec des états atomiques très excités



$E_C^A(t_A)$  : Énergie cinétique  
du mouvement lent  
des photo-électrons  
produits à l'instant  
 $t_A$  de la résonance  
intermédiaire avec  $E_A$

$E_C^B(t_B)$  : Idem avec  $A \rightarrow B$

$$E_B > E_A \rightarrow E_C^B(t_B) > E_C^A(t_A)$$

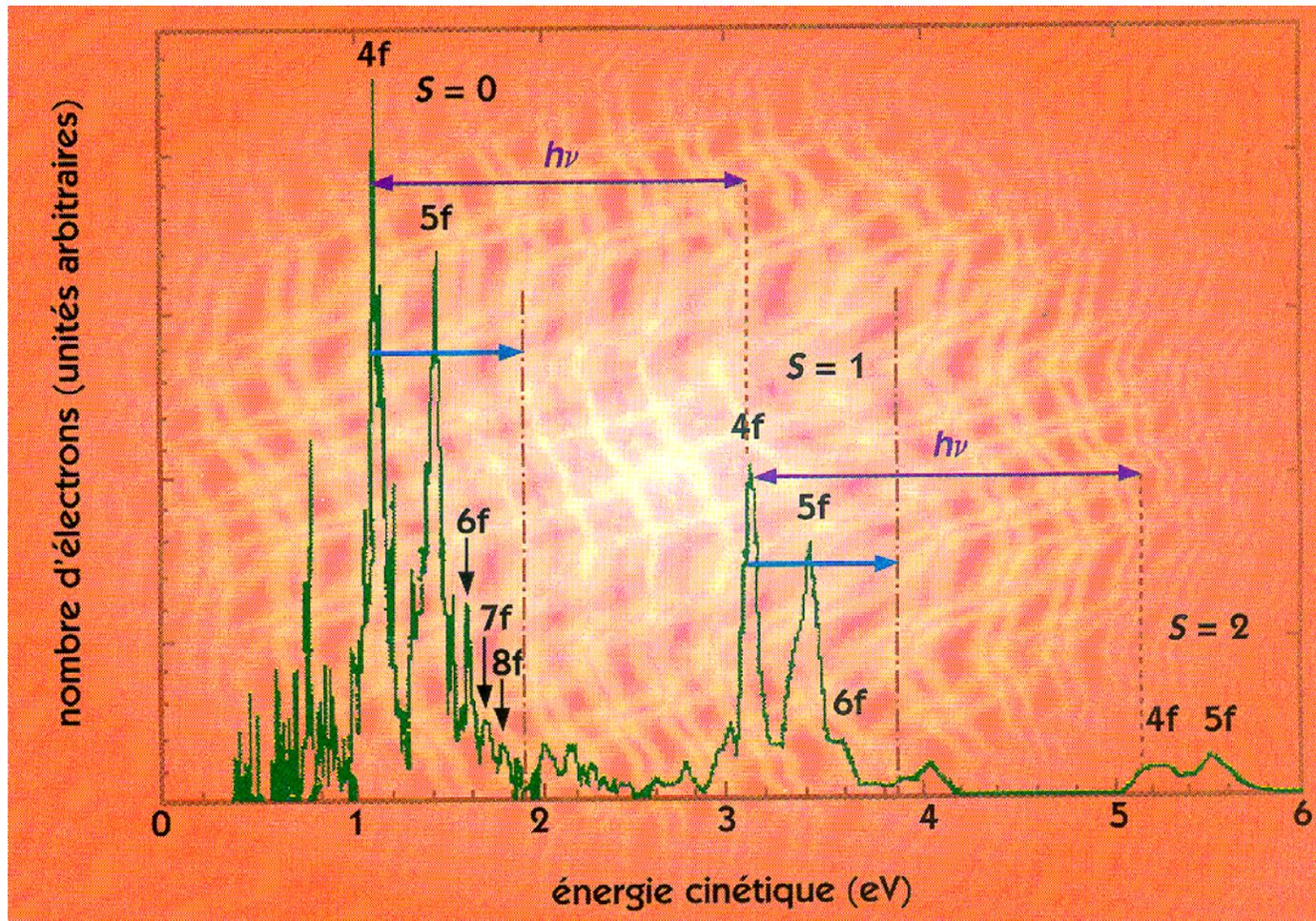


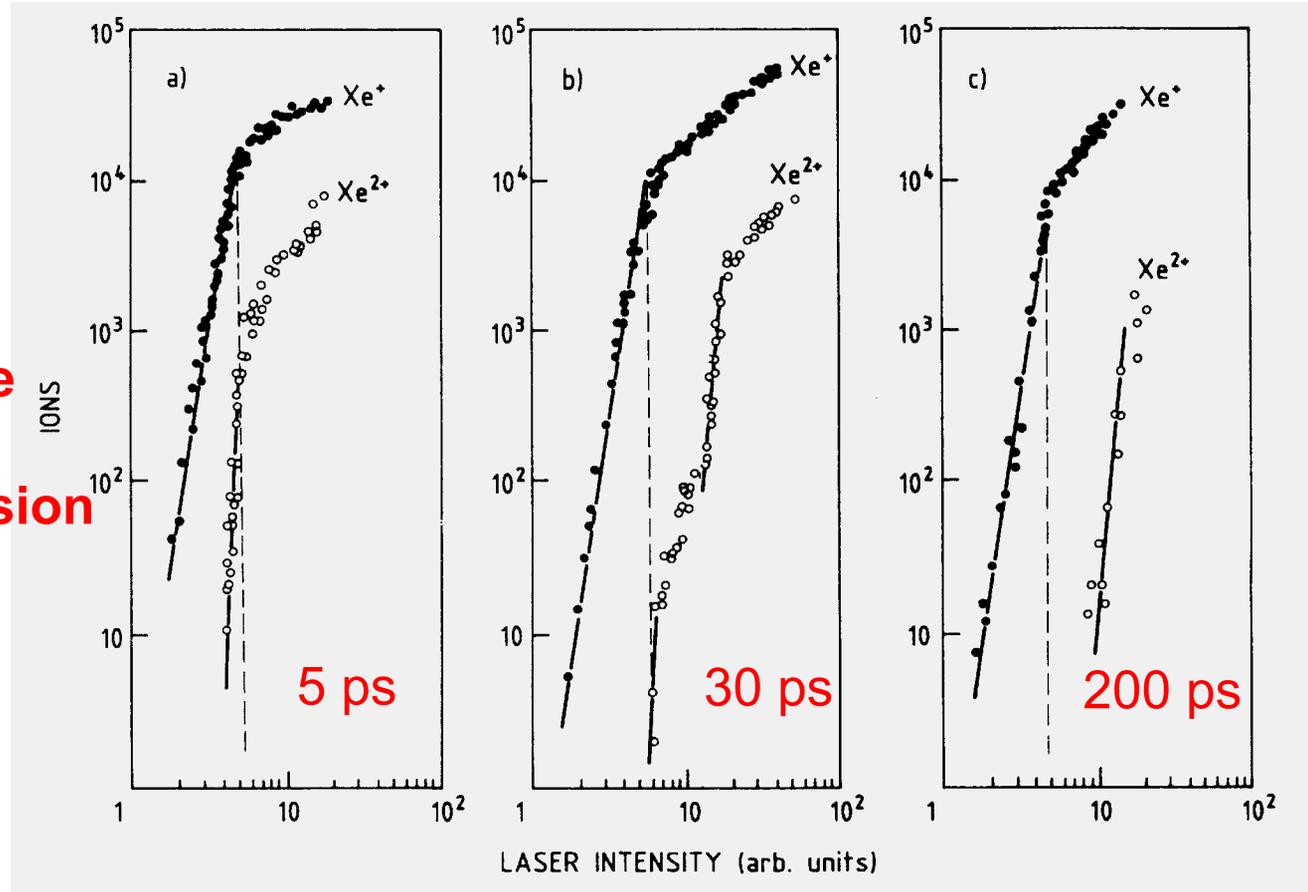
Figure extraite de  
 Clefs CEA N° 41  
 Été 1999

R. Freeman, P. Bucksbaum, H. Milchberg, S. Darack,  
 D. Schumacher, M. Geusic, Phys. Rev. Lett. 59, 1092 (1987)

# Ionisation double

Exemple de la compétition entre la passage direct de Xe à Xe<sup>2+</sup> par absorption de 15 photons et le passage en 2 étapes Xe → Xe<sup>+</sup> par absorption de 6 photons, puis Xe<sup>+</sup> → Xe<sup>2+</sup> par absorption de 10 photons

La probabilité d'ionisation double est d'autant plus élevée que l'impulsion est plus courte

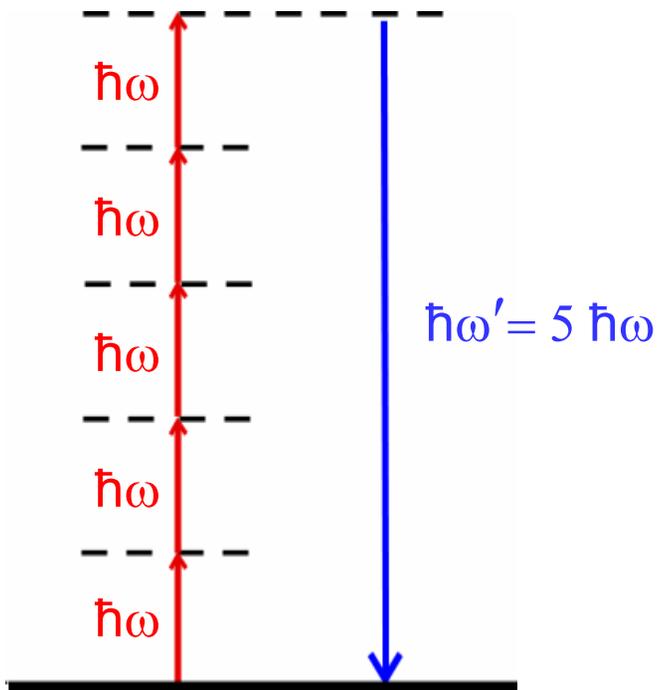


A. L'Huillier, L. Lompré, G. Mainfray, C. Manus,  
J. Physique, 44, 1247 (1983)

# Génération d'harmoniques

Première observation par P. Franken en 1961 d'un doublement de fréquence lors du passage d'un laser à rubis dans un cristal de quartz.

Avec le développement des impulsions lasers intenses et ultra-brèves observation de la génération d'harmoniques d'ordre élevé dans des gaz rares.



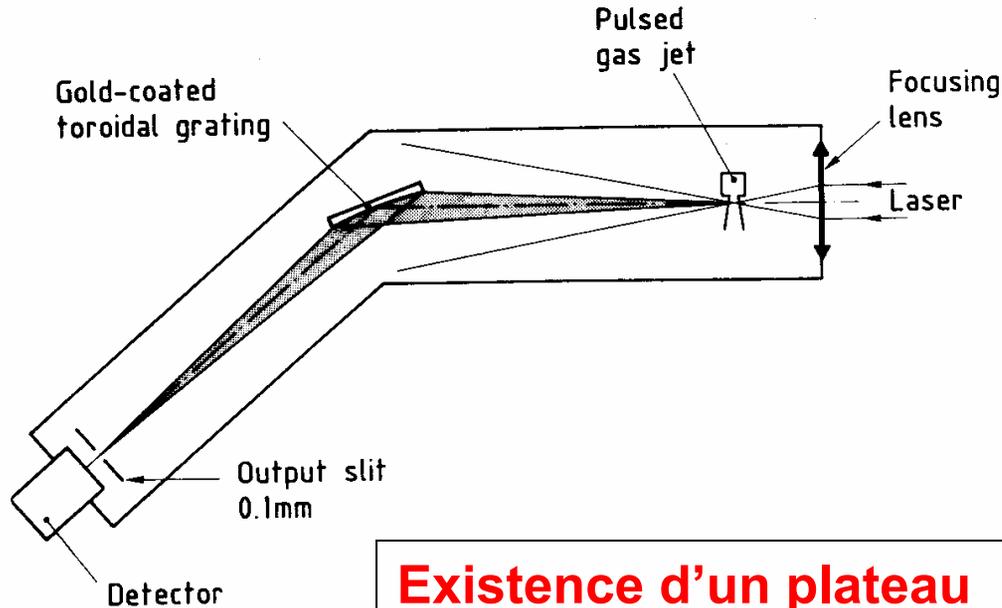
Processus non linéaire  
au cours duquel

- $2n+1$  photons  $\hbar\omega$  disparaissent  
( $n=1,2,3,\dots$ )
- 1 photon nouveau  $\hbar\omega'$  apparaît  
 $\omega'=(2n+1)\omega$

Seules les harmoniques impaires  
apparaissent à cause de la  
symétrie de réflexion de l'atome.

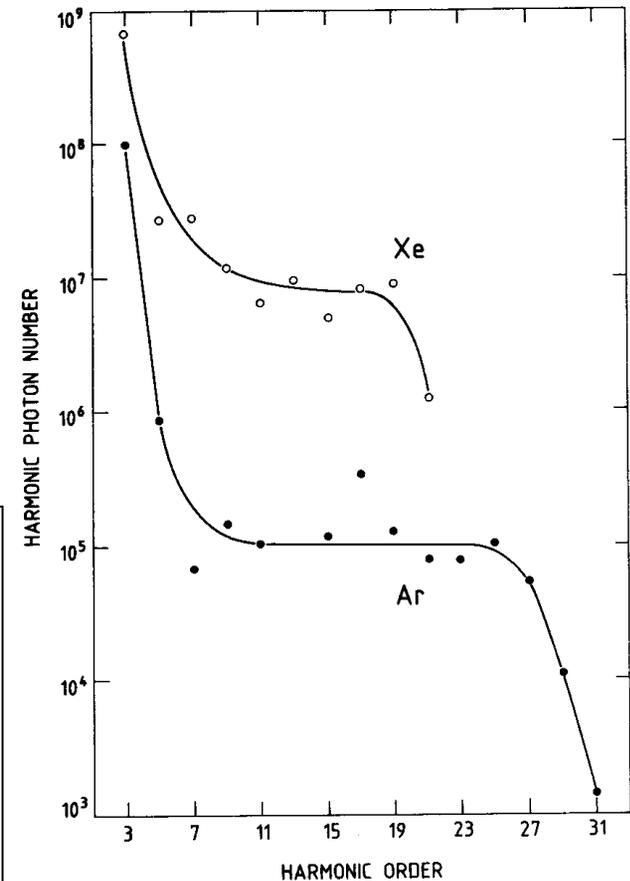
# Étude expérimentale

## Montage expérimental



**Existence d'un plateau dans la variation de l'intensité d'une harmonique avec l'ordre de cette harmonique.**  
**→ régime non perturbatif**

## Résultats



Figures extraite de : G. Mainfray, C. Manus,  
Rep. Prog. Phys. 54, 1333 (1991)

# Exemple de spectre d'harmoniques

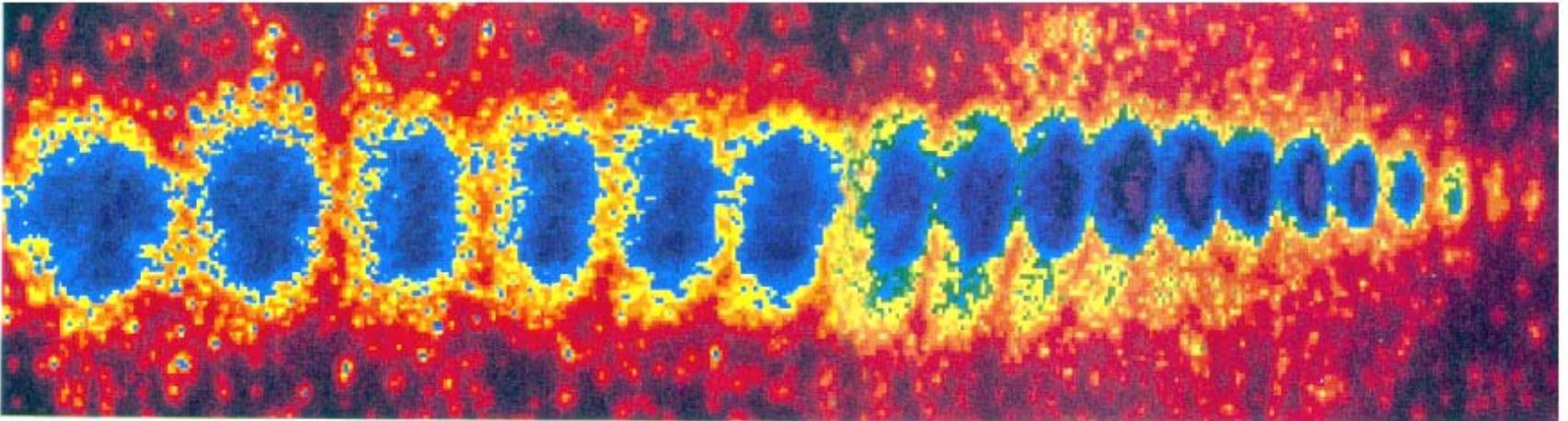
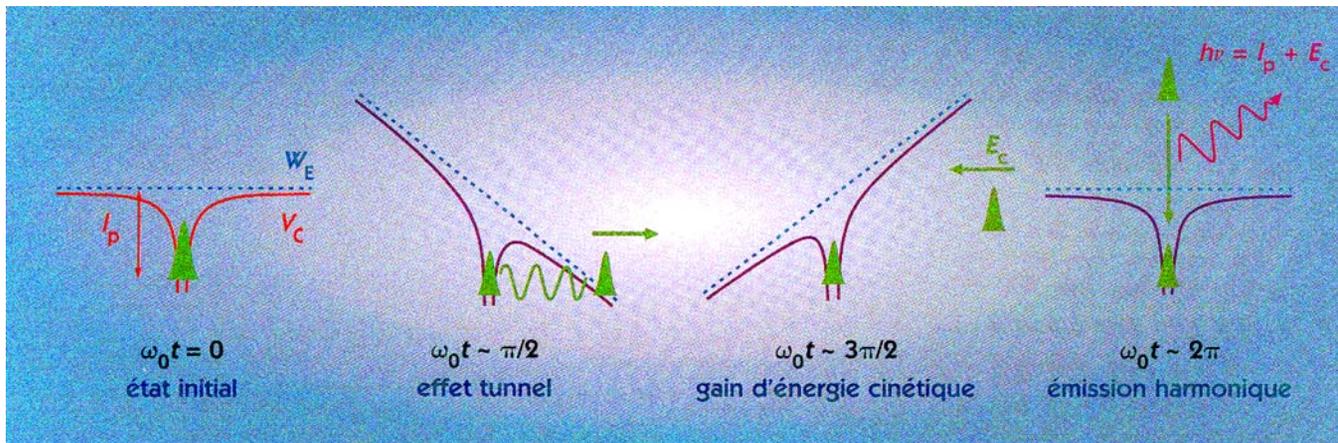


Figure extraite de  
Clefs CEA N° 41  
Été 1999

# Approche quasi-classique pour la génération d'harmoniques d'ordre élevé et l'ionisation au dessus du seuil



**K. Kulander,  
P. Corkum**

Figure extraite de  
Clefs CEA N° 41  
Été 1999

L'électron est ionisé par effet tunnel et est accéléré par le champ de l'onde laser, effectuant une oscillation d'énergie de l'ordre de  $\mathcal{E}_v$ .

Quand il revient près du noyau, il peut

- soit, être freiné par le champ du noyau et retourner dans l'état fondamental en émettant une harmonique d'ordre élevé.
- soit être accéléré vers un pic élevé d'ionisation au dessus du seuil

Description récente de ces phénomènes en termes d'un petit nombre d'orbites quantiques dans les intégrales de chemin de Feynman.

**P. Salières et al., Science 292, 902 (2001)**

## Quelques retombées de ces études

### Nouvelles sources de rayonnement dans le domaine UVX

Des harmoniques d'ordre aussi élevé que 221 peuvent être obtenues, correspondant à des longueurs d'onde de 3.6 nm (Université du Michigan)

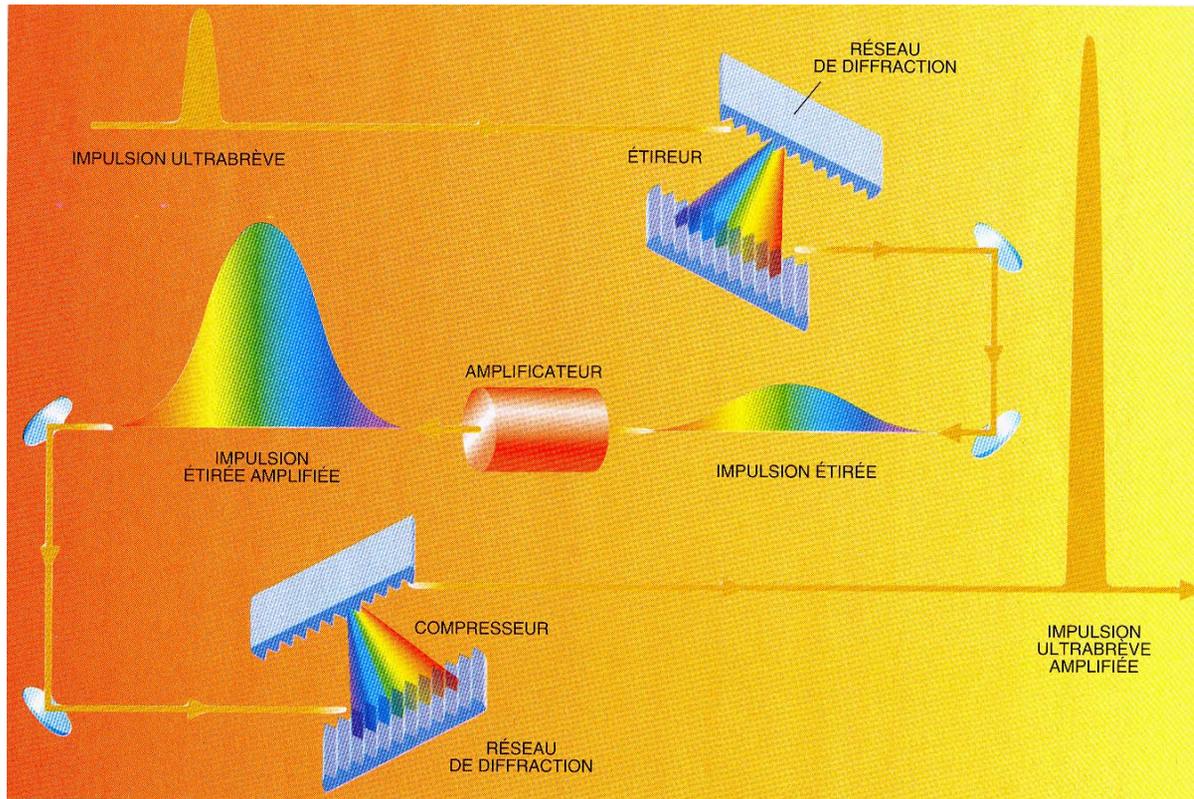
Propriétés intéressantes de cohérence, brillance et courte durée

### Impulsions subfemtosecondes

Le battement entre un ensemble d'harmoniques cohérentes donne naissance à un train d'impulsions subfemtosecondes

# **EFFETS NOUVEAUX APPARAISSANT AUX TRÈS HAUTES INTENSITÉS**

# Développement de lasers ultra intenses



## Amplification d'impulsions à dérive de fréquence "Chirped Pulse Amplification" G. Mourou

Figure extraite de  
G. Mourou,  
D. Umstadter  
Pour la Science  
Août 2002, p.82

**L'étirement de l'impulsion permet de l'amplifier sans endommager les composants optiques de l'amplificateur. Elle est ensuite recomprimée.**

**Obtention par cette méthode, dans des laboratoires de type universitaire (100 m<sup>2</sup> environ), d'impulsions ultra-brèves (quelques 10<sup>-15</sup>s) avec des puissances de l'ordre de 10 terawatt (10<sup>13</sup> w). Dans des centres plus importants, les puissances atteignent le petawatt (10<sup>15</sup> w).**

## Régime relativiste

Une impulsion laser de  $10^{13}$  w à 1053 nm convenablement focalisée donne des éclairagements lumineux de  $10^{19}$  w/cm<sup>2</sup>.

Avec de tels éclairagements, le milieu est totalement ionisé. Les électrons oscillent dans le champ laser  $E_L$  avec une vitesse proche de la vitesse de la lumière et une énergie de vibration  $\mathcal{E}_v$  qui atteint 1MeV, plus grande que l'énergie de masse de l'électron. Le champ laser  $E_L$  atteint  $10^{11}$  V/cm, beaucoup plus grand que le champ de Coulomb entre l'électron et le proton dans l'état 1s de l'hydrogène, de l'ordre de  $5 \cdot 10^9$  V/cm.

Dans ce régime relativiste, de nombreux effets physiques nouveaux apparaissent et sont en cours d'étude dans divers laboratoires.

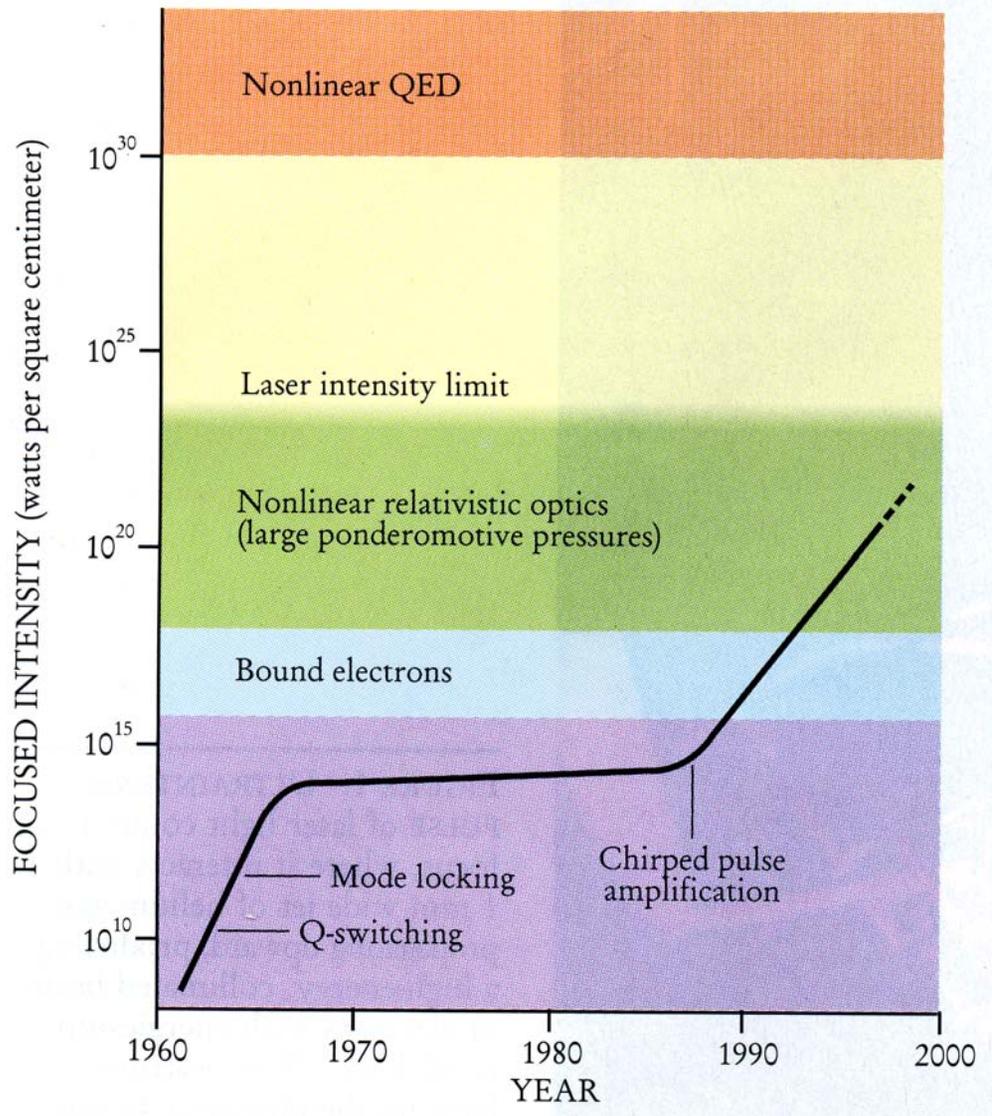


Figure extraite de  
 G. Mourou, C. Barry,  
 M. Perry  
 Physics Today  
 Janvier 1998, p.22

**Réalisation en laboratoire de conditions régnant en astrophysique**  
**Astrophysique de laboratoire**

## **Accélération d'électrons par l'onde de sillage créée par une impulsion laser intense dans un plasma**

**La pression de radiation de l'impulsion pousse les électrons, les ions plus lourds réagissant moins vite. Il apparaît ainsi une onde de densité de charge dans le plasma, qui suit l'impulsion lumineuse, comme l'onde de sillage suivant un navire en mouvement.**

**Les oscillations de charge associées à l'onde de sillage créent des champ électriques très intenses qui peuvent accélérer un électron. L'électron « surfe » ainsi sur l'onde de sillage.**

**Comme l'onde de sillage, accrochée à l'impulsion lumineuse, se propage à une vitesse proche de  $c$ , l'électron peut subir l'effet accélérateur du champ électrique suffisamment longtemps avant de dépasser l'onde de sillage.**

**Des faisceaux d'électrons de 200 MeV peuvent ainsi être obtenus sur une distance de 1mm! Résultat obtenu au Laboratoire d'Optique Appliquée (équipe de V. Malka).**

# Évolution des performances des accélérateurs

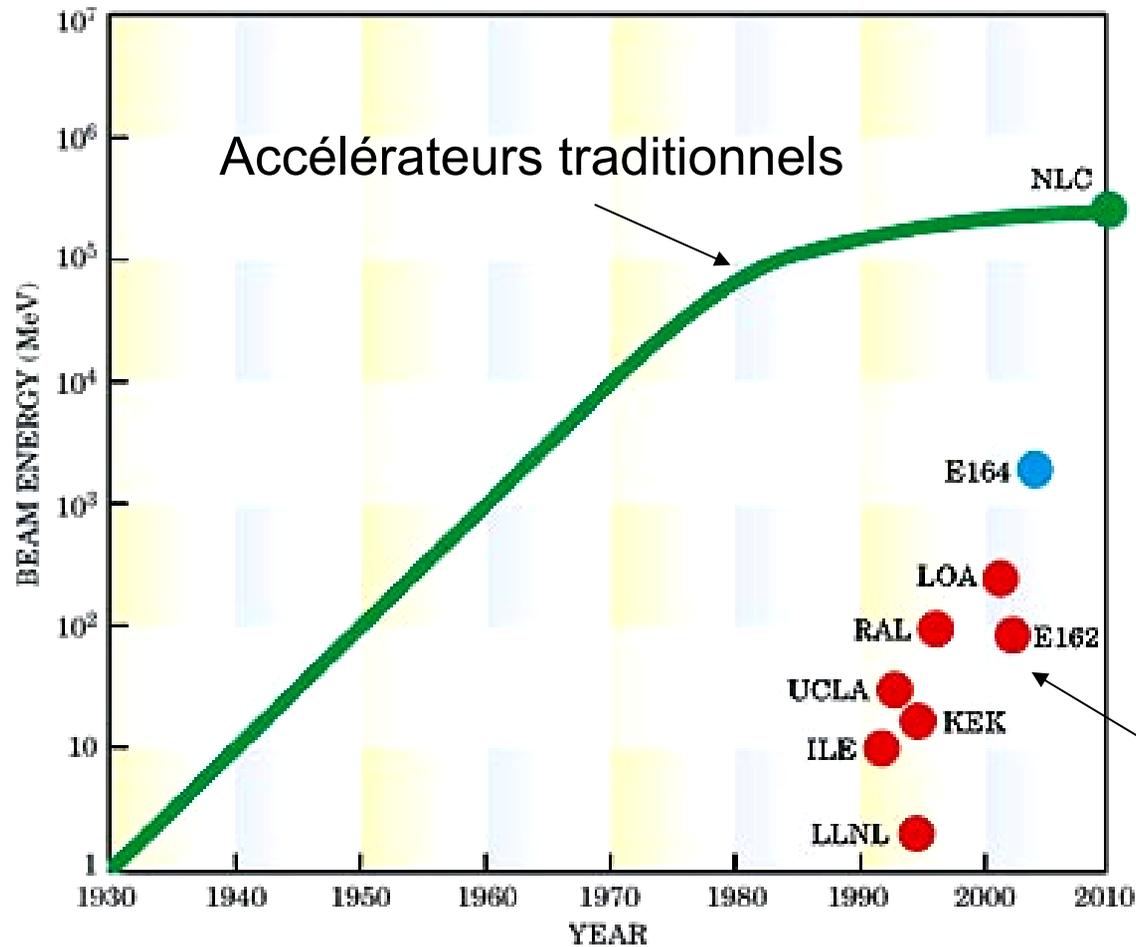


Figure extraite de  
C. Joshi, T. Katsouleas  
Physics Today  
Juin 2003, p. 47

Accélérateurs à  
ondes de sillage

## Autofocalisation relativiste

Changement de l'indice de réfraction  $n$  du plasma dû à la variation relativiste de la masse de l'électron oscillant

$$n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad \omega_p = \frac{4\pi n_0 e^2}{m \gamma} = \text{fréquence de plasma}$$

$n_0 = \text{densité d'électrons}$        $\gamma = (1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$

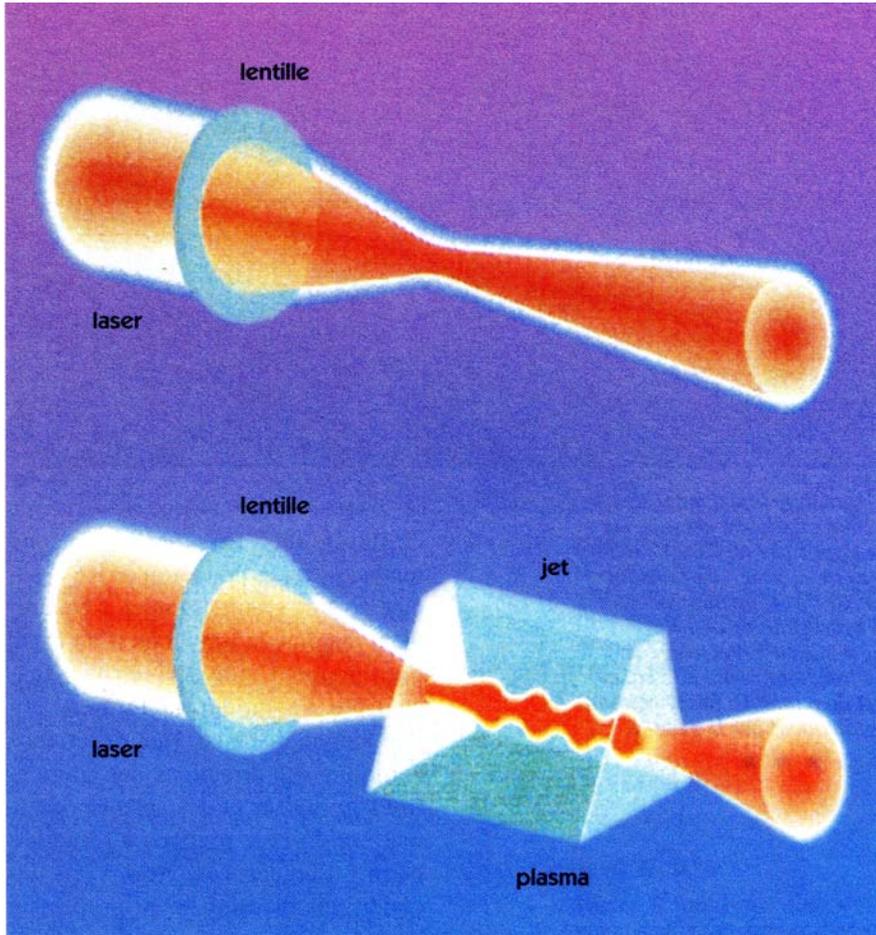
**Au centre du faisceau laser, l'intensité est maximale, la vitesse  $v$  est la plus grande, donc  $\omega_p$  est le plus petit et  $n$  le plus grand. Effet de lentille étudié au CEA Saclay et observé au CEA Limeil.**

### Autre effet de focalisation

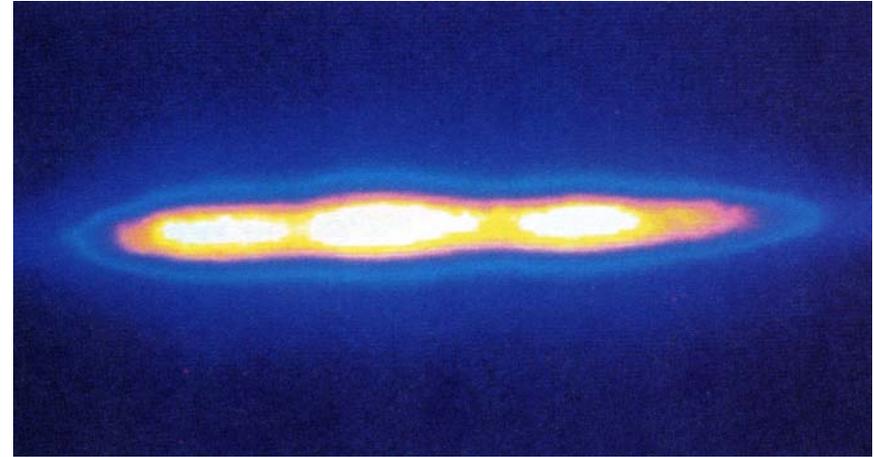
Expulsion des électrons de la région centrale du faisceau par la force pondéromotrice, conduisant à une diminution de  $n_0$  au centre, et donc à une augmentation de  $n$ .

### Intérêt de ces effets

**Augmenter la distance sur laquelle les électrons sont accélérés.**



**Principe de l'expérience**

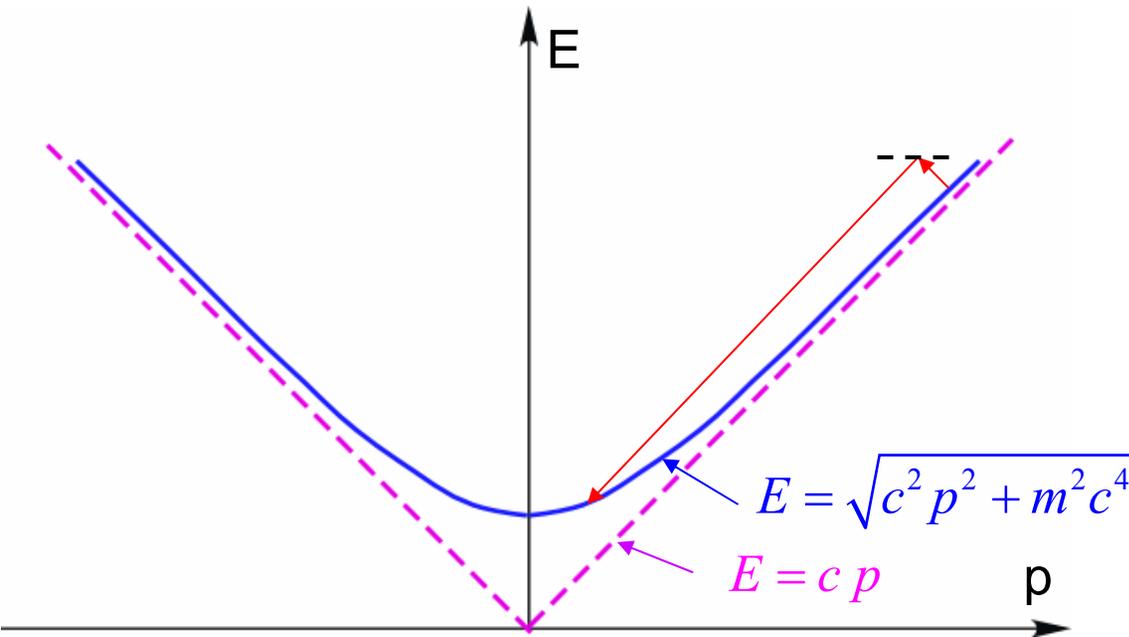


**Résultats**

**Figures extraites de  
Clefs CEA N° 41  
Été 1999**

## Source de photons gamma

**Diffusion Compton vers l'arrière de photons optiques par des électrons de grande énergie de direction opposée**



**Diagramme E-p dans le domaine relativiste**

**L'effet Compton vers l'arrière peut aussi être considéré comme un effet Raman vers l'arrière entre 2 états du diagramme E-p**

**Si l'électron a une énergie très élevée devant  $mc^2$ , le photon Compton vers l'arrière a une énergie très supérieure à celle du photon incident.**

18.11.03

## Cours 7

# **SUPERPOSITIONS LINÉAIRES D'ÉTATS INTERFÉRENCES QUANTIQUES**

# Description de l'état d'un atome

## Cas d'un système en équilibre thermodynamique

L'état est complètement décrit par les populations  $\pi_n$  des niveaux d'énergie  $E_n$ .

$$\pi_n = \langle E_n | \sigma | E_n \rangle \propto e^{-E_n/k_B T}$$

$\pi_n$  : éléments diagonaux de l'opérateur densité  $\sigma$  dans la base  $\{E_n\}$ . Les éléments non diagonaux sont nuls.

$\sigma$  : mélange statistique d'états  $E_n$  avec des poids  $\pi_n$ .

## Systeme soumis à une perturbation dont l'effet peut être décrit en termes de taux de transition $W_{n \rightarrow n'}$

Une description de l'état du système par les seules populations  $\pi_n$  des états  $E_n$  est là encore suffisante, l'évolution de ces populations étant décrite par l'équation:

$$\dot{\pi}_n = - \sum_{n' \neq n} W_{n \rightarrow n'} \pi_n + \sum_{n' \neq n} W_{n' \rightarrow n} \pi_{n'}$$

# Superposition linéaire d'états

Il ne faut pas oublier cependant qu'un atome peut aussi être préparé dans un état :

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |E_n\rangle$$

superposition linéaire des états  $E_n$ .

Même si l'état du système n'est pas un état pur, comme l'état  $\psi$ , mais un mélange statistique d'états, la matrice densité  $\sigma$  peut avoir des éléments non diagonaux  $\sigma_{nn'}$  avec ( $n \neq n'$ ).

$$\langle E_n | \sigma | E_{n'} \rangle = \sigma_{nn'} = \langle c_n c_{n'}^* \rangle \neq 0$$

$\langle c_n c_{n'}^* \rangle$ : moyenne sur les états du mélange statistique.

La phase relative des coefficients  $c_n$  et  $c_{n'}$  ne se moyenne pas à zéro.

$\sigma_{nn'}$  est appelé parfois "cohérence" entre les états  $E_n$  et  $E_{n'}$ .

# Importance des superpositions linéaires d'états

Notion centrale en mécanique quantique.

À l'origine du fait que l'amplitude de probabilité associée à un processus peut apparaître comme une somme d'amplitudes dont le carré du module contient des termes d'interférence.

Interférences quantiques entre amplitudes de transition partant du même état initial et aboutissant au même état final.

Effets physiques nouveaux impossibles à décrire et à comprendre en termes de populations et de taux de transition.

Ces effets constituent la richesse (et le mystère) de la mécanique quantique.

## Buts des cours 7 et 8

- 1 – Montrer comment les interactions atome-photon permettent de créer et de détecter des cohérences Zeeman, hyperfines ou optiques.

Éléments non diagonaux de la matrice densité  $\sigma$  entre sous niveaux Zeeman différents du même niveau hyperfin, entre 2 sous niveaux Zeeman appartenant à des niveaux hyperfins différents, entre le niveau fondamental  $f$  et le niveau excité  $e$  d'une transition optique.

- Comment ces diverses cohérences se manifestent-elles?
- À quels effets nouveaux donnent-elles naissance?
- Quelles applications peuvent-elles avoir?

## Buts de ce cours (suite)

2 – Dégager les notions de base qui sont utiles pour aborder des problèmes plus récents comme :

- les cohérences spatiales

Éléments non diagonaux  $\langle \vec{r} | \sigma | \vec{r}' \rangle$  de  $\sigma$  entre 2 points différents  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  de l'espace.

Jouent un rôle essentiel dans divers problèmes: interférométrie atomique; propriétés de cohérence d'un condensat de Bose-Einstein.

- les états intriqués

Superpositions linéaires de 2 états produits de 2 systèmes différents. Par exemple, 2 spins 1/2 dans l'état:

$$|\psi\rangle = \left(1/\sqrt{2}\right) \left[ |A, +\rangle |B, -\rangle - |A, -\rangle |B, +\rangle \right]$$

- la décohérence

Fragilité des superpositions d'états macroscopiquement différents vis-à-vis de la dissipation.

# Plan du cours 7

## Création et détection de cohérences atomiques

Dans l'état excité e

Dans l'état fondamental f

Entre e et f

Équation d'évolution des cohérences

## Effets physiques associés à ces cohérences

Résonances de croisement de niveaux

Excitation en lumière modulée

Modulation de la lumière émise ou absorbée

Battements quantiques

Piégeage cohérent de populations. États noirs

# **CRÉATION ET DÉTECTION DE COHÉRENCES ATOMIQUES**

# Comment créer des cohérences Zeeman dans l'état excité e

## Action d'un champ RF résonnant

Par exemple, dans l'expérience de double résonance, les atomes, portés dans  $M_e=0$  par une excitation  $\pi$ , se retrouvent dans une superposition des sous niveaux  $M_e=+1,0,-1$  sous l'effet du champ RF.

## Est-ce possible par excitation avec un champ optique large bande?

Mélange statistique d'ondes planes  $k$  avec des poids  $I(k)$  formant une raie de grande largeur  $\Delta$  (sources à décharge).  
A priori, le caractère incohérent du champ exciteur semble incompatible avec la création de superpositions d'états avec des phases relatives bien définies.

En fait, des cohérences Zeeman peuvent être obtenues dans e si la polarisation du faisceau lumineux est bien choisie.

## Choix d'une polarisation du faisceau lumineux

Choisissons une polarisation  $\varepsilon$  qui n'est, ni  $\sigma_+$  pure, ni  $\pi$  pure, ni  $\sigma_-$  pure, mais une superposition linéaire de ces 3 polarisations de base :

$$\vec{\varepsilon} = a_+ \vec{\varepsilon}_+ + a_0 \vec{\varepsilon}_0 + a_- \vec{\varepsilon}_-$$

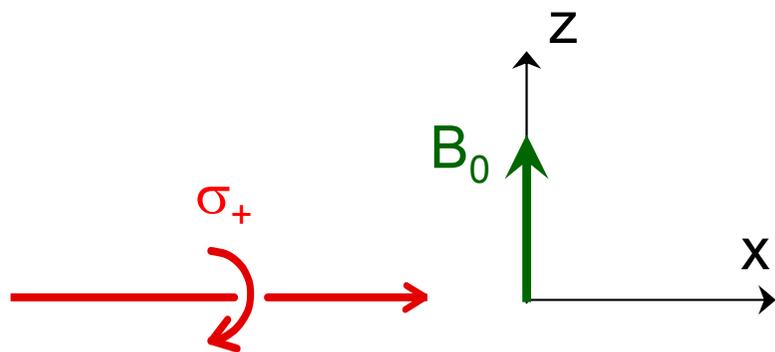
Partant du sous niveau fondamental  $M_f=0$ , l'atome est excité par chaque onde plane  $k$  dans  $M_e=+1, 0, -1$  avec des amplitudes respectivement proportionnelles à  $a_+, a_0, a_-$ .

Les phases relatives des coefficients du développement de l'état de l'atome sur  $M_e=+1, 0, -1$  sont donc les mêmes que les phases relatives de  $a_+, a_0, a_-$ . Elles ne dépendent pas de  $k$  et restent inchangées quand on moyenne sur  $k$ .

Des cohérences Zeeman apparaissent donc bien dans  $e$  avec un choix convenable de polarisation.

## Interprétation en termes de moment cinétique transversal.

Supposons que le faisceau lumineux se propage le long de l'axe  $x$  avec une polarisation  $\sigma_+$  par rapport à cet axe, l'axe de quantification défini par le champ statique  $B_0$  étant parallèle à l'axe  $z$ . (Les sous niveaux d'énergie  $M_e$  et les 3 polarisations de base  $\sigma_+$ ,  $\pi$ ,  $\sigma_-$  sont définis par rapport à l'axe  $z$ ).



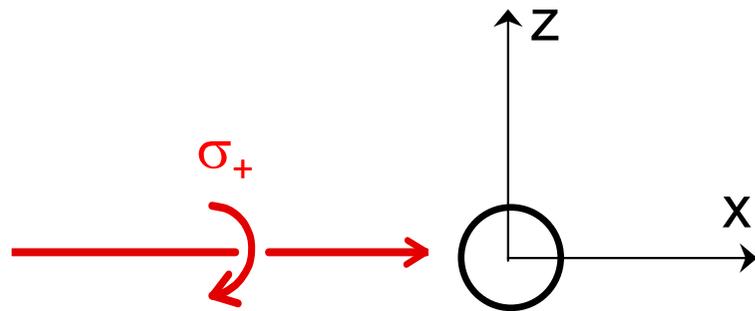
Lors de l'absorption du photon  $\sigma_+$ , l'atome gagne une unité de moment cinétique le long de l'axe  $x$  et se retrouve dans l'état  $| M_e = +1 \rangle_x$  qui est une superposition linéaire des 3 états  $| M_e = +1, 0, -1 \rangle_z$

Le choix d'une polarisation qui n'est, ni  $\sigma_+$  pure, ni  $\pi$  pure, ni  $\sigma_-$  pure par rapport à l'axe de quantification  $z$  entraîne donc l'apparition dans e d'une grandeur transversale (perpendiculaire à  $z$ ): « orientation » ou « alignement »

$T_{\pm 1}^{(1)}$ ,  $T_{\pm 2}^{(2)}$ ,  $T_{\pm 1}^{(2)}$  ( $T_q^{(k)}$  : opérateurs tensoriels irréductibles)

# Comment créer des cohérences Zeeman dans l'état fondamental f

- Action d'un champ RF résonnant.
- Pompage optique avec un faisceau transversal (perpendiculaire à  $B_0$ ), de grande largeur spectrale.



Par exemple, le pompage optique sur une transition  $J_f=1/2 - J_e=1/2$  avec un faisceau  $\sigma_+$  par rapport à l'axe x fait partir de l'état fondamental les atomes se trouvant dans le sous niveau

$$|M_f = -1/2\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |M_f = +1/2\rangle_z - |M_f = -1/2\rangle_z \right]$$

car c'est le seul sous niveau de f à partir duquel part une transition  $\sigma_+$  par rapport à x pour une transition  $J_f=1/2 - J_e=1/2$ .

La matrice densité dans l'état fondamental devient donc non diagonale dans la base  $\{|M_f = \pm 1/2\rangle_z\}$ .

## Comment détecter des cohérences Zeeman dans e ou dans f

Il suffit de détecter la lumière absorbée ou émise avec une polarisation  $\varepsilon$  qui n'est, ni  $\sigma_+$  pure, ni  $\pi$  pure, ni  $\sigma_-$  pure par rapport à l'axe z de quantification.

Ainsi, dans l'exemple de la page précédente, la quantité de lumière absorbée sur le faisceau  $\sigma_+$  se propageant le long de l'axe x est proportionnelle à la population du sous niveau  $|M_f = -1/2\rangle_x$ , population qui peut s'écrire :

$$\frac{1}{2}[\sigma_{++} + \sigma_{--} - \sigma_{+-} - \sigma_{-+}] \quad \text{dans la base } \left\{ |M_f = \pm 1/2\rangle_z \right\}$$

Le signal de détection est donc bien sensible aux cohérences Zeeman  $\sigma_{+-}$  et  $\sigma_{-+}$ .

# Comment créer des cohérences optiques

Les atomes doivent alors être excités par un champ laser cohérent.

Les cohérences optiques sont proportionnelles au dipôle électrique moyen de l'atome.

Elles décrivent le mouvement de ce dipôle moyen induit par le champ laser incident.

## Comment les détecter?

Par exemple par le champ rayonné par les dipôles atomiques.

Équations de Bloch - Maxwell décrivant l'évolution couplée du champ et des dipôles induits par ce champ.

# Description de l'évolution temporelle

2 cas extrêmes

## 1 – Excitation en raie très large

Les processus d'absorption et d'émission stimulée durent un temps très court, de l'ordre de  $1/\Delta$  ( $\Delta$ : largeur de raie), devant tous les autres temps caractéristiques. Voir cours 1.

Les processus d'absorption, d'émission stimulée et d'émission spontanée peuvent être décrits en termes de taux de transition, couplant les matrices densités  $P_e \sigma P_e$  et  $P_f \sigma P_f$  non nécessairement diagonales dans e et f ( $P_e$  et  $P_f$  sont les projecteurs sur les multiplicités e et f).

**Les cohérences optiques  $P_e \sigma P_f$  peuvent être ignorées.**

Il faut bien sur ajouter les vitesses de variation dues à l'évolution propre dans le champ statique (précession de Larmor) et éventuellement à l'interaction avec un champ RF.

## Équation d'évolution des cohérences $\sigma_{MM'}$ pour une excitation en raie large (forme simplifiée)

$$\frac{d}{dt} \sigma_{MM'} = A(t) - i \omega_{MM'} \sigma_{MM'} - \Gamma \sigma_{MM'}$$

$A(t)$  : terme source décrivant la préparation des cohérences par absorption (dans e) ou par pompage optique (dans f).

$-i \omega_{MM'} \sigma_{MM'}$  : précession de Larmor  $\omega_{MM'} = (E_M - E_{M'}) / \hbar$

$\Gamma$  : taux d'amortissement ( $\Gamma_e$  pour e,  $\Gamma_f$  pour f)

## 2 – Excitation en raie étroite

Les cohérences optiques ne peuvent plus être ignorées.

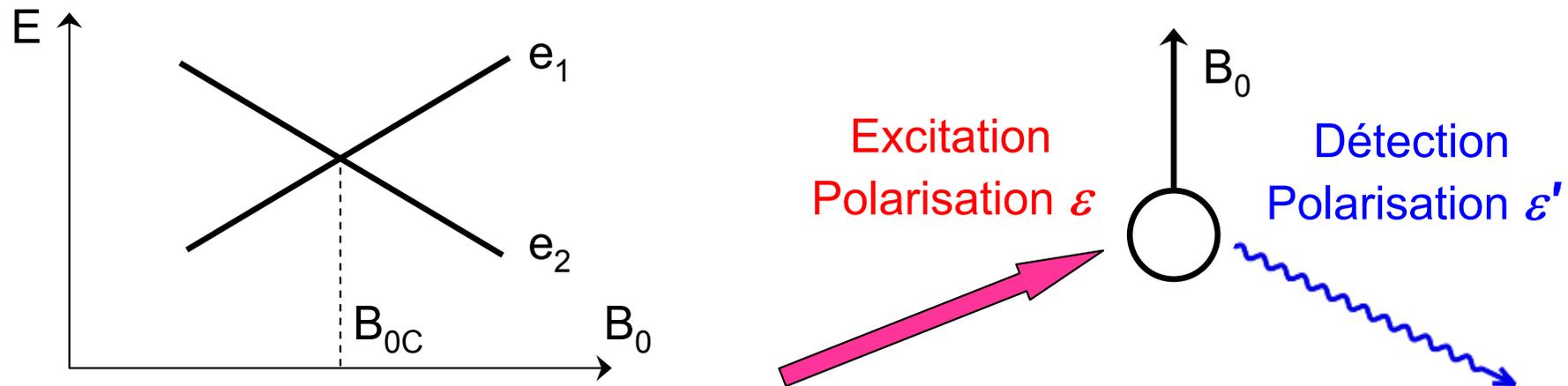
L'évolution est décrite par les équations de Bloch optiques (EBO) couplant entre elles les évolutions de  $P_e \sigma P_e$ ,  $P_f \sigma P_f$  et  $P_e \sigma P_f$ .

Analogie avec les équations de Bloch de la RMN.

# **EFFETS PHYSIQUES ASSOCIÉS AUX COHÉRENCES ATOMIQUES**

# Résonances de croisement de niveaux dans e

## Effet Hanle dans e



On balaie le champ statique  $B_0$  au voisinage d'une valeur  $B_{0C}$  où  $e_1$  et  $e_2$  se croisent (par exemple en  $B_0=0$ ).

Excitation optique d'intensité constante en polarisation  $\epsilon$ .

Détection en polarisation  $\epsilon'$

$\epsilon$  et  $\epsilon'$  sont des superpositions linéaires des polarisations de base  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  des transitions  $f-e_1$  et  $f-e_2$ .

Comment varie l'intensité de la fluorescence en fonction de  $B_0$ ?

## Cohérence $\sigma_{12} = \langle e_1 | \sigma | e_2 \rangle$ en régime stationnaire

Dans l'équation donnant  $d\sigma_{12}/dt$ , le terme source  $A(t)$  est constant.

$$d\sigma_{12}/dt = A - i\omega_{12}\sigma_{12} - \Gamma_e\sigma_{12}$$

Il existe donc une solution stationnaire:

$$\sigma_{12}^{\text{st}} = \frac{A}{\Gamma_e + i\omega_{12}} \quad \omega_{12} = (E_1 - E_2)/\hbar$$

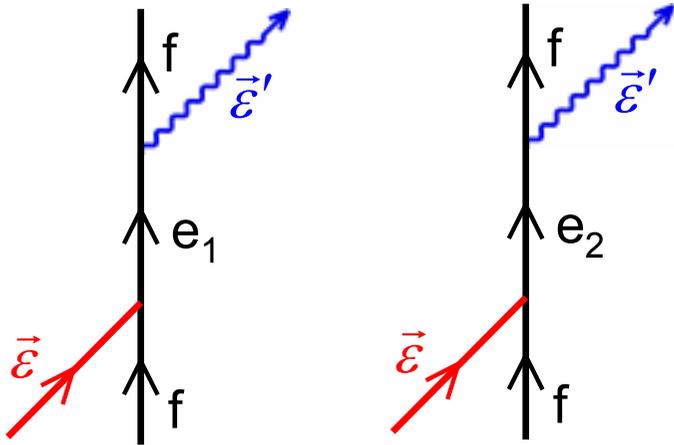
Les parties réelle et imaginaire de  $\sigma_{12}^{\text{st}}$  varient, en fonction de  $(E_1 - E_2)/\hbar$ , comme des courbes d'absorption et de dispersion, de largeur  $\Gamma_e$ , centrées au point de croisement où  $\omega_{12} = 0$ .

- Croisement en champ nul : effet Hanle.
- Croisement en champ non nul : effet Franken.

### Intérêt de ces résonances

Mesure simple de la largeur naturelle  $\Gamma_e$  avec un faisceau lumineux dont la largeur spectrale  $\Delta$  peut être très grande devant  $\Gamma_e$ .

# Interprétation en termes d'interférences entre amplitudes de transition



2 chemins différents pour aller du même état initial  $f, \vec{\varepsilon}$  au même état final  $f, \vec{\varepsilon}'$ , l'un passant par  $e_1$ , l'autre par  $e_2$ .

Ces 2 chemins sont tous les deux « ouverts » parce que  $\vec{\varepsilon}$  et  $\vec{\varepsilon}'$  sont des superpositions linéaires des 2 polarisations de base  $\vec{\varepsilon}_1$  et  $\vec{\varepsilon}_2$  des transitions  $f - e_1$  et  $f - e_2$ .

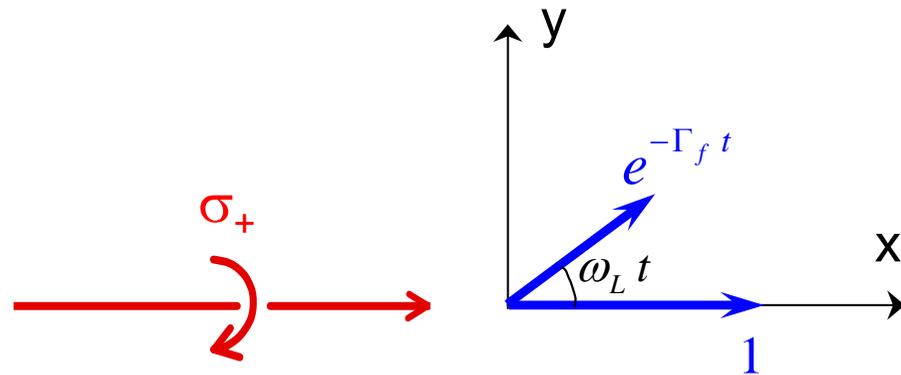
$$\text{Amplitude } A \propto \frac{A_1}{\omega - \omega_{e_1 f} + i(\Gamma_e / 2)} + \frac{A_2}{\omega - \omega_{e_2 f} + i(\Gamma_e / 2)}$$

$$\text{Terme d'interférence dans } |A|^2 \propto \frac{1}{\omega - \omega_{e_1 f} + i(\Gamma_e / 2)} \times \frac{1}{\omega - \omega_{e_2 f} - i(\Gamma_e / 2)}$$

Important si  $\omega \simeq \omega_{e_1 f}$  et si  $\omega \simeq \omega_{e_2 f}$ , c-à-d au point de croisement.

$$\int d\omega |A|^2 \propto \int d\omega \frac{1}{\omega - \omega_{e_1 f} + i(\Gamma_e / 2)} \times \frac{1}{\omega - \omega_{e_2 f} - i(\Gamma_e / 2)} \propto \frac{1}{\omega_{12} + i\Gamma_e}$$

# Effet Hanle dans l'état fondamental



Dans le plan xy perpendiculaire au champ  $B_0$ , compétition entre

- le pompage optique qui tend à orienter les spins le long de x.
- la précession de Larmor qui les fait tourner à la fréquence  $\omega_L$  dans le plan xy.

Un spin préparé à  $t=0$  le long de l'axe x avec une longueur 1 (en unités de  $\hbar/2$ ) a tourné d'un angle  $\omega_L t$  après un temps  $t$  et a été réduit par un facteur  $\exp(-\Gamma_f t)$ .

Si  $\omega_L \gg \Gamma_f$  : à un instant donné, les spins pompés avant cet instant forment un éventail isotrope de résultante globale nulle.

$$\langle J_x \rangle = \langle J_y \rangle = 0$$

Si  $\omega_L \lesssim \Gamma_f$  : à un instant donné, les spins forment un éventail peu ouvert partant de l'axe x.

$\langle J_x \rangle$  ( $\langle J_y \rangle$ ) varie avec  $\omega_L$  comme une courbe d'absorption (de dispersion) de largeur  $\Gamma_f$ .

# Intérêt de l'effet Hanle dans l'état fondamental

La résonance de croisement de niveaux peut être très fine et permettre de détecter des champs magnétiques très faibles car la largeur  $\Gamma_f$  est très petite.

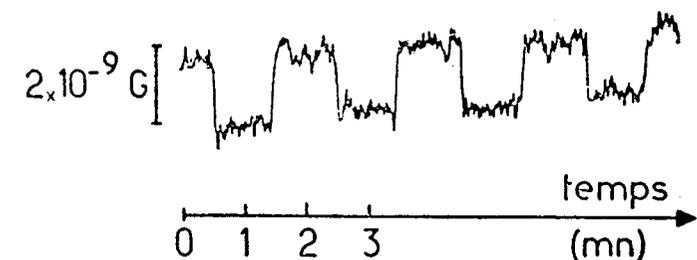
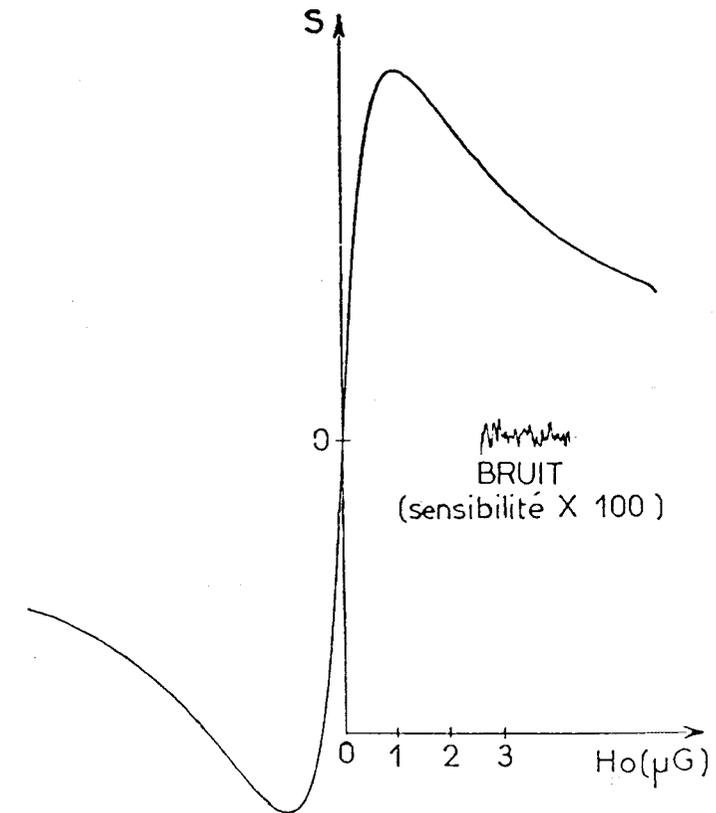
$\omega_L$  de l'ordre de 1 MHz / Gauss.

Si  $\Gamma_f$  est de l'ordre de 1 s<sup>-1</sup>

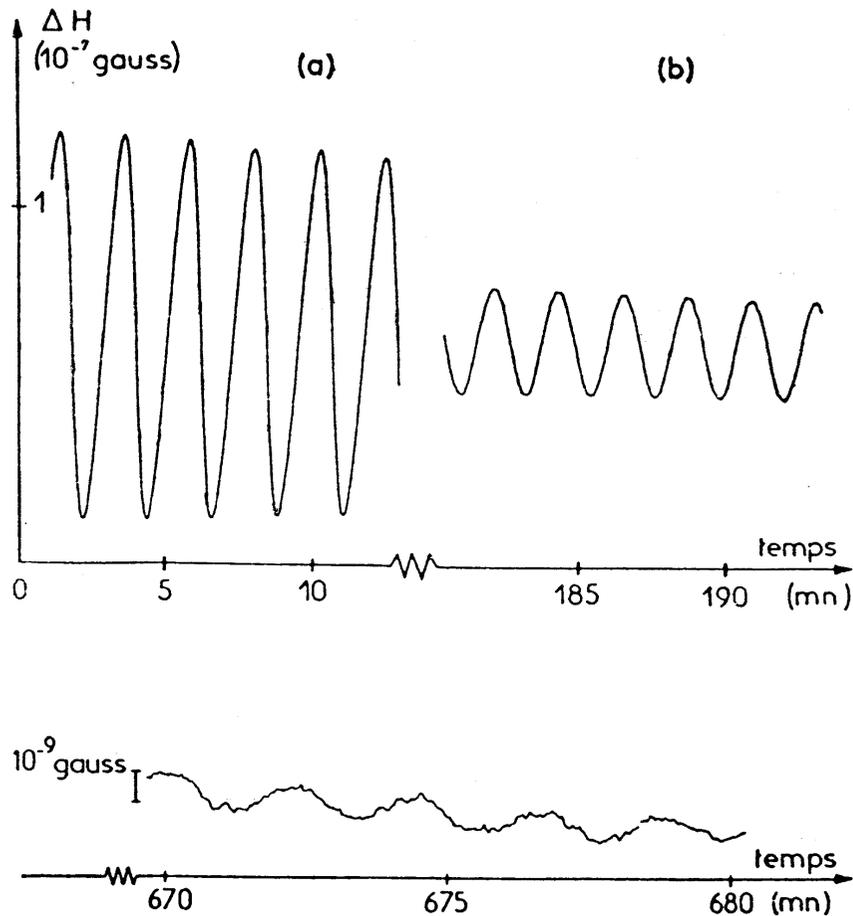
La largeur  $\delta B_0$  de la résonance, donnée par  $\delta\omega_L \cong \Gamma_f$  est de l'ordre de 10<sup>-6</sup> Gauss.

**Magnétomètre  
avec une sensibilité  
de 5×10<sup>-10</sup> Gauss**

J. Dupont-Roc,  
S. Haroche,  
C. Cohen-Tannoudji,  
Phys. Lett. 28A, 638 (1969)



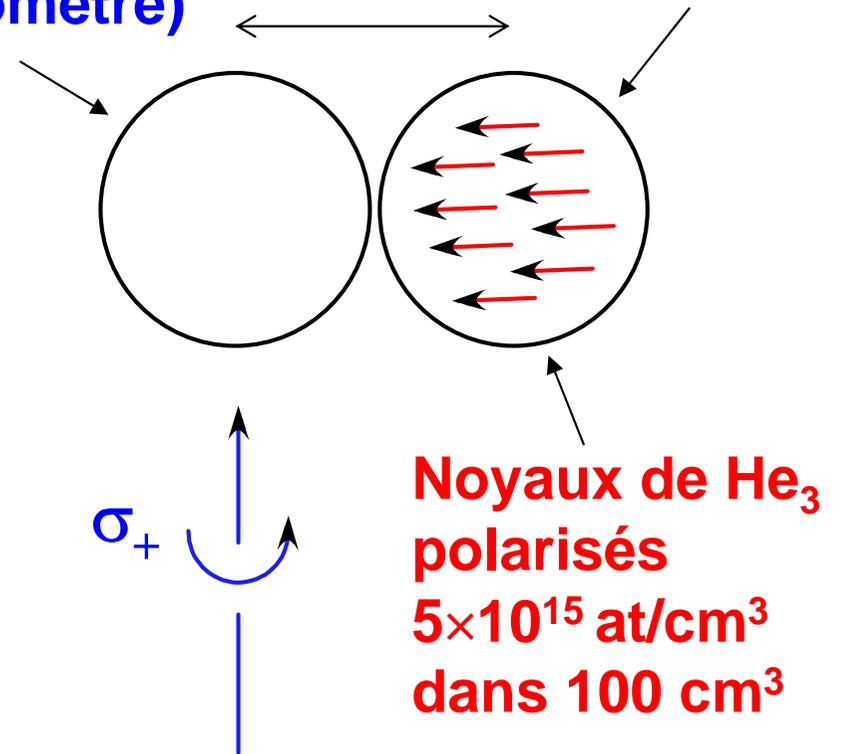
# Détection du champ magnétique statique créé par des noyaux de He<sub>3</sub> polarisés



Cellule de Rb<sub>87</sub>  
(magnetomètre)

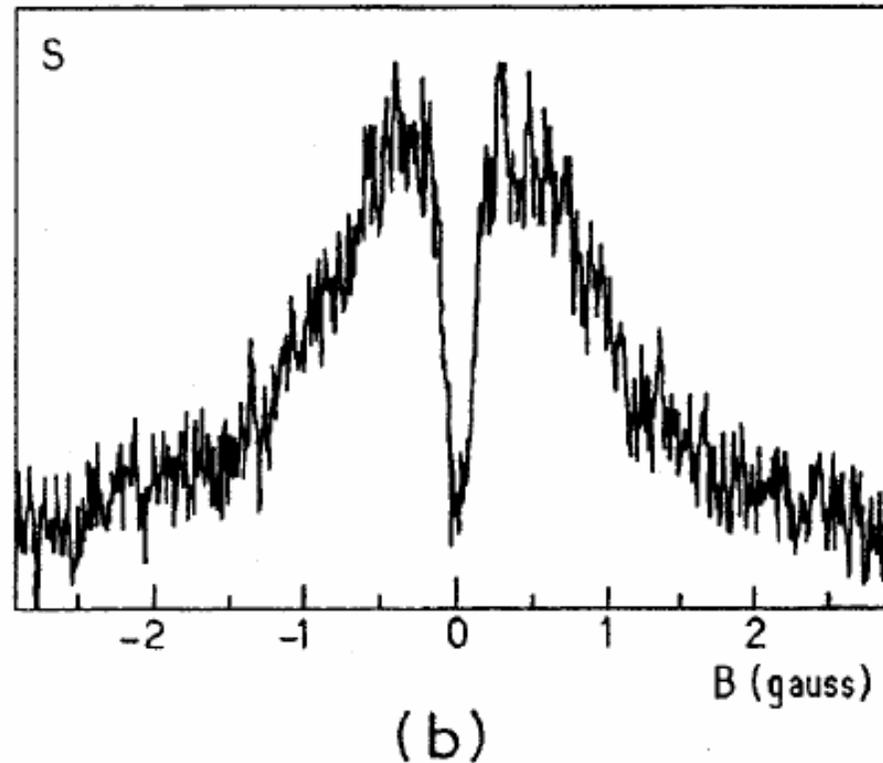
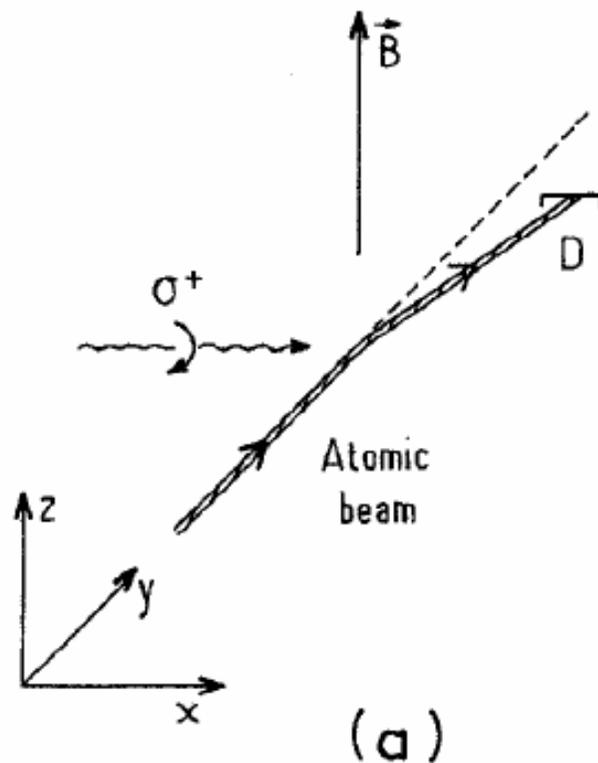
10 cm

Cellule He<sub>3</sub>



C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, F. Laloë  
Phys. Rev. Lett. 22, 758 (1971)

# Détection de l'effet Hanle dans f par modification des trajectoires atomiques



La quantité de lumière absorbée par l'atome sur le faisceau  $\sigma_+$  se propageant le long de l'axe  $x$ , et donc l'impulsion transférée à cet atome le long de cette direction, dépendent de  $\langle J_x \rangle$ . La déviation de la trajectoire varie donc de manière résonnante quand on balaie le champ  $B$  autour de 0.

R. Kaiser, N. Vansteenkiste, A. Aspect, E. Arimondo, C. Cohen-Tannoudji, *Z. Phys. D18*, 17 (1991).

# Résonance de croisement de niveaux d'un spin habillé

Le diagramme d'énergie d'un spin 1/2 habillé par des photons RF de polarisation  $\sigma$  (linéaire et  $\perp$  à  $B_0$ ) présente une série de croisements pairs pour  $\omega_0 = 2n\omega$ , avec  $n=0,1,2,\dots$  (voir cours V).  
 $\omega_0$ : fréquence de Larmor,  $\omega$ : fréquence du champ RF)

$\langle J_x \rangle$  a un élément de matrice non nul entre les niveaux habillés qui se croisent. Par exemple, les 2 niveaux habillés associés à  $+,N$  et  $-,N+2$ , qui se croisent en  $\omega_0 = 2\omega$  s'écrivent:

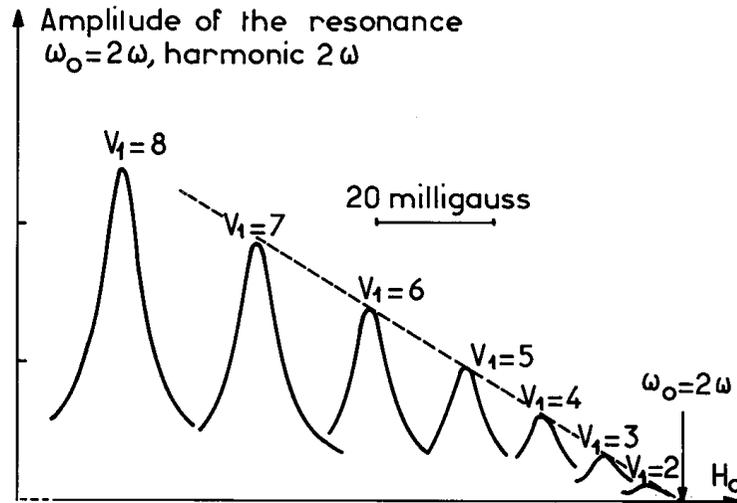
$$\overline{|+, N\rangle} = |+, N\rangle + \alpha |-, N+1\rangle + \beta |-, N-1\rangle + \dots$$

$$\overline{|-, N+2\rangle} = |-, N+2\rangle + \gamma |+, N+1\rangle + \delta |+, N+3\rangle + \dots$$

$$\overline{\langle -, N+2 | J_x | +, N \rangle} = \gamma^* \alpha \langle +, N+1 | J_x | -, N+1 \rangle = \gamma^* \alpha \hbar / 2 \neq 0$$

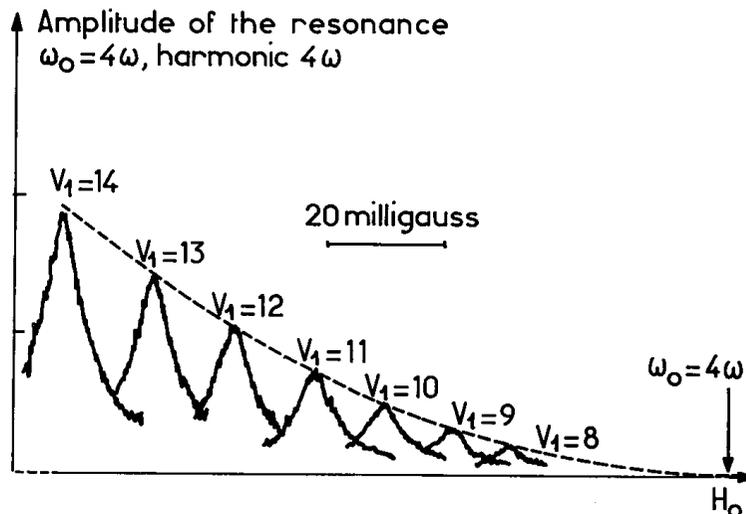
Une excitation lumineuse peut donc introduire une aimantation transversale qui s'accumule en  $\omega_0 = 2\omega$

## Réseau de résonances $\omega_0=2\omega$ (pour diverses valeurs de l'amplitude du champ RF)



Déplacement radiatif beaucoup plus grand que l'élargissement dû à la variation de pente des niveaux habillés.

## Réseau de résonances $\omega_0=4\omega$ (pour diverses valeurs de l'amplitude du champ RF)



## Excitation en lumière modulée

Dans l'équation donnant  $d\sigma_{12}/dt$ , le terme source  $A(t)$  est modulé à la fréquence  $\Omega$ .

$$d\sigma_{12}/dt = A e^{-i\Omega t} - i\omega_{12}\sigma_{12} - \Gamma_e\sigma_{12}$$

Il existe donc une solution en régime forcé:

$$\sigma_{12} = \frac{A}{\Gamma + i(\omega_{12} - \Omega)} e^{-i\Omega t}$$

Résonance de largeur  $\Gamma$  quand la fréquence  $\Omega$  de la modulation de l'excitation est balayée autour de  $\omega_{12}$ .

### Première observation de cet effet dans un état excité

A. Corney, G. Series, Proc. Phys. Soc., 83, 207 (1964).

### Première observation de cet effet dans un état fondamental

W. Bell, A. Bloom, Phys. Rev. Lett. 6, 280 (1961).

## Interprétation de cette résonance dans l'état fondamental

La modulation de l'intensité  $I$  du faisceau  $\sigma_+$  se propageant le long de l'axe  $x$  permet au pompage optique d'avoir un effet cumulatif même si  $\omega_{12} \gg \Gamma_f$ .

Quand  $\Omega = \omega_{12}$ , les spins pompés lors d'un maximum de  $I$  sont en phase avec les spins pompés lors de précédents maxima qui auront tourné autour de l'axe  $z$  d'un multiple entier de  $2\pi$ .

## Autre interprétation de ces résonances dans f

La modulation d'intensité à la fréquence  $\Omega$  fait apparaître pour chaque onde  $\omega$  du faisceau incident des bandes latérales aux fréquences  $\omega + \Omega$  et  $\omega - \Omega$ .

Des transitions Raman stimulées se produisent entre  $f_1$  et  $f_2$  avec absorption de l'onde  $\omega$  et émission stimulée de la bande latérale  $\omega - \Omega$ . Ces transitions sont résonnantes quand  $\Omega = \omega_{12}$ .

# Détection de la résonance magnétique sur la modulation de la lumière émise ou absorbée

Même si elle n'est pas préparée directement par l'excitation optique, la cohérence  $\sigma_{12}$  peut apparaître sous l'effet d'un champ de radiofréquence résonnant. Elle évolue alors à un multiple entier de la fréquence  $\omega$  de ce champ.

Le mouvement forcé de l'orientation ou de l'alignement atomiques aux fréquences  $\omega$  ou  $2\omega$  donne alors naissance à une modulation à ces fréquences de la lumière émise à partir de e ou absorbée à partir de f.

Modulations appelées « light beats » par G. Series qui les observa pour la première fois.

J. Dodd, W. Fox, G. Series, M. Taylor, Proc. Phys. Soc. 74, 789 (1959)

Analogie avec la détection radioélectrique de la résonance magnétique où l'on détecte le voltage induit aux bornes d'une bobine par l'aimantation transversale tournante.

# Exemple de signaux de détection de la résonance magnétique dans l'état fondamental de $^{199}\text{Hg}$ par la modulation de la lumière absorbée

Composantes en phase et en quadrature de l'aimantation transversale

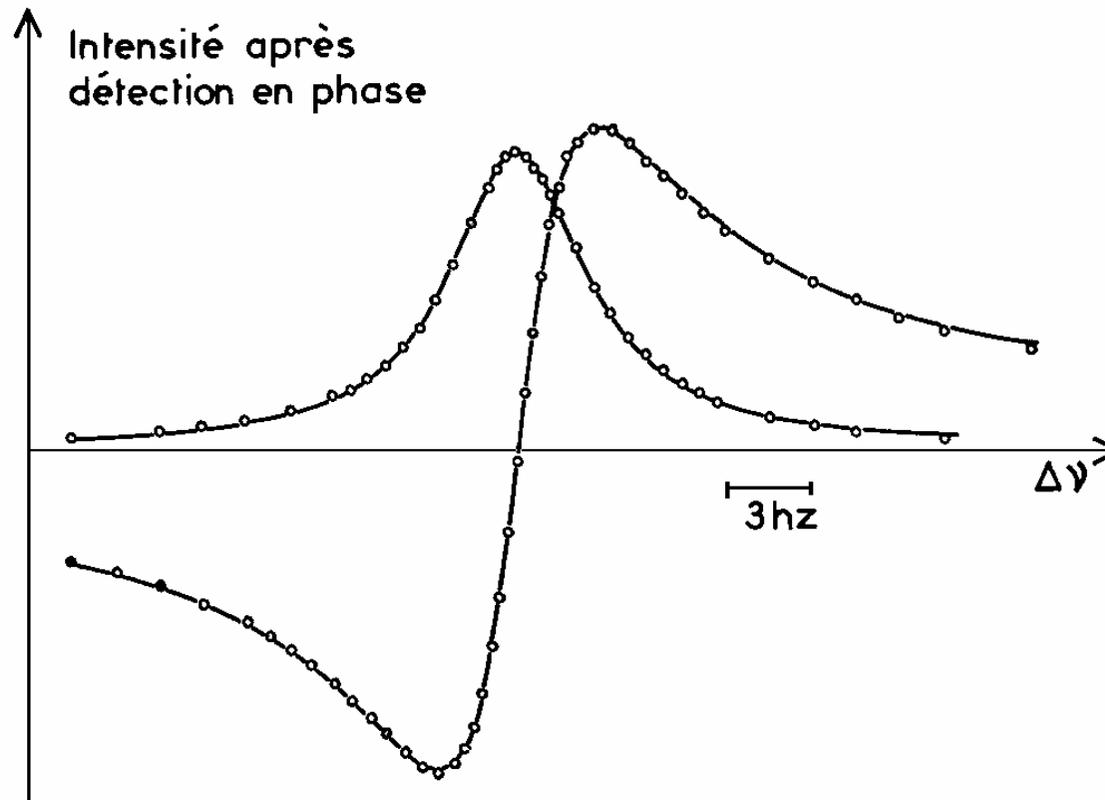


FIG. 42.

C. Cohen-Tannoudji  
Ann. Phys. Paris,  
7, 469 (1962)

Amélioration du rapport signal sur bruit par rapport à la méthode de détection habituelle grâce à l'utilisation d'une détection synchrone.

# Exemples de signaux transitoires détectés sur la modulation de la lumière absorbée

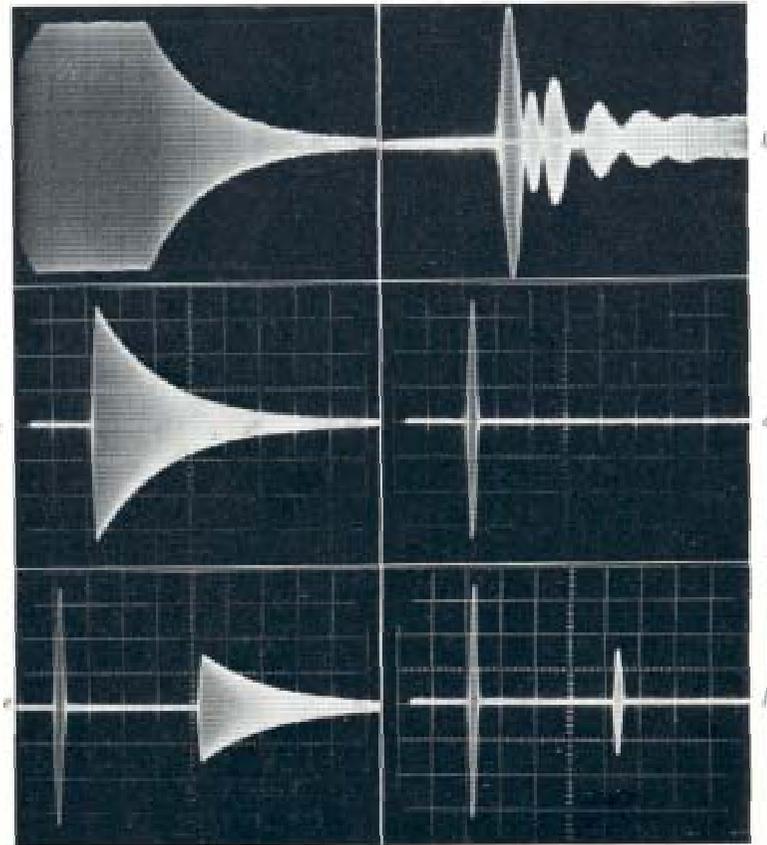


FIG. 43.

**Coupure de la RF**  
**Application de la RF**  
**Impulsions  $\pi/2, \pi$**   
**2 impulsions  $\pi-\pi/2, \pi-\pi$**

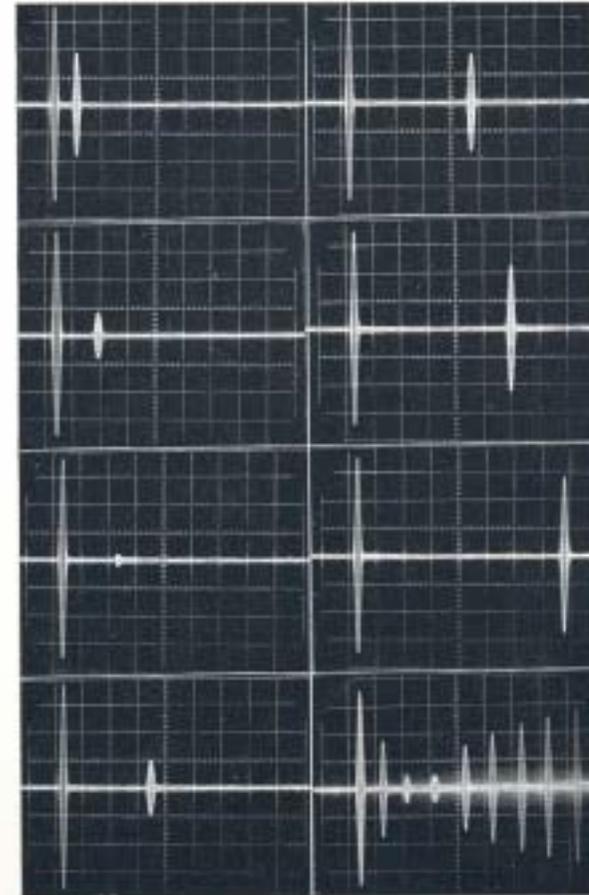


FIG. 46.

**2 impulsions  $\pi-\pi$**   
**avec des délais**  
**variables entre les 2**

# Battements quantiques

Dans l'équation donnant  $d\sigma_{12}/dt$ , le terme source  $A(t)$  est une impulsion de durée très courte devant tous les autres temps caractéristiques.

$$d\sigma_{12}/dt = A\delta(t) - i\omega_{12}\sigma_{12} - \Gamma_e\sigma_{12}$$

La solution de cette équation est:

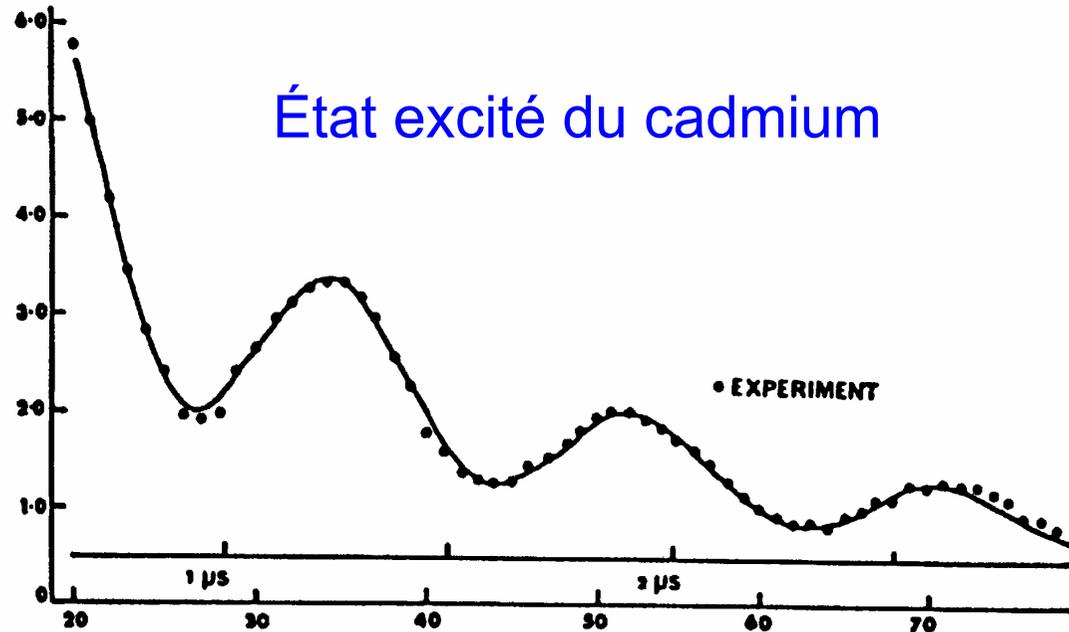
$$\sigma_{12}(t) = A\theta(t)e^{-i\omega_{12}t}e^{-\Gamma t} \quad \theta(t): \text{Fonction de Heaviside}$$

L'excitation introduit la cohérence  $\sigma_{12}$  de manière percussive. Cette cohérence évolue ensuite librement à la fréquence  $\omega_{12}$  et s'amortit avec un taux  $\Gamma$ .

Cette évolution est détectée sous forme d'une modulation de la lumière absorbée ou émise.

Analogie avec les battements sonores apparaissant quand 2 cordes de piano sont frappées de manière percussive.

# Première observation de battements quantiques



J. Dodd, R. Kaul,  
D. Warrington,  
Proc. Phys. Soc.  
84, 176 (1964)

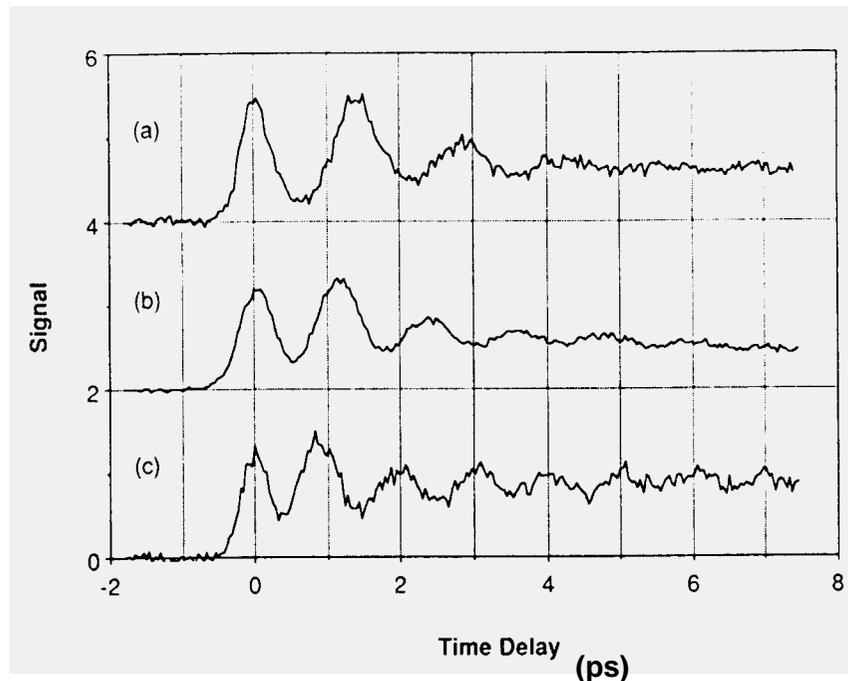
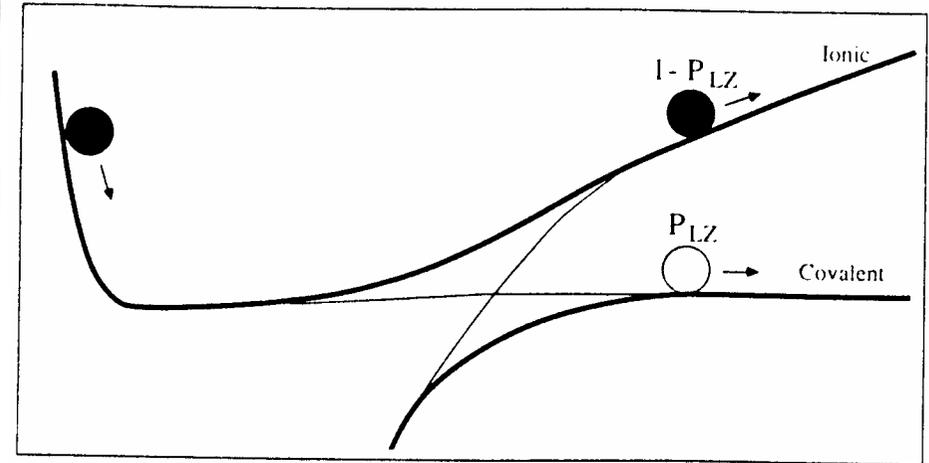
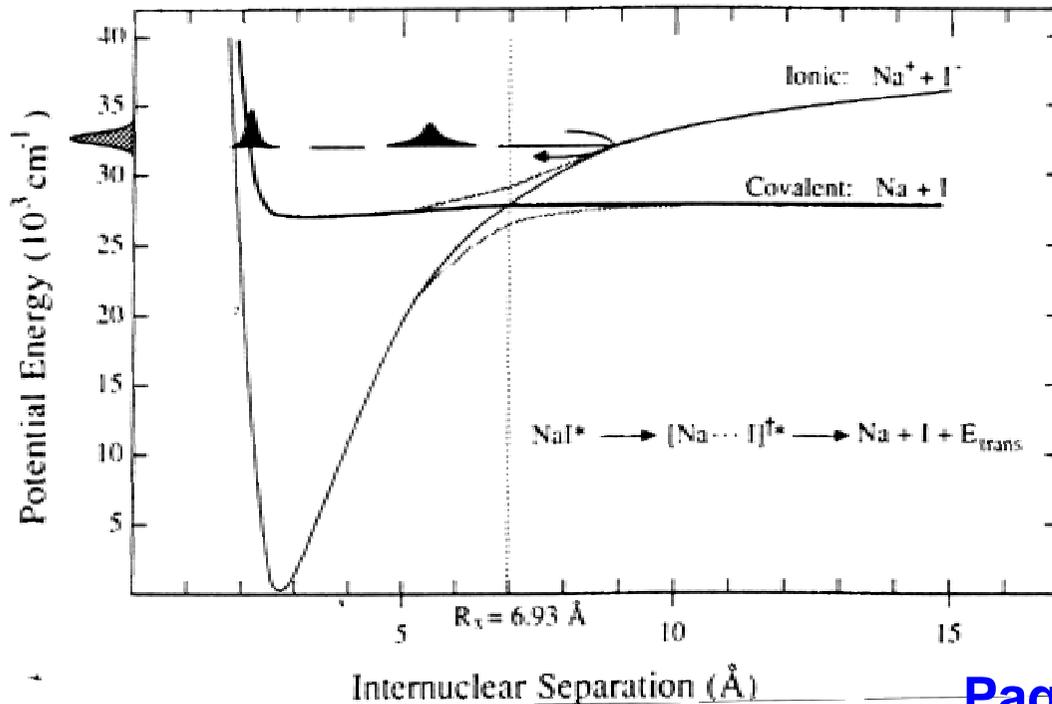
## Développements récents : la femtochimie

Une impulsion laser ultra-courte (laser femtoseconde) excite une superposition linéaire d'états de vibration d'une molécule.

La paquet d'ondes ainsi formé oscille à la fréquence de vibration de la molécule.

Une seconde impulsion laser ultra-courte, décalée dans le temps par rapport à la première, détecte le paquet d'ondes.

Spectroscopie pompe-sonde résolue dans le temps.



**Paquet d'ondes dans l'état électronique excité obtenu par une impulsion laser de fréquence variable.**

**Lors de chaque oscillation, des atomes de Na sont formés lors du passage de l'anticroisement et sont détectés par fluorescence.**

**Mesure de la fréquence d'oscillation pour diverses énergies d'excitation.**

**M. Rosker, T. Rose, A. Zewail  
 Chem. Phys. Lett. 146, 175 (1988)**

## Un exemple de battement quantique où l'excitation se produit à un instant aléatoire

La durée d'un processus d'émission spontanée est très courte, de l'ordre du temps de corrélation  $\tau_c$  des fluctuations du vide.

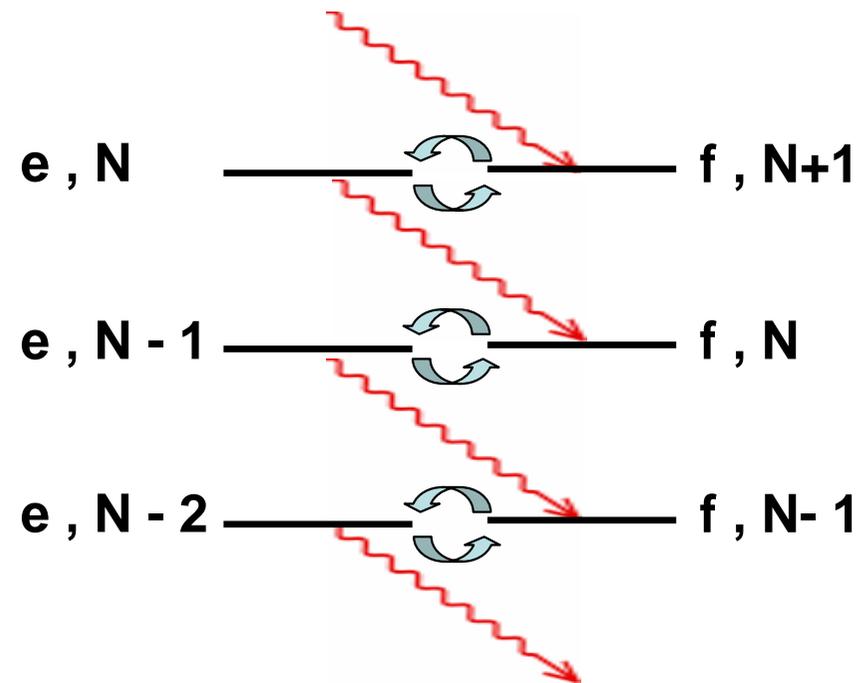
Ne pas confondre  $\tau_c$  avec la durée de vie radiative  $\tau_R = 1/\Gamma$ , temps moyen au bout duquel un atome initialement excité émet spontanément un photon :  $\tau_R \gg \tau_c$ .

Le processus d'émission spontanée se produit à un instant aléatoire. Mais, une fois qu'il se produit, l'état de l'atome immédiatement après un tel processus peut être considéré comme préparé de manière instantanée pour une évolution ultérieure.

Des battements quantiques peuvent donc apparaître sur des signaux de corrélation « calés » sur l'instant d'émission du premier photon.

# Exemple de la cascade radiative de l'atome habillé

- Émission spontanée d'un photon  
Transition  $e, N \rightarrow f, N$  ( $\Delta N = 0$ )  
 $N$  : nombre de photons laser  
Système préparé brusquement dans l'état  $f, N$ .
- L'état  $f, N$  n'est pas un état propre de l'hamiltonien.  
Couplages de Rabi entre  $f, N$  et  $e, N-1$  associés à des processus d'absorption et d'émission induite.  
L'état  $f, N$  est une superposition linéaire des états habillés  $1(N)$  et  $2(N)$  associés à  $f, N$  et  $e, N-1$ .
- La probabilité d'émission d'un 2ème photon ( $e, N-1 \rightarrow f, N-1$ ) un instant  $\tau$  après le 1er est une fonction oscillante de  $\tau$ .



## Conclusion

Des battements quantiques apparaissent sur la « fonction délai »  $K(\tau)$  donnant la probabilité pour que, un photon ayant été émis à l'instant  $t$ , le suivant soit émis à l'instant  $t+\tau$ .

# Évolution de l'atome entre 2 émissions spontanées successives

Décrite par l'hamiltonien effectif

$$H_{\text{eff}} = \hbar \begin{pmatrix} -i\Gamma/2 & \Omega_1/2 \\ \Omega_1/2 & \delta \end{pmatrix}$$

$\Gamma$  : Largeur naturelle de e

$\delta = \omega_L - \omega_0 =$  désaccord

$\Omega_1$  : fréquence de Rabi

## Fonction délai $K(\tau)$

$$K(\tau) = \Gamma \left| \langle e, N-1 | \exp(-i H_{\text{eff}} \tau / \hbar) | f, N \rangle \right|^2$$

Probabilité pour que l'atome, partant de f, N arrive dans e, N-1 après un temps t  $\times$  taux d'émission spontanée à partir de cet état

$$K(\tau) = 0 \text{ pour } \tau = 0 \quad K(0) = \Gamma \left| \langle e, N-1 | f, N \rangle \right|^2 = 0$$

Dégrouperement de photons (« antibunching »)

$K(\tau)$  : fonction oscillante de  $\tau$

Fréquence :  $\sqrt{\Omega_1^2 + \delta^2}$  si  $\sqrt{\Omega_1^2 + \delta^2} \gg \Gamma$

Battements quantiques

## Simulation Monte-Carlo de l'évolution d'un seul atome

- Suite aléatoire de sauts quantiques associés à des émissions spontanées de photons, la distribution des délais  $\tau$  entre 2 sauts successifs étant donnée par  $K(\tau)$ .
- Entre 2 sauts, évolution cohérente de la fonction d'onde de l'atome, évolution régie par  $H_{\text{eff}}$ .

Le fait d'effectuer une simulation Monte-Carlo pour décrire l'évolution d'un système quantique unique ne doit pas faire croire qu'on perd les effets quantiques liés aux superpositions linéaires d'états.

Ces effets apparaissent dans l'évolution de l'atome entre 2 sauts quantiques. Son état est alors décrit par une fonction d'onde qui est en général une superposition linéaire d'états d'énergies différentes, à l'origine de l'apparition de modulations dans la probabilité d'effectuer le prochain saut quantique.

## Corrélations temporelles d'ordre supérieur sur la lumière émise par une source incohérente

Les modulations que nous venons de décrire concernent les corrélations temporelles entre les photons émis par un seul atome à 2 niveaux interagissant avec un laser monochromatique.

Considérons maintenant un grand nombre d'atomes avec 1 niveau fondamental  $f$  et 2 sous niveaux excités  $e_1$  et  $e_2$ .

Aucun champ laser incident. Aucun champ de radiofréquence.

Excitation incohérente stationnaire de ces atomes conduisant à  $n_1$  ( $n_2$ ) atomes dans  $e_1$  ( $e_2$ ), pas de cohérence entre  $e_1$  et  $e_2$  ( $\sigma_{12}=0$ ).

Aucune modulation ne peut donc apparaître sur l'intensité moyenne  $I(t)$  de la lumière émise par ces atomes.

Des modulations peuvent-elles apparaître sur les fonctions de corrélation d'ordre supérieur (corrélations temporelles entre photons, spectre de bruit de l'intensité).

Problème abordé par A. Forrester, R. Gudmundsen, P. Johnson, Phys. Rev. 99, 1691, (1955).

Ces modulations sont-elles liées à des interférences quantiques?

## Expression du signal de corrélation d'ordre 2

$C_2(t, t+\tau)$  : Probabilité de détecter un photon à l'instant  $t$  et un autre à l'instant  $t+\tau$  (indépendante de  $t$  dans un état stationnaire)

$$C_2(\tau) = \left\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(-)}(t+\tau) \hat{E}^{(+)}(t+\tau) \hat{E}^{(+)}(t) \right\rangle$$

$\hat{E}^{(+)} (\hat{E}^{(-)})$ : composante de fréquence positive (négative) du champ.

Comme le champ est rayonné par les dipôles des divers atomes  $i$ ,

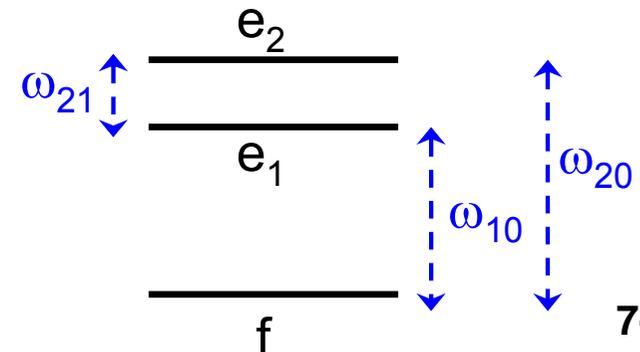
$$\hat{E}^{(+)}(t) \propto \sum_i \hat{d}_i^-(t - r_i/c)$$

$$\hat{d}_i^- = \hat{d}_{i1}^- + \hat{d}_{i2}^- \propto |i, f\rangle \langle i, e_1| + |i, f\rangle \langle i, e_2|$$

$\hat{d}_{i1}^-$  et  $\hat{d}_{i2}^-$  sont les composantes du dipôle de l'atome  $i$  faisant descendre cet atome de  $e_1$  à  $f$  et de  $e_2$  à  $f$ . Ce sont bien des composantes de fréquence positive car, les atomes étant indépendants et évoluant librement, on a :

$$\hat{d}_{i1}^-(t) \propto |i, f\rangle \langle i, e_1| e^{-i\omega_{10}t}$$

$$\hat{d}_{i2}^-(t) \propto |i, f\rangle \langle i, e_2| e^{-i\omega_{20}t}$$



## Expression du signal de corrélation d'ordre 2 (suite)

$$C_2(\tau) = \sum_{i,j,k,l} \left\langle \hat{d}_l^+(t') \hat{d}_k^+(t'+\tau) \hat{d}_j^-(t'+\tau) \hat{d}_i^-(t') \right\rangle \quad t' = t - r_i / c$$

Les termes  $i = j = k = l$  sont nuls car  $(\hat{d}_{i1}^-)^2 = 0$ .

Comme la matrice densité est diagonale et que les atomes sont indépendants, on doit avoir  $i=l, j=k$  ou  $i=k, j=l$ , les 2 opérateurs  $d^+$  et  $d^-$  associés à chaque atome  $i$  ou  $j$  étant affectés du même indice supplémentaire 1 ou 2. On obtient ainsi les contributions suivantes non nulles à  $C_2$  :

$$\left\langle \hat{d}_{i1}^+(t') \hat{d}_{j1}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j1}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1(n_1 - 1)$$

$$\left\langle \hat{d}_{j1}^+(t') \hat{d}_{i1}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j1}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1(n_1 - 1)$$

$$\text{Termes analogues avec } 1 \rightarrow 2 \quad \Rightarrow \quad 4n_2(n_2 - 1)$$

$$\left\langle \hat{d}_{i1}^+(t') \hat{d}_{j2}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j2}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1 n_2$$

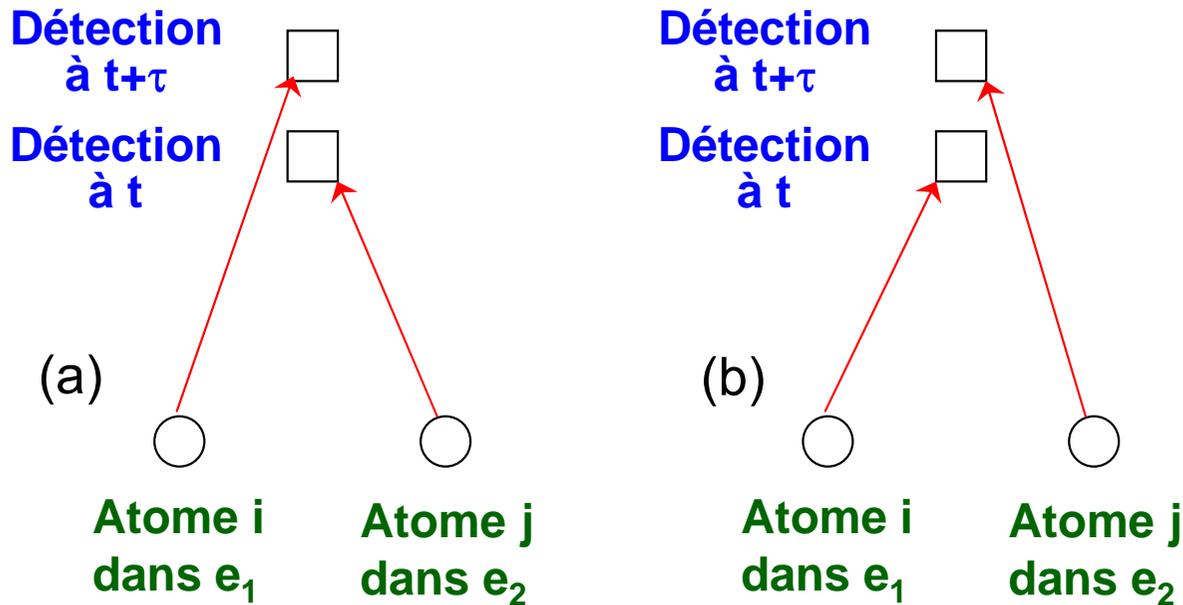
$$\left\langle \hat{d}_{j2}^+(t') \hat{d}_{i1}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j2}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1 n_2 e^{i\omega_{21}\tau}$$

$$\text{Termes analogues avec } 1 \rightarrow 2 \quad \Rightarrow \quad 2n_1 n_2 \left( 1 + e^{-i\omega_{21}\tau} \right)$$

# Récapitulation et conclusion

$$C_2(\tau) \propto n_1(n_1 - 1) + n_2(n_2 - 1) + n_1 n_2 (1 + \cos \omega_{21}\tau)$$

Des modulations à la fréquence  $\omega_{21}$  apparaissent donc bien sur la fonction de corrélation d'ordre 2, et donc sur le spectre de fréquence du bruit d'intensité.



Ces modulations sont dues à une interférence quantique entre 2 amplitudes de transition associées aux processus (a) et (b) impliquant non pas 1 mais 2 photons. Interprétation analogue à celle qui peut être donnée de l'effet Hanbury-Brown et Twiss.

**Le photon détecté à l'instant t+ $\tau$  peut provenir de l'atome i dans  $e_1$  et celui détecté à l'instant t de l'atome j dans  $e_2$  (processus a) ou vice versa (processus b).**

# Les « résonances noires » de A. Gozzini

Laser bimode traversant une cellule de sodium placée dans un gradient de champ magnétique.

La fluorescence, visible à l'œil nu, disparaît à certains endroits le long du trajet du faisceau laser. En ces points l'écart de fréquence entre les 2 modes laser est égal à l'écart d'énergie entre 2 sous niveaux Zeeman  $F_1, M_1$  et  $F_2, M_2$  appartenant à des niveaux hyperfins différents

Résonance noire



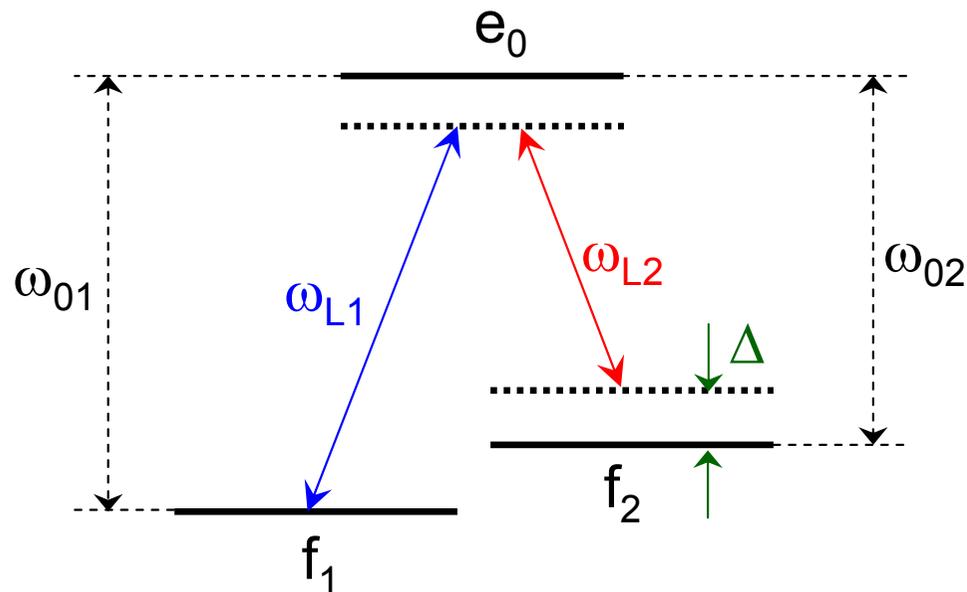
G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols  
Il Nuovo Cimento, 36B, 5 (1976)

## Analyse théorique à partir des équations de Bloch optiques

Piégeage des atome dans une superposition linéaire de  $F_1, M_1$  et  $F_2, M_2$  n'absorbant pas la lumière.

E. Arimondo, G. Orriols, Lettere al Nuovo Cimento, 17, 333 (1976)

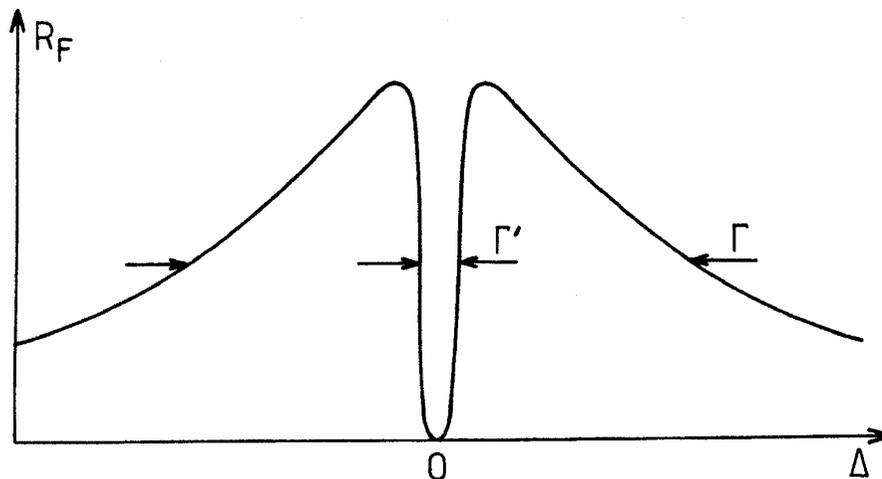
# Modèle simplifié à 3 niveaux



2 transitions  $f_1 \leftrightarrow e_0$  et  $f_2 \leftrightarrow e_0$   
de fréquences  $\omega_{01}$  et  $\omega_{02}$  excitées  
par 2 faisceaux laser  $\omega_{L1}$  et  $\omega_{L2}$

$\Delta = \omega_{01} - \omega_{02} - (\omega_{L1} - \omega_{L2})$   
Désaccord de résonance  
pour la transition Raman  
stimulée entre  $f_1$  et  $f_2$

**Résultats du traitement par équations de Bloch optiques**  
pour les variations avec  $\Delta$  du taux de fluorescence  $R_F = \Gamma \sigma_{00}$

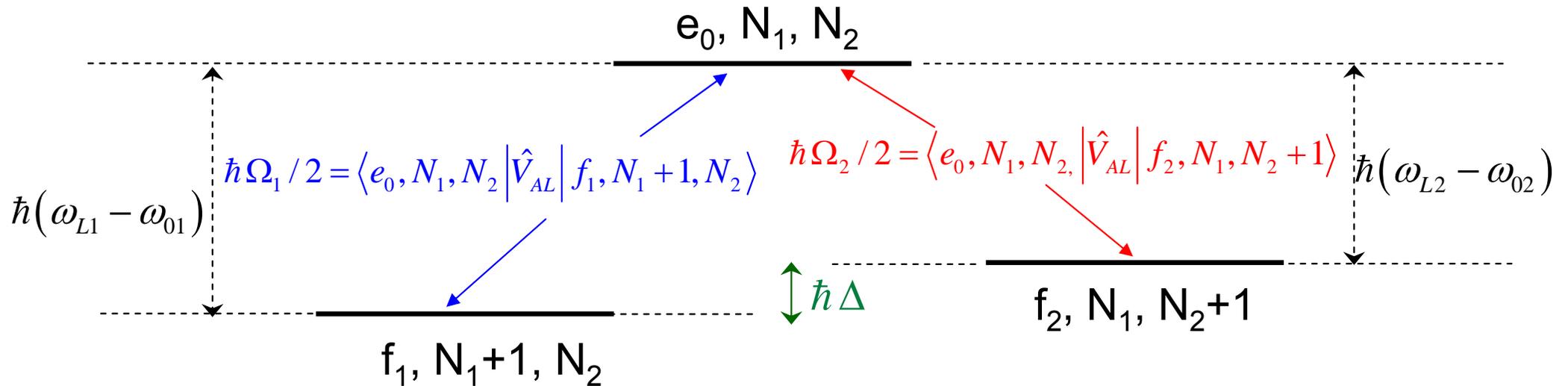


$\Gamma$  : Largeur naturelle de  $e$   
 $\Gamma'$  : Largeur de l'état fondamental  
 $\Gamma' \ll \Gamma$

La fluorescence s'arrête quand  
 $\Delta = 0$  (résonance Raman)

# Approche atome habillé

## États non perturbés du système atome+photons laser ( $V_{AL}=0$ )



$$E(f_1, N_1+1, N_2) - E(f_2, N_1, N_2+1) = \hbar \left[ (\omega_{L1} - \omega_{01}) - (\omega_{L2} - \omega_{02}) \right]$$

$$= \hbar \left[ (\omega_{L1} - \omega_{L2}) - (\omega_{01} - \omega_{02}) \right] = \hbar\Delta$$

Quand la condition de résonance Raman est remplie ( $\Delta=0$ ), les 2 états  $f_1, N_1+1, N_2$  et  $f_2, N_1, N_2+1$  sont dégénérés

## Couplages induits par $V_{AL}$

Couplages de Rabi  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sur les transitions  $f \leftarrow e_1$  et  $f \leftarrow e_2$ .

$$\hbar\Omega_1/2 = \langle e_0, N_1, N_2 | \hat{V}_{AL} | f_1, N_1+1, N_2 \rangle \quad \hbar\Omega_2/2 = \langle e_0, N_1, N_2 | \hat{V}_{AL} | f_2, N_1, N_2+1 \rangle$$

# États couplé et non couplé

## Définition

$$|\psi_C\rangle = (\Omega_1 / \Omega) |f_1, N_1 + 1, N_2\rangle + (\Omega_2 / \Omega) |f_2, N_1, N_2 + 1\rangle$$

$$|\psi_{NC}\rangle = (\Omega_2 / \Omega) |f_1, N_1 + 1, N_2\rangle - (\Omega_1 / \Omega) |f_2, N_1, N_2 + 1\rangle$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$$

## Propriétés

$$\langle e_0, N_1, N_2 | V_{AL} | \psi_{NC} \rangle = 0$$

$$\langle e_0, N_1, N_2 | V_{AL} | \psi_C \rangle = \hbar \Omega$$

Dans l'état non couplé  $\psi_{NC}$ , l'atome peut absorber un photon à partir de  $f_1$  et à partir de  $f_2$ , mais les 2 amplitudes interfèrent destructivement.

## État noir (état non couplé pour $\Delta=0$ )

Quand  $\Delta=0$ , les 2 états  $f_1, N_1+1, N_2$  et  $f_2, N_1, N_2+1$ , qui sont des états propres de  $H_0 = H_A + H_L$  sont dégénérés. Leur combinaison linéaire  $\psi_{NC}$  est donc aussi état propre de  $H_0$ .

Comme  $V_{AL}\psi_{NC}=0$ ,  $\psi_{NC}$  est aussi état propre de  $H=H_0+V_{AL}$ .

Enfin, aucune émission spontanée n'est possible à partir de  $\psi_{NC}$ .

Un atome dans l'état noir  $\psi_{NC}$  restera donc indéfiniment.

# Interprétation du piégeage cohérent de populations

## Piégeage des atomes dans l'état noir quand $\Delta=0$

Au cours de la cascade radiative, l'atome a une certaine probabilité de tomber dans l'état non couplé  $\psi_{NC}$ . Si  $\Delta=0$ , il y reste indéfiniment car aucune absorption, émission induite ou spontanée ne peut se produire à partir de cet état qui est de plus état propre de  $H_0$  et est donc stationnaire. La cascade radiative s'arrête.

## Que se passe-t-il quand $\Delta \neq 0$ ?

Les 2 états  $f_1, N_1+1, N_2$  et  $f_2, N_1, N_2+1$ , ne sont plus dégénérés et leur superposition linéaire  $\psi_{NC}$  n'est plus état propre de  $H_0$ . L'hamiltonien  $H_0$  a un élément de matrice non diagonal entre  $\psi_{NC}$  et  $\psi_C$ , proportionnel au désaccord  $\Delta$ .

Quand, au cours de la cascade radiative, l'atome tombe dans  $\psi_{NC}$ , il ne peut toujours pas effectuer d'absorption ou d'émission de photons à partir de cet état. Mais, sous l'effet du couplage induit par  $H_0$ , il peut passer dans l'état couplé  $\psi_C$ , à partir duquel il peut de nouveau absorber des photons. La fluorescence ne s'arrête plus. Quand  $\Delta$  croît, le transfert vers  $\psi_C$ , et donc la reprise de la fluorescence croissent comme  $\Delta^2$ .

# Quelques applications des états noirs

- États noirs sélectifs en vitesse.  
**Refroidissement subrecul** (voir Cours 1991-92 et cours 9)
- Transparence induite par champ électromagnétique (« Electromagnetically induced transparency »).  
**Voir S. Harris, Physics Today, Juin 1997, p.36**
- Variation rapide de l'indice de réfraction au voisinage d'une résonance noire et ralentissement spectaculaire de la vitesse de propagation de la lumière.  
**L. Hau et al, Nature, 397, 594 (1999)**
- Passage adiabatique d'un état moléculaire à un autre par suivi d'un état noir.  
**Méthode « STIRAP » de K. Bargmann** (voir Cours 1991-92)

Voir aussi l'article de revue: E. Arimondo, in Progress in Optics, E. Wolf, ed., Elsevier Science, Amsterdam (1996), p. 257

## **Cours 8**

# **SUPERPOSITIONS LINÉAIRES D'ÉTATS INTERFÉRENCES QUANTIQUES (Suite)**

# Plan du cours 8

## Transfert de cohérences

- Entre paires de niveaux d'un même atome
- Entre atomes différents

## Effets d'interférence dans les processus multiphotoniques

- Impliquant un seul atome
- Impliquant plusieurs atomes

## États intriqués

- Corrélations quantiques et non séparabilité
- Sources de photons intriqués

## Cohérences spatiales

- Longueur de cohérence
- Lien avec la distribution d'impulsion
- Fragilité des cohérences spatiales

# **TRANSFERTS DE COHÉRENCE**

# Transferts de cohérence

Une cohérence existant entre une paire de niveaux atomiques peut être transférée vers une autre paire de niveaux atomiques appartenant

- au même atome
- à un atome différent

Ce transfert peut être réalisé

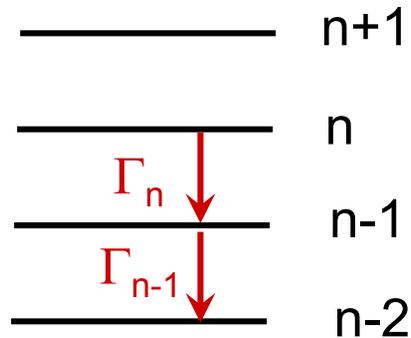
- par excitation optique
- par émission spontanée
- par collisions

Ces transferts entraînent souvent

- un affinement ou un élargissement des raies atomiques
- un déplacement de ces raies

# Premier exemple

## Émission spontanée d'un oscillateur harmonique



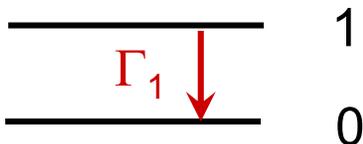
$\Gamma_1$  : taux d'émission spontanée à partir du premier niveau excité  $n=1$

Comme les taux d'émission spontanée sont proportionnels au carré de l'élément de matrice de  $x$  entre les 2 états de la transition, le taux d'émission spontanée  $\Gamma_n$  de  $n$  vers  $n-1$  vaut :

$$\Gamma_n = n\Gamma_1 \quad \left( \langle n-1 | \hat{x} | n \rangle \propto \sqrt{n} \right)$$

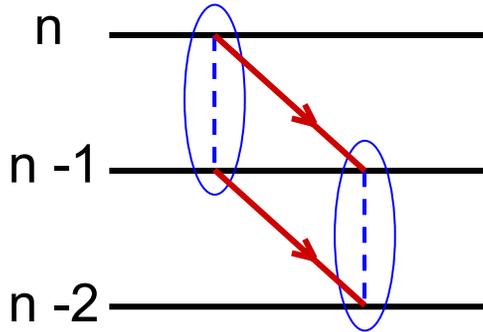
La cohérence  $\sigma_{n,n-1}$  entre  $n$  et  $n-1$  est donc amortie avec un taux :

$$\frac{1}{2}(\Gamma_n + \Gamma_{n-1}) = \left( n + \frac{1}{2} \right) \Gamma_1$$



Cela veut-il dire que la largeur de la raie émise par un oscillateur dépend de son état d'excitation?

## Transfert de cohérence de la paire n,n-1 vers la paire n-1, n-2



La cohérence quittant la paire de niveaux n,n-1 est partiellement transférée vers la paire n-1,n-2 avec un taux proportionnel à  $\Gamma_1$  et au produit des éléments de matrice de x sur les 2 bras du transfert

$$\left( \frac{d \sigma_{n-1,n-2}}{dt} \right)_{\text{transfert}} = \Gamma_1 \sqrt{n} \sqrt{n-1} \sigma_{n,n-1}$$

### Équation d'évolution de $\sigma_{n-1,n-2}$

$$\frac{d \sigma_{n-1,n-2}}{dt} = \underbrace{-i \omega_0 \sigma_{n-1,n-2}}_{\text{Évolution libre}} - \underbrace{\frac{1}{2} (\Gamma_{n-1} + \Gamma_{n-2}) \sigma_{n-1,n-2}}_{\text{Départ vers le bas}} + \underbrace{\sqrt{n(n-1)} \Gamma_1 \sigma_{n,n-1}}_{\text{Transfert à partir de la paire n,n-1}}$$

$$\frac{d \sigma_{n,n-1}}{dt} = -i \omega_0 \sigma_{n,n-1} - \frac{1}{2} (2n-1) \Gamma_1 \sigma_{n,n-1} + \sqrt{n(n+1)} \Gamma_1 \sigma_{n+1,n}$$

## Évolution de $\langle \hat{a} \rangle$

$$\hat{a} = \sum_n \sqrt{n} |n-1\rangle \langle n|$$

$$\langle \hat{a} \rangle = \text{Tr} (\hat{\sigma} \hat{a}) = \sum_n \sqrt{n} \sigma_{n,n-1} \quad \rightarrow \quad d \langle \hat{a} \rangle / d t = \sum_n \sqrt{n} d \sigma_{n,n-1} / d t$$

En utilisant l'équation au bas de la page précédente, on obtient alors aisément:

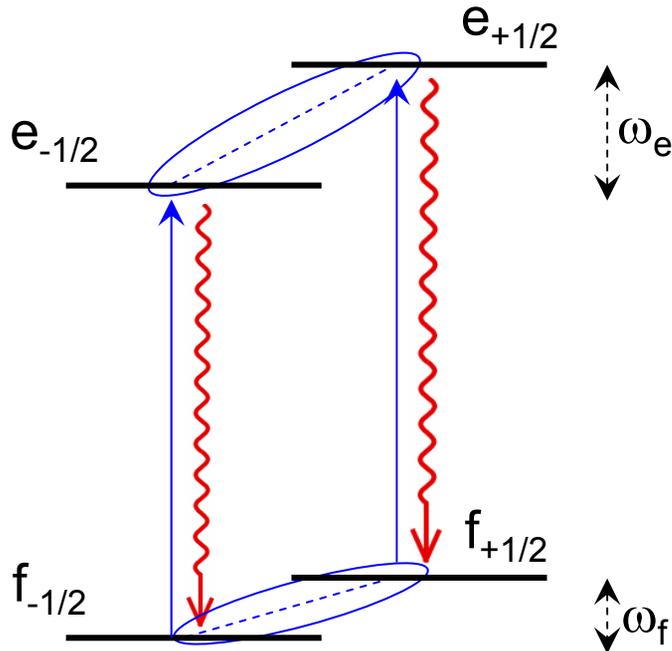
$$\frac{d}{d t} \langle \hat{a} \rangle = -i \omega_0 \langle \hat{a} \rangle - \frac{\Gamma_1}{2} \langle \hat{a} \rangle$$

Le taux d'amortissement de l'amplitude de l'oscillateur est donc toujours égal à  $\Gamma_1/2$  quel que soit l'état d'excitation de l'oscillateur. C'est le transfert de cohérence entre paires de niveaux qui est responsable de ce résultat.

### Remarque

Le transfert de cohérence dans un oscillateur harmonique est particulièrement efficace car il s'effectue entre paires de niveaux ayant la même fréquence d'évolution propre. Que se passe-t-il lors d'un transfert entre paires de niveaux ayant des écarts d'énergie différents? C'est ce que nous allons voir dans le second exemple.

## Exemple 2 : Circulation de cohérence dans un cycle de pompage optique



Cas simple d'une transition  $J_f=1/2 \rightarrow J_e=1/2$  (cas de  $^{199}\text{Hg}$ )

Dans un champ magnétique statique les 2 sous niveaux excités  $e_{\pm 1/2}$  sont séparés de  $\omega_e$  (fréquence de Larmor dans e), les 2 sous niveaux  $f_{\pm 1/2}$  sont séparés de  $\omega_f \neq \omega_e$ .

$$\sigma_{+-}^e = \langle e_{+1/2} | \hat{\sigma} | e_{-1/2} \rangle$$

$$\sigma_{+-}^f = \langle f_{+1/2} | \hat{\sigma} | f_{-1/2} \rangle$$

Une cohérence  $\sigma_{+-}^f$  est créée dans f (action d'un champ RF)

Une excitation  $\pi$  la transfère partiellement dans e et introduit une cohérence  $\sigma_{+-}^e$  dans cet état.

Cette cohérence évolue et retombe partiellement dans f par émission spontanée.

Conséquence d'un tel cycle sur l'évolution de  $\sigma_{+-}^f$  ?

# Évolution de $\sigma_{+-}^e$

$$d \sigma_{+-}^e / d t = -i \omega_e \sigma_{+-}^e - \Gamma_e \sigma_{+-}^e + \Gamma' B \sigma_{+-}^f$$

Évolution  
propre

Amortissement  
par émission spontanée

Transfert de cohérence  
à partir de f

$\Gamma'$  : taux d'absorption d'un photon à partir de f.

B : Coefficient réel proportionnel au produit des 2

coefficients de Clebsch-Gordan des transitions  $f_{\pm 1/2} \rightarrow e_{\pm 1/2}$ .

$\sigma_{+-}^f$  évolue à la fréquence  $\omega_f$  et subit un amortissement négligeable pendant la durée de vie  $1/\Gamma_e$  de e. Si l'on pose :  $\sigma_{+-}^f = \tilde{\sigma}_{+-}^f e^{-i\omega_f t}$ , le temps d'évolution de  $\tilde{\sigma}_{+-}^f$  est de l'ordre de  $1/\Gamma'$

$\sigma_{+-}^e$  qui a un temps d'amortissement  $1/\Gamma_e$  beaucoup plus court que  $1/\Gamma'$  peut suivre adiabatiquement l'évolution de  $\tilde{\sigma}_{+-}^f$  et effectue donc un mouvement d'oscillation forcée à  $\omega_f$ .

$$\sigma_{+-}^e \simeq \frac{\Gamma' B}{i(\omega_e - \omega_f) + \Gamma_e} \tilde{\sigma}_{+-}^f e^{-i\omega_f t} = \frac{\Gamma' B}{i(\omega_e - \omega_f) + \Gamma_e} \sigma_{+-}^f$$

## Évolution de $\sigma_{+-}^f$

$$d \sigma_{+-}^f / dt = -i \omega_f \sigma_{+-}^e - \Gamma' \sigma_{+-}^f + \Gamma_e B' \sigma_{+-}^e$$

Évolution  
propre

Départ de f vers e  
par absorption

Transfert de cohérence  
de e vers f par émission spontanée

$B'$  : Coefficient réel proportionnel au produit des 2 coefficients de Clebsch-Gordan des transitions  $f_{\pm 1/2} \rightarrow e_{\pm 1/2}$ .  
Reportons dans cette équation la valeur obtenue pour  $\sigma_{+-}^e$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_{+-}^f &= -i \omega_f \sigma_{+-}^f - \Gamma' \sigma_{+-}^f + \Gamma_e B B' \frac{\Gamma_e}{i(\omega_e - \omega_f) + \Gamma_e} \sigma_{+-}^f \\ &= -i \left[ \omega_e + B B' \frac{\omega_e - \omega_f}{(\omega_e - \omega_f)^2 + \Gamma_e^2} \right] - \Gamma' \left[ 1 - B B' \frac{\Gamma_e^2}{(\omega_e - \omega_f)^2 + \Gamma_e^2} \right] \sigma_{+-}^f \end{aligned}$$

La circulation de cohérence entre f et e

- modifie (diminue) le taux d'amortissement d'origine optique de la cohérence Zeeman dans l'état fondamental
- modifie la fréquence d'évolution de cette cohérence

# Discussion physique

1 – La circulation de cohérence n'est importante que si :

$$|\omega_e - \omega_f| \lesssim \Gamma_e$$

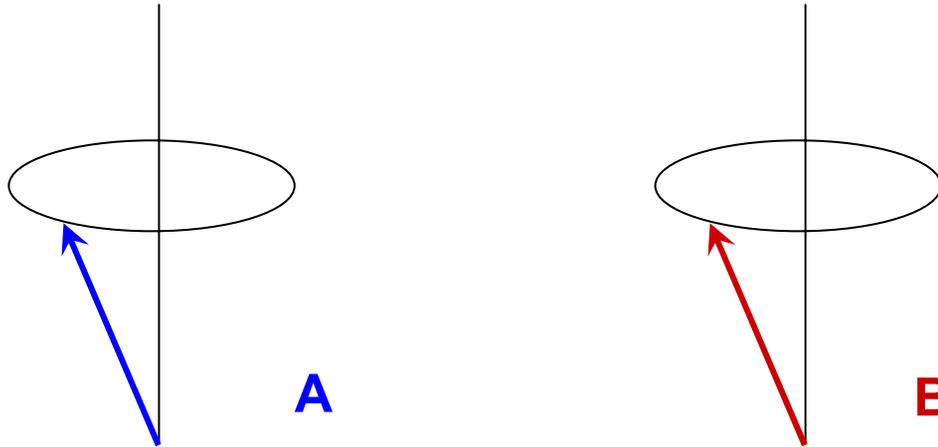
Autrement, la différence des fréquences de précession de Larmor dans e et f brouille le transfert de cohérence de f vers e si cette différence est grande devant  $\Gamma_e$ .

2 – La cohérence arrachée à l'état fondamental lors de l'absorption d'un photon est partiellement restituée lors du retour dans cet état par émission spontanée.

3 – Le déplacement de fréquence variant avec  $\omega_e - \omega_f$  comme une courbe de dispersion est dû à des transitions réelles de résonance optique.

Il ne doit pas être confondu avec le déplacement lumineux décrit dans le cours 3 qui était dû à des absorptions et réémissions virtuelles de photons induites par une excitation non résonnante.

# Interprétation du déplacement



2 atomes A et B dans  $f$  avec leurs spins parallèles.

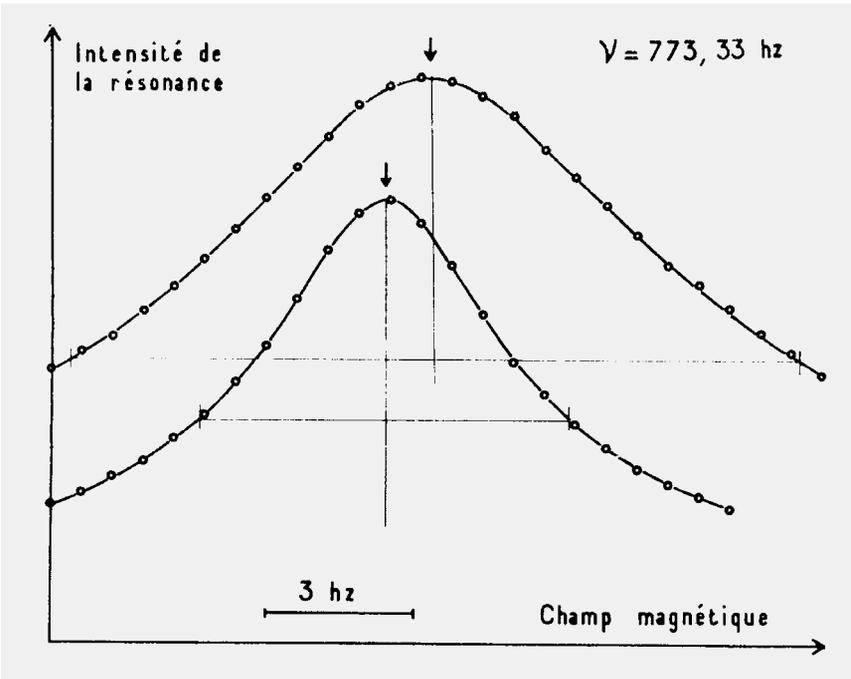
A absorbe un photon et passe dans  $e$  en gardant un souvenir de son orientation dans  $f$  (transfert partiel de cohérence).

Dans  $e$ , A tourne avec une vitesse angulaire  $\omega_e$  différente de celle qu'il avait dans  $f$ . Il prend de l'avance par rapport à B si  $\omega_e > \omega_f$ .

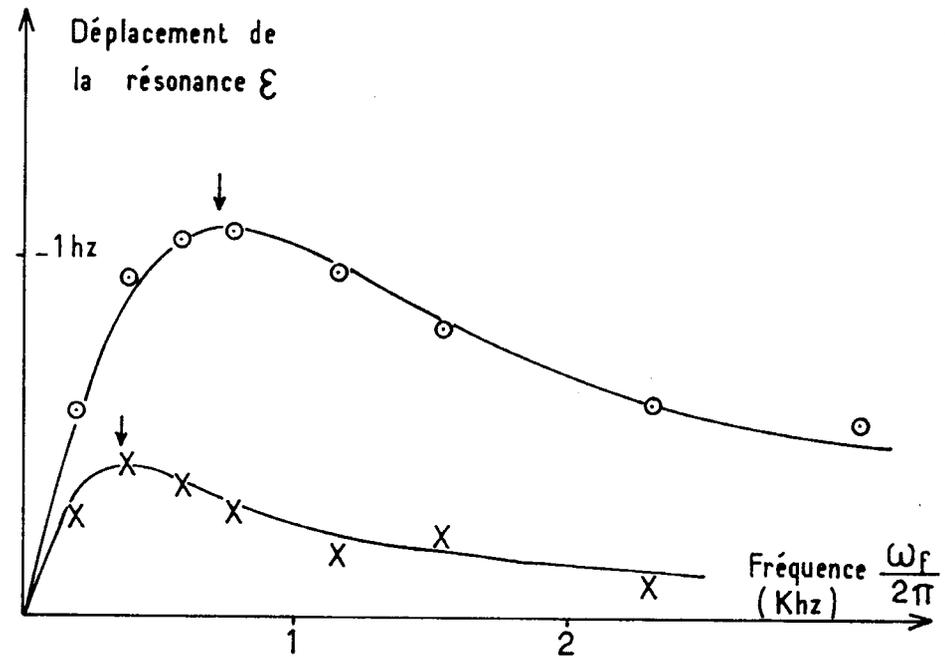
Quand A retombe dans  $f$  avec un souvenir de son orientation dans  $e$ , il a pris une certaine avance par rapport à la direction qu'il aurait s'il n'avait pas subi un cycle absorption - émission spontanée.

Si ce cycle se répète régulièrement pour A, la vitesse angulaire moyenne de A est augmentée par rapport à celle de B.

# Observation expérimentale (sur $^{199}\text{Hg}$ )



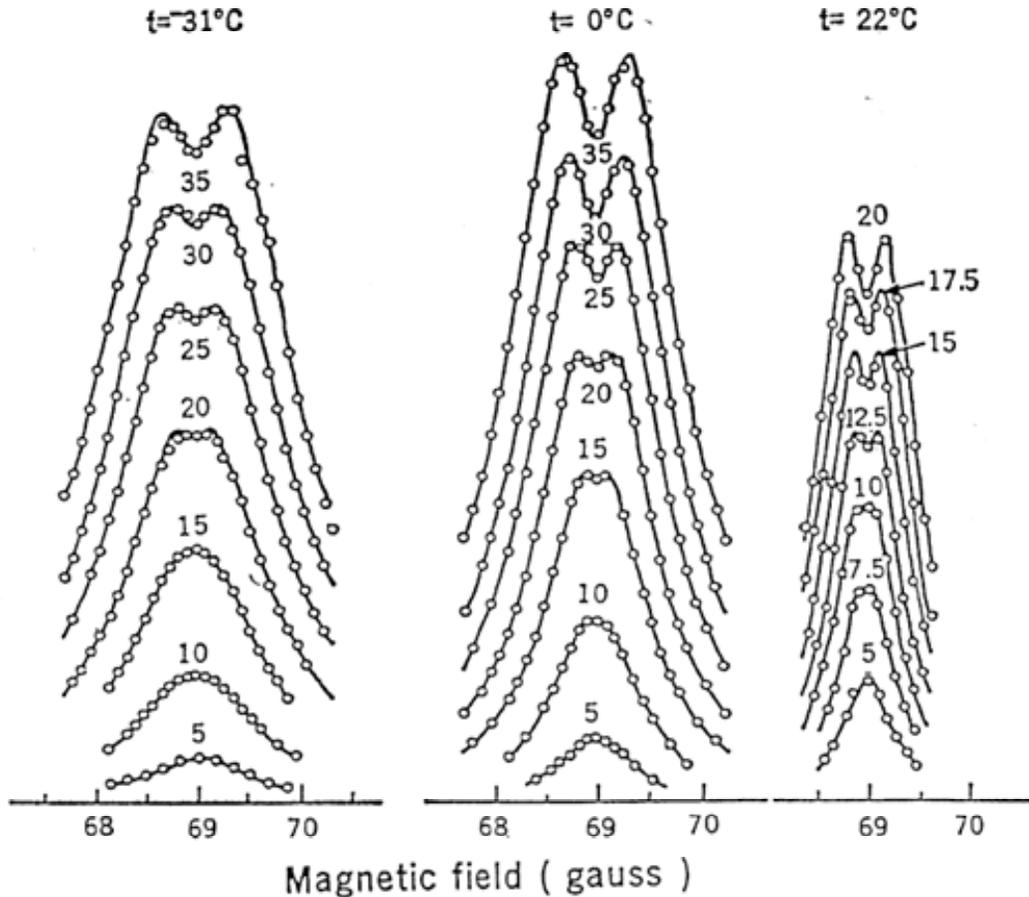
Les 2 courbes correspondent à 2 intensités différentes du faisceau perturbateur 2. Ce faisceau 2 est résonnant contrairement à la situation décrite dans le cours 3.



Variations du déplacement avec la fréquence  $\omega_f$  qui est proportionnelle aussi à  $\omega_e - \omega_f$ . Les 2 courbes correspondent à 2 transitions hyperfines différentes de  $^{199}\text{Hg}$ .

C. Cohen-Tannoudji, C.R.Acad.Sci. 252, 394 (1961)

## Exemple 3 : Diffusion multiple cohérente



Les raies de double résonance s'affinent quand la température de la cellule de Hg augmente alors qu'on s'attendrait plutôt à un élargissement des raies dû à une augmentation des taux de collision à pression de vapeur plus élevée.

M-A. Guiochon-Bouchiat, J-E. Blamont, J.Brossel  
C. R. Acad. Sci. 243, 1859 (1956) ; J.Phys.Rad. 18, 99 (1957)

# Interprétation de l'affinement

Quand un atome excité émet spontanément un photon, ce photon peut être réabsorbé par un autre atome de la vapeur. Si les dimensions de la cellule sont suffisamment grandes, ce phénomène peut être important à des pressions de vapeur où les collisions entre atomes sont encore négligeables.

La cohérence Zeeman introduite par le champ RF dans l'état excité du premier atome est partiellement transférée à l'état excité du second atome qui absorbe le photon émis par le premier. Tout se passe comme si la cohérence Zeeman « vivait » plus longtemps.

Après moyenne sur toutes les positions possibles du second atome, le second atome garde un souvenir de la direction de la grandeur transversale existant sur le premier.

À la différence des 2 exemples précédents, il s'agit ici d'un transfert de cohérence entre 2 atomes différents, et non pas à l'intérieur du même atome.

Étude théorique quantitative de ce phénomène

J-P. Barrat, Thèse, Paris 1959. J. Phys. Rad. 20, 541, 633 et 657 (1959)

## Déplacement de la raie de double résonance dû à la diffusion multiple

Déphasage entre la grandeur transversale transférée de l'atome A à l'atome B par diffusion multiple et celle qui serait restée sur A en l'absence d'émission spontanée d'un photon par A.

### Déphasage dû

- au temps de propagation fini du photon se propageant de A à B
- à l'effet des autres atomes situés entre A et B
  - Indice de réfraction
  - Rotation Faraday de la polarisation

Ce déphasage est responsable d'un déplacement de la raie de double résonance.

**A. Omont, C. R. Acad. Sci. Paris, 258, 1193 (1964)**

## Exemple 4 : Transfert de cohérence entre 2 alcalins différents par collisions d'échange de spin

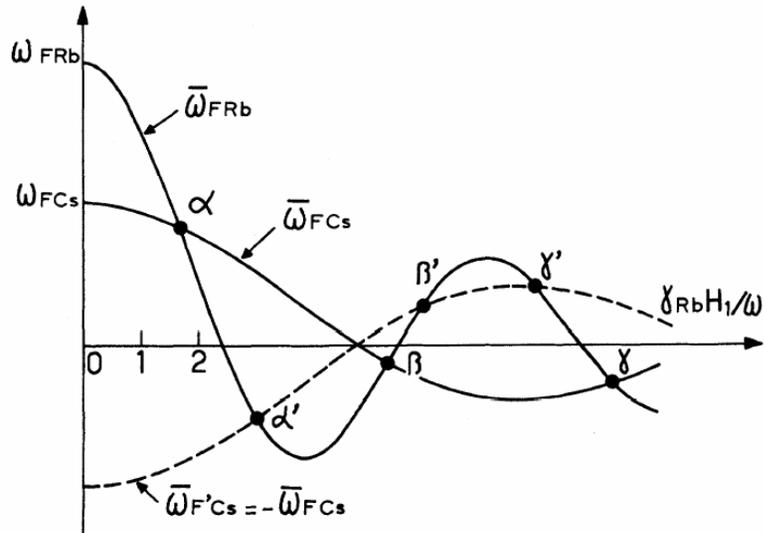
Les collisions d'échange de spin permettent de transférer à un alcalin, par exemple Rb, l'orientation longitudinale (parallèle au champ statique  $B_0$ ) obtenue par pompage optique sur un autre alcalin, par exemple Cs.

Les transferts d'orientation transversale, c'est-à-dire des cohérences Zeeman, sont cependant impossibles en champ non nul car les fréquences de Larmor  $\omega_{\text{Cs}}$  et  $\omega_{\text{Rb}}$  sont différentes. Ces transferts ne sont possibles qu'en champ faible ( $\omega_{\text{Cs}} - \omega_{\text{Rb}} \lesssim \Gamma_f$ ).

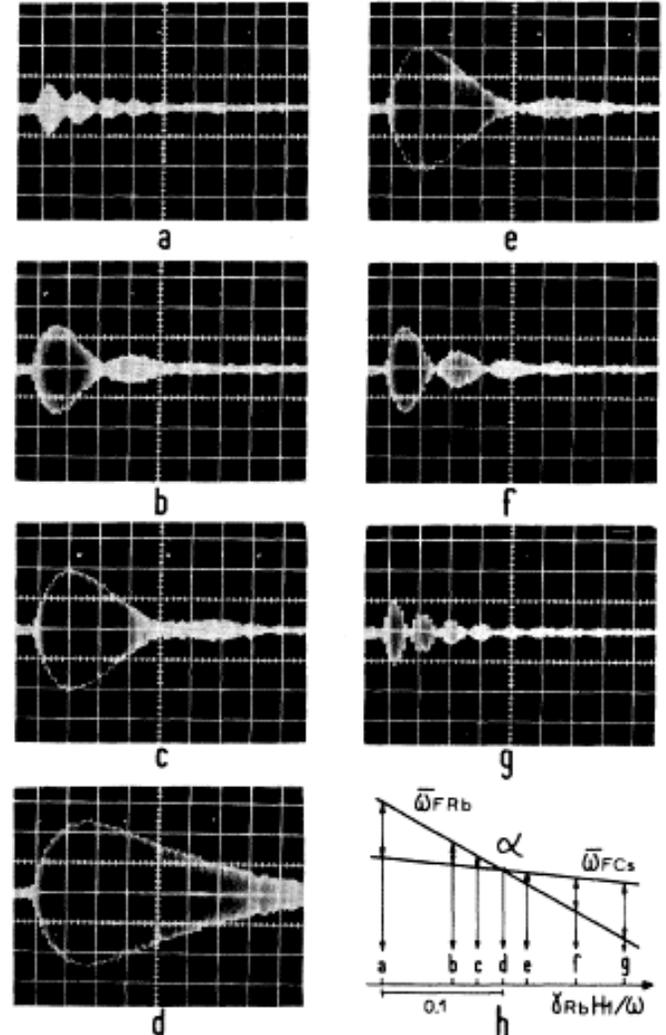
On peut cependant rendre les 2 fréquences de Larmor égales en « habillant » les 2 alcalins au moyen d'un champ RF haute fréquence (voir cours 4) et en rendant leurs moments magnétiques égaux. Le transfert n'est alors possible que pour l'amplitude du champ RF permettant cette égalisation.

S. Haroche, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. 24, 974 (1970)

# Résultats expérimentaux



- Orientation de Cs par pompage optique.
- Impulsion  $\pi/2$  sur Cs introduisant une orientation transversale sur Cs.
- Habillage des 2 atomes par un champ RF.
- Détection de l'orientation transversale de Rb pour diverses valeurs de l'amplitude du champ RF au voisinage des valeurs correspondant aux croisements de la figure.



# **EFFETS D'INTERFÉRENCE DANS LES PROCESSUS MULTIPHOTONIQUES**

# Effets d'interférence dans les processus multiphotoniques

## Première catégorie d'effets

Un processus multiphotonique comporte nécessairement plusieurs états intermédiaires (plusieurs interactions avec le champ).

Plusieurs chemins différents peuvent donc conduire le système atome + champ de l'état initial à l'état final et les amplitudes correspondantes interfèrent.

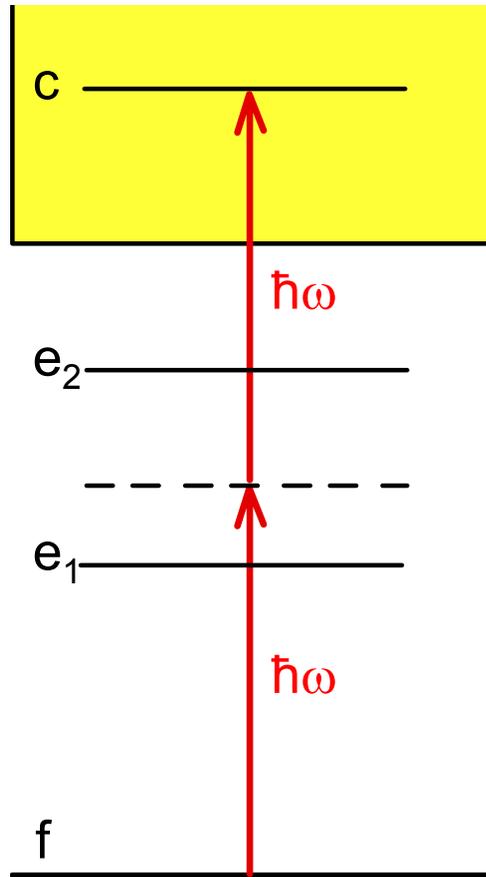
## Deuxième catégorie d'effets

Impliquant non plus un seul mais plusieurs atomes.

Si de nouvelles ondes sont générées dans un processus multiphotonique, les ondes provenant d'atomes différents peuvent-elles interférer?

# Exemple 1 de la 1ère catégorie : Minima d'ionisation multiphotonique entre 2 résonances

Exemple d'une ionisation à 2 photons

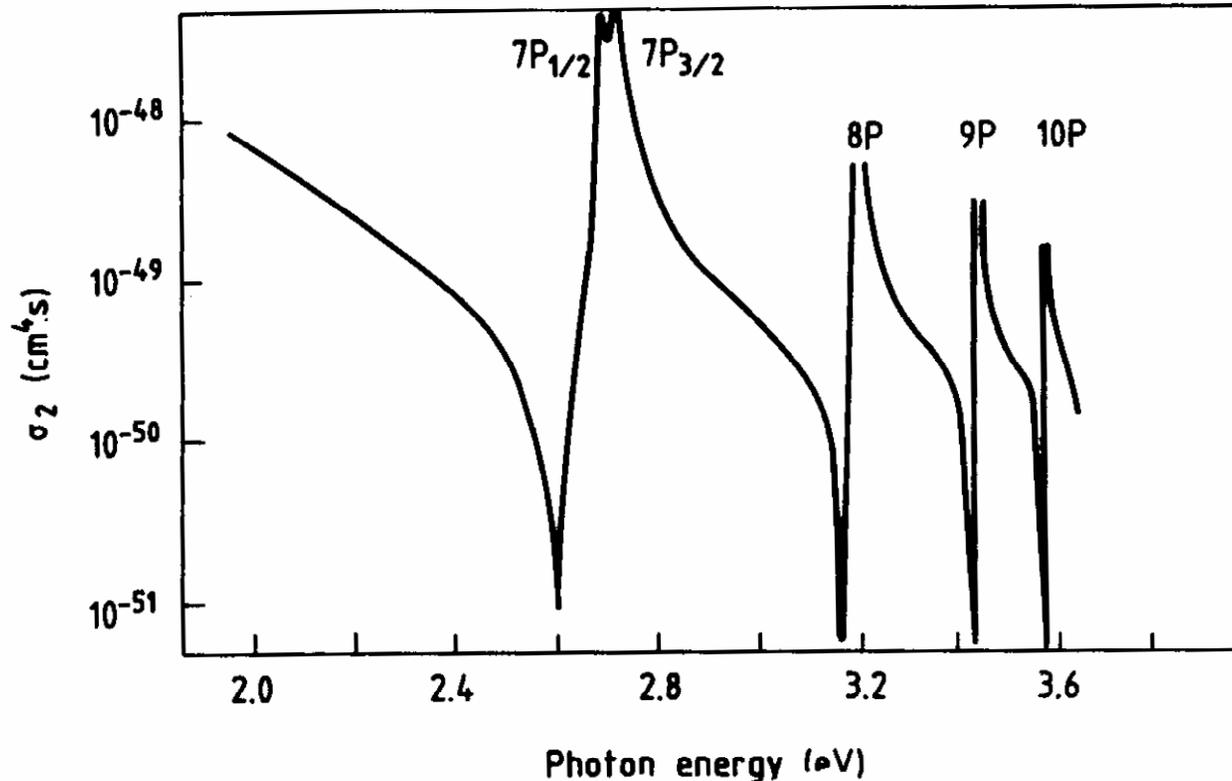


Quand  $\omega$  varie, des résonances se produisent quand  $\omega$  coïncide avec l'une des fréquences  $\omega_{10}$  et  $\omega_{20}$  correspondant aux transitions  $f \rightarrow e_1$  et  $f \rightarrow e_2$ .

Quand  $\omega$  est compris entre  $\omega_{10}$  et  $\omega_{20}$ , les 2 dénominateurs d'énergie correspondant aux 2 états intermédiaires  $e_1$  et  $e_2$  ont des signes opposés et les 2 amplitudes interfèrent avec un signe -.

# Exemple de prédiction théorique

## Ionisation à 2 photons du Césium



On voit les résonances associées aux états intermédiaires 7p, 8p, 9p, 10p et les minima des probabilités d'ionisation entre 2 résonances

Figure extraite de G. Mainfray, J. de Phys. Colloque C2, 43, 367 (1982) présentant les résultats de H. Bebb, Phys. Rev. 149, 25 (1966)

# Confirmation expérimentale

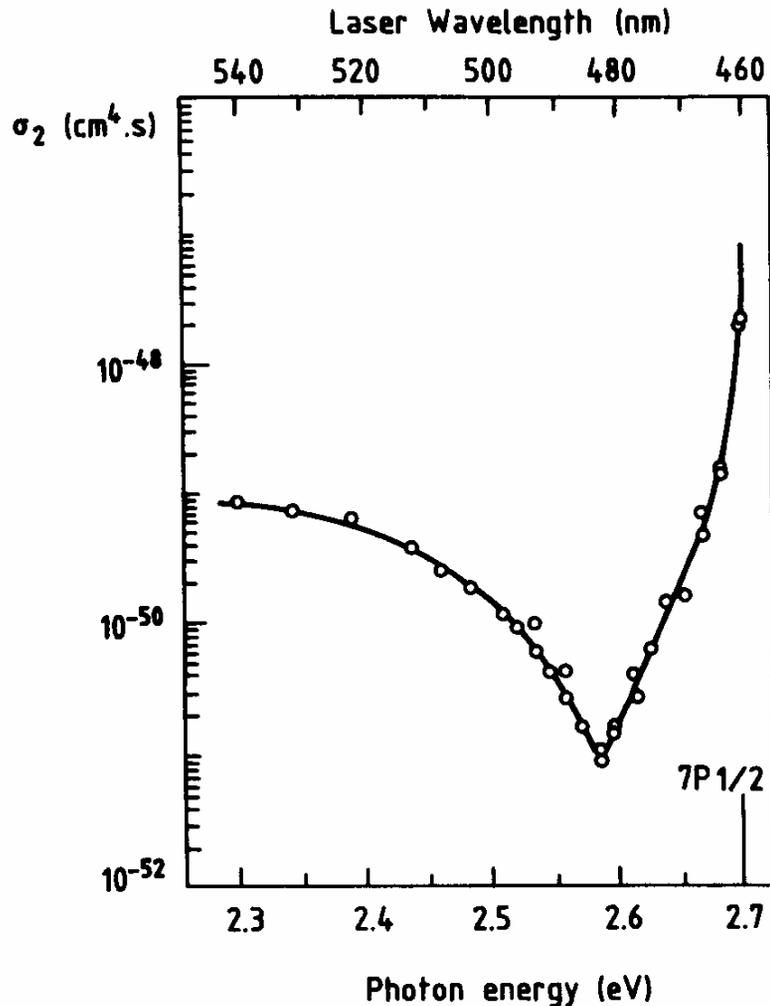


Figure extraite de G. Mainfray, J. de Phys. Colloque C2, 43, 367 (1982) (présentant les résultats de J. Morellec, D. Normand, G. Mainfray, C. Manus, Phys. Rev. Lett. 44, 1394 (1980))

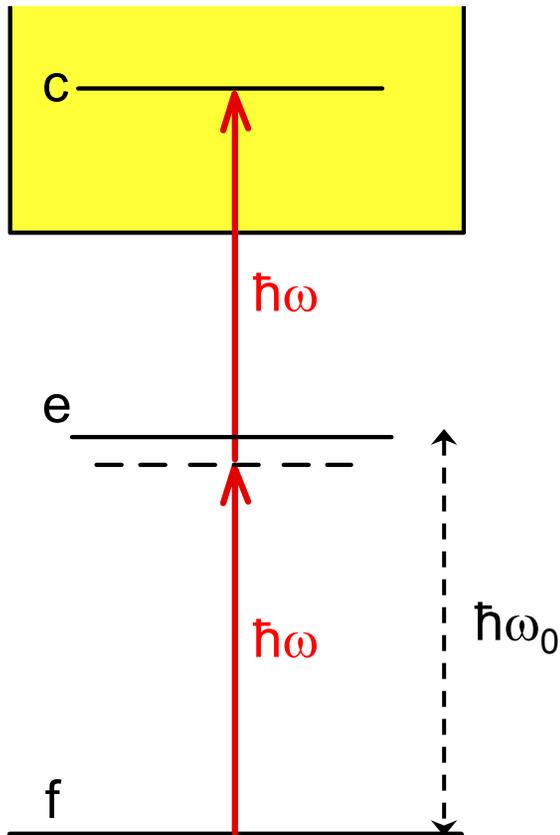
Plusieurs expériences précédentes n'avaient pu observer de minima, par suite d'un signal parasite d'ions  $\text{Cs}^+$  provenant d'ions moléculaires  $(\text{Cs}_2)^+$  produits par la dissociation de dimères  $\text{Cs}_2$ .

## Intérêt de ces résonances

- La comparaison de la position et de la profondeur des minima avec les prédictions théoriques permettent de tester la précision des calculs des énergies et des éléments de matrice apparaissant dans l'expression perturbative de l'amplitude de transition.
- De manière plus générale, la possibilité d'utiliser des effets d'interférence quantique pour bloquer un processus physique dans un sens et l'orienter dans un autre est l'objet actuellement de nombreux travaux théoriques et expérimentaux.

Nouveau champ de recherche appelé  
« contrôle cohérent »

## Exemple 2 de la 1ère catégorie : Profils de Fano au voisinage d'une résonance d'ionisation multiphotonique



L'atome peut passer de  $f$  à  $c$

- soit en passant intermédiairement par  $e$ . Si  $\omega$  est proche de  $\omega_0$ , l'amplitude varie de manière importante quand on balaie  $\omega$ .
- soit en passant par un état intermédiaire autre que  $e$ .

L'interférence entre les 2 amplitudes donne naissance à des profils asymétriques analogues aux profils de Fano observés en photoionisation simple au voisinage d'un état autoionisant.

Phénomène initialement suggéré par :

S. Feneuille, L. Armstrong, J. Phys. Lettres, 36, L-235 (1975)

B. Beers, L. Armstrong, Phys. Rev. A12, 2447 (1975)

## Exemple de la 2ème catégorie : interprétation de la condition d'accord de phase

Considérons un processus multiphotonique au cours duquel un certain nombre de photons sont absorbés et d'autres émis.

L'impulsion gagnée par l'atome subissant ce processus vaut:

$$\delta \vec{p} = \hbar \left[ \left( \sum \vec{k}_i \right)_{\text{absorbés}} - \left( \sum \vec{k}_j \right)_{\text{émis}} \right]$$

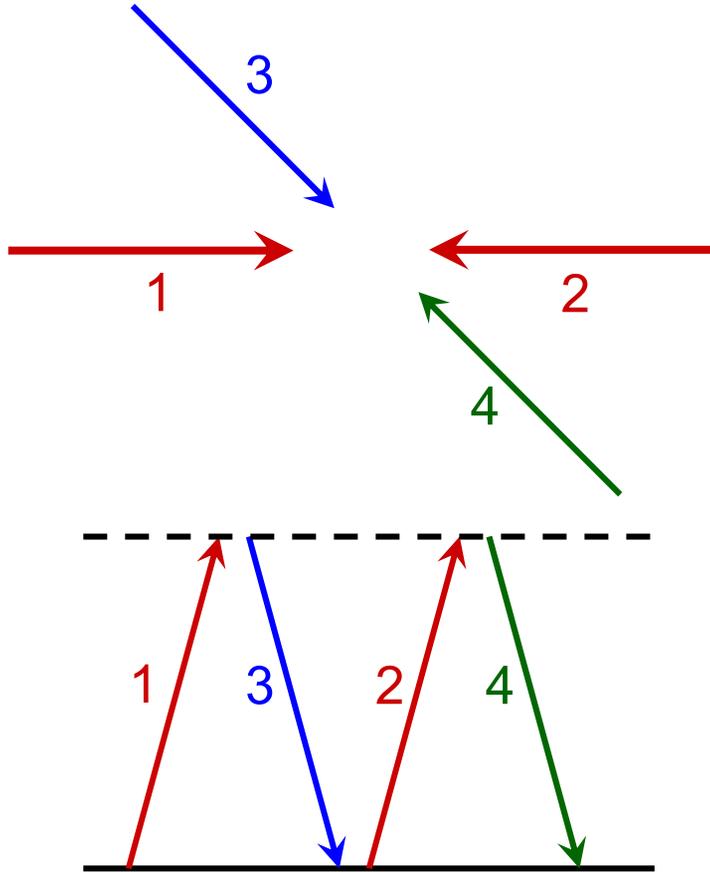
Considérons 2 atomes A et B d'impulsions initiales  $\vec{p}_A$  et  $\vec{p}_B$ . Suivant que c'est l'atome A ou l'atome B qui subit le processus, c'est  $\vec{p}_A$  ou  $\vec{p}_B$  qui augmentera de  $\delta \vec{p}$ . Les états finals des 2 atomes seront donc  $\vec{p}_A + \delta \vec{p}$ ,  $\vec{p}_B$  dans le premier cas,  $\vec{p}_A$ ,  $\vec{p}_B + \delta \vec{p}$  dans le second.

Pour que les amplitudes associées aux processus issus de A et de B puissent interférer, il faut que les états finals des 2 atomes soient les mêmes. Il faut donc que :

$$\delta \vec{p} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \left( \sum \vec{k}_i \right)_{\text{absorbés}} = \left( \sum \vec{k}_j \right)_{\text{émis}}$$

Remarque : En toute rigueur, il faut aussi tenir compte, dans un milieu comportant un grand nombre d'atomes, des effets de l'indice de réfraction qui dépend de la fréquence.

# Application au mélange à 4 ondes dégénéré



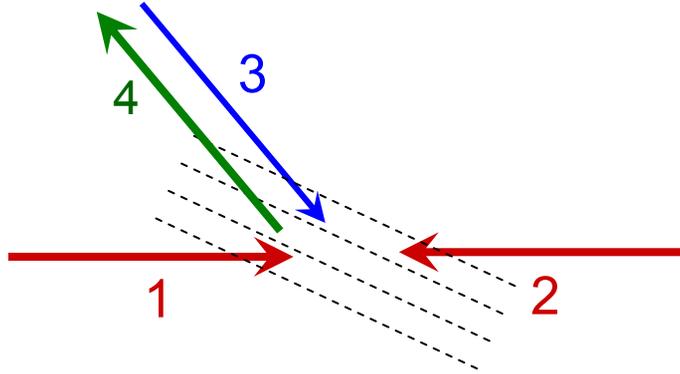
Milieu atomique soumis à 3 ondes 1, 2, 3, de même fréquence  $\omega$ . Les 2 ondes 1 et 2 se propagent dans des directions opposées

Génération d'une onde 4 par un processus où un photon 1 est absorbé, un photon 3 émis, un photon 2 absorbé et finalement un photon 4 est émis avec retour de l'atome dans l'état fondamental .

La conservation de l'énergie implique que le photon 4 a la même fréquence que les 3 autres. Les ondes 4 émises par les différents atomes ne peuvent interférer que si :

$$\delta \vec{p} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{k}_4 = -\vec{k}_3$$

## Autre interprétation de la condition $\delta \vec{p} = \vec{0}$



Les ondes 1 et 3 interfèrent et donnent naissance à un réseau de densité atomique.

L'onde 2, par diffraction de Bragg sur de réseau donne naissance à l'onde 4.

## Interprétation qualitative en termes de dipôles induits

À un facteur de proportionnalité près (susceptibilité non linéaire), la composante de fréquence positive de la répartition spatiale des dipôles induits par les trois ondes 1, 2 et 3 est le produit des composantes de fréquence positive des 2 ondes absorbées 1 et 2

$$\exp i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) \times \exp i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) = \exp(-2i\omega t) \quad \text{car } \vec{k}_1 = -\vec{k}_2$$

par la composante de fréquence négative de l'onde 3 émise

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega t - \varphi) \quad \varphi : \text{phase de l'onde 3}$$

ce qui donne:

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} + \omega t - \varphi)$$

# Interprétation qualitative en termes de dipôles induits (suite)

Répartition spatiale des dipôles induits par les ondes 1,2,3 :

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} + \omega t - \varphi) + \exp i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} + \omega t - \varphi)$$

Cette dépendance spatiale est aussi celle de l'onde 4 qui en résulte.

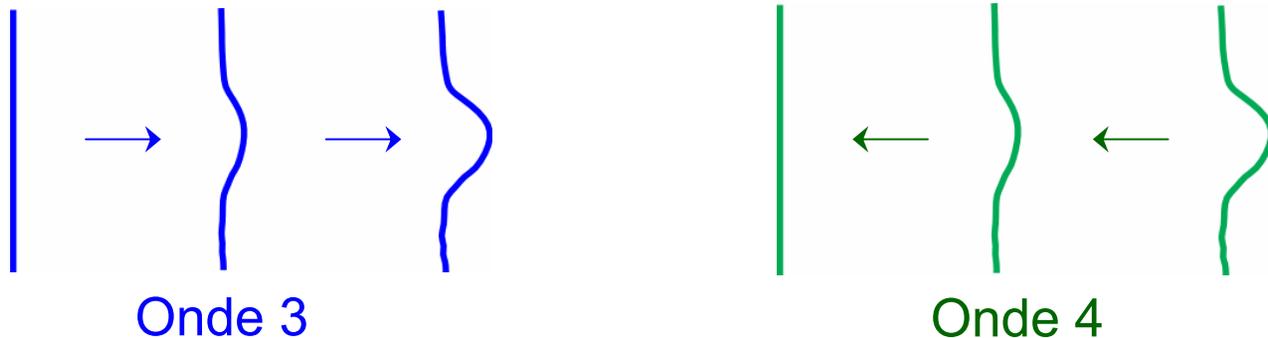
Comparons la à celle de l'onde 3 ;

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega t - \varphi) + \exp i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega t - \varphi)$$

On voit qu'on passe de l'une à l'autre par le changement  $t \rightarrow -t$ .

L'onde 4, appelée « onde conjuguée » de l'onde 3, peut donc être considérée comme obtenue à partir de cette dernière par renversement du sens du temps.

Si l'onde 3 subit des distorsions de phase lors de sa propagation dans le milieu, l'onde conjuguée verra ces distorsions disparaître



# ÉTATS INTRIQUÉS

# États intriqués

## Superpositions linéaires d'états produits

$$|\psi\rangle = \alpha |\varphi_1\rangle |\varphi_2\rangle + \beta |\chi_1\rangle |\chi_2\rangle$$

Ne peuvent pas être écrits sous forme du produit d'un état du système 1 par un état du système 2.

## Exemples

- Deux spins 1/2 dans l'état singulet

$$(|1+, 2-\rangle - |1-, 2+\rangle) / \sqrt{2}$$

- Un atome et le champ de rayonnement

$$(|f, N+1\rangle + |e, N\rangle) / \sqrt{2}$$

- Intrication entre degrés de liberté internes et externes

$$(|f, \vec{p}\rangle + |e, \vec{p} + \hbar \vec{k}\rangle) / \sqrt{2}$$

- Intrication à plusieurs particules

$$(|1+, 2+, 3+\rangle - |1-, 2-, 3-\rangle) / \sqrt{2}$$

# Importance des états intriqués sur le plan conceptuel

## 1 – Mettent clairement en évidence des corrélations quantiques non intuitives.

Considérons 2 spins  $1/2$  dans l'état singulet qui s'éloignent à une grande distance l'un de l'autre.

Si l'on mesure  $S_z$  sur le premier et qu'on trouve  $+1$  (en unités de  $\hbar/2$ ), on est sûr que  $S_z$  vaut  $-1$  pour le second.

Idem si l'on mesure  $S_x$  ou  $S_y$ .

Einstein, Podolsky et Rosen (1935) en concluent que la description quantique des phénomènes est incomplète.

Leur argument: Quand on mesure  $S_z$  ou  $S_x$  sur le premier spin, on n'influe pas le second qui est très loin. Si la valeur de  $S_z$  ou  $S_x$  est sûre sur le second, c'est qu'elle existait avant la mesure sur le premier. Comment concilier cette conclusion avec le fait que  $S_z$  et  $S_x$  ne commutent pas et ne peuvent donc pas avoir des valeurs bien définies simultanément?

## **2 – Une avancée importante: les inégalités de Bell**

Admettons l'existence de paramètres supplémentaires  $\lambda$  non inclus dans la description quantique usuelle. Ils caractérisent l'état du système lors de sa formation et sont décrits par une densité de probabilité  $P(\lambda)$  positive et normée.

Si l'on admet que les résultats de mesure sur 1 ne dépendent que de  $\lambda$  et du dispositif de mesure sur 1 (et non du dispositif de mesure sur 2 – hypothèse de localité), on peut démontrer (Bell 1964) des inégalités concernant une certaine combinaison de signaux de corrélation entre résultats de mesures sur 1 et sur 2.

Or, les prédictions de la mécanique quantique usuelle violent ces inégalités.

Il devient donc possible de tester expérimentalement si une description plus complète et locale des phénomènes physiques en termes de paramètres supplémentaires est compatible ou non avec la mécanique quantique.

### **3 – Les tests expérimentaux démontrent clairement une violation des inégalités de Bell**

Plusieurs générations d'expériences de précision croissante:

- Freedom, Clauser 1972-76
- Fry, Thomson 1976
- Aspect, Grangier, Roger, Dalibard 1981-82
- Kwiat, Mattle, Weinfurter, Zeilinger 1995

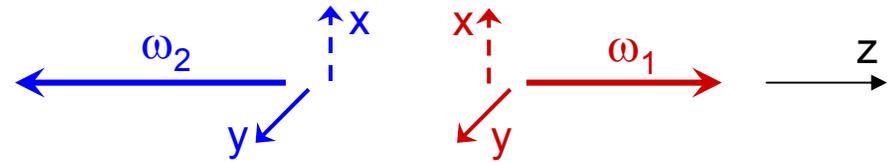
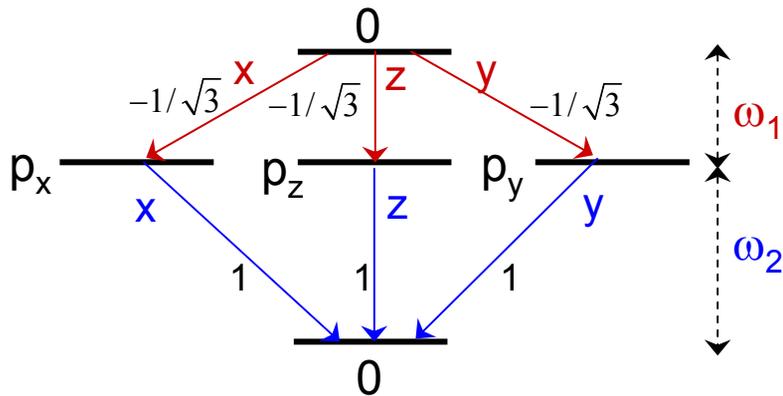
### **4 – Conclusion**

Aussi éloignés soient-ils l'un de l'autre, les 2 systèmes apparaissant dans un état intriqué ne peuvent pas être considérés comme des entités séparées. Ils forment un tout inséparable.

**Non séparabilité quantique**

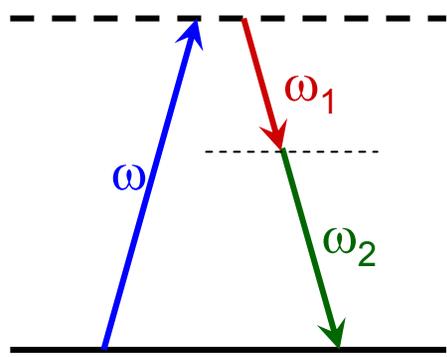
# Sources de photons intriqués

## Cascade $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ (cas du Ca)



$$|\psi\rangle = [|\omega_1 y, \omega_2 y\rangle + |\omega_1 x, \omega_2 x\rangle] / \sqrt{2}$$

## Conversion paramétrique de type 2 dans un cristal de BBO



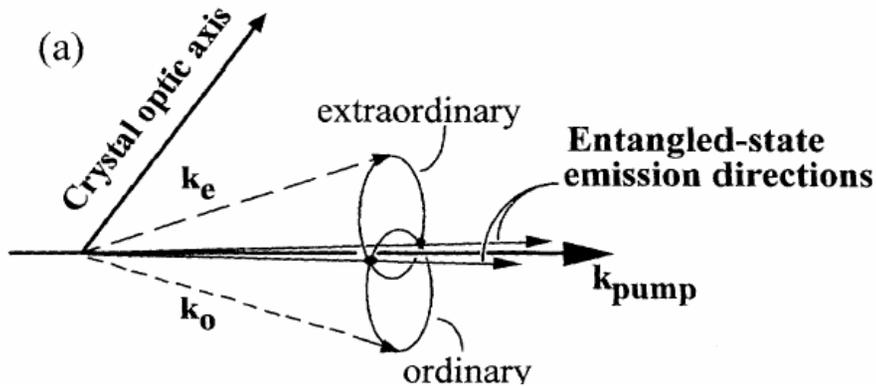
Un photon  $\omega$  est absorbé. Deux photons  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont émis, l'atome retournant dans l'état fondamental

Conservation de l'énergie

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$

Les conditions d'accord de phase dans le cristal de BBO font que les 2 photons ont des polarisations linéaires orthogonales et que les directions d'émission de ces 2 photons se répartissent sur 2 cônes.

# Une amélioration récente



Si  $\omega_1 = \omega_2 = \omega/2$ , un photon émis le long de l'une des intersections des 2 cônes peut avoir l'une ou l'autre polarisation, l'autre ayant la polarisation orthogonale

État intriqué  $\psi =$

Intérêt d'une telle méthode: pas de perte d'angle solide. Possibilité d'injecter la paire de photons dans 2 fibres et de les faire propager sur des kilomètres.

Obtention d'une violation des inégalités de Bell par 100 déviations standard en 5 minutes.

P. Kwiat, K. Mattle, W. Weinfurter, A. Zeilinger, A. Sergienko, Y. Shih,  
Phys. Rev. Lett. 75, 4337 (1995)

# COHÉRENCES SPATIALES

# Description des variables externes

## Distribution de positions et d'impulsions

$$R(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \hat{\rho} | \vec{r} \rangle \quad P(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \hat{\rho} | \vec{p} \rangle$$

$\Delta r$  : largeur de  $R(\vec{r})$     Dispersion des positions

$\Delta p$  : largeur de  $P(\vec{p})$     Dispersion des impulsions

Cas où l'état du centre de masse peut être décrit par une fonction d'onde.

**Cas pur** :  $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$

$$R(\vec{r}) = |\langle \vec{r} | \psi \rangle|^2 = |\psi(\vec{r})|^2 \quad P(\vec{p}) = |\langle \vec{p} | \psi \rangle|^2 = |\tilde{\psi}(\vec{p})|^2$$

Les fonctions  $\psi(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \psi \rangle$  et  $\tilde{\psi}(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \psi \rangle$  sont transformées de Fourier l'une de l'autre.

**Attention !**

$$R(\vec{r}) = |\langle \vec{r} | \psi^2 \rangle| \text{ n'est pas la T.F. de } P(\vec{p}) = |\langle \vec{p} | \psi^2 \rangle|$$

## Cohérences spatiales : $\langle \vec{r}' | \hat{\rho} | \vec{r}'' \rangle$

Éléments non diagonaux de  $\rho$  entre 2 points d'espace différents.  
Si  $\rho$  correspond à un cas pur,

$$\langle \vec{r}' | \hat{\rho} | \vec{r}'' \rangle = \langle \vec{r}' | \psi \rangle \langle \psi | \vec{r}'' \rangle = \psi(\vec{r}') \psi^*(\vec{r}'')$$

L'argument du nombre complexe  $\langle \vec{r}' | \hat{\rho} | \vec{r}'' \rangle$  est égal à la différence des phases de  $\psi$  entre  $\vec{r}'$  et  $\vec{r}''$ .

### Cohérence spatiale globale à une distance $\vec{a}$

$$G(\vec{a}) = \int d^3 r \langle \vec{r} | \hat{\rho} | \vec{r} + \vec{a} \rangle$$

Somme de toutes les cohérences spatiales entre couples de points séparés par une distance  $\vec{a}$

Si  $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$  (cas pur),

$$G(\vec{a}) = \int d^3 r \langle \vec{r} | \psi \rangle \langle \psi | \vec{r} + \vec{a} \rangle = \int d^3 r \psi(\vec{r}) \psi^*(\vec{r} + \vec{a})$$

Intégrale de recouvrement entre le paquet d'ondes  $\psi(\vec{r})$  et le paquet d'ondes  $\psi^*(\vec{r})$  translaté de  $-\vec{a}$ .

## Lien entre $G(\vec{a})$ et $P(\vec{p})$

$$\begin{aligned} G(\vec{a}) &= \int d^3 r \langle \vec{r} | \hat{\rho} | \vec{r} + \vec{a} \rangle \\ &= \iiint d^3 r d^3 p d^3 p' \langle \vec{r} | \vec{p} \rangle \langle \vec{p} | \hat{\rho} | \vec{p}' \rangle \langle \vec{p}' | \vec{r} + \vec{a} \rangle \end{aligned}$$

$$\langle \vec{r} | \vec{p} \rangle \langle \vec{p}' | \vec{r} + \vec{a} \rangle = (1/2\pi\hbar)^3 \exp\left[i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot \vec{r} / \hbar\right] \exp(-i \vec{p}' \cdot \vec{a} / \hbar)$$

$$(1/2\pi\hbar)^3 \int d^3 r \exp\left[i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot \vec{r} / \hbar\right] = \delta(\vec{p} - \vec{p}')$$

$$\Rightarrow G(\vec{a}) = \int d^3 p P(\vec{p}) \exp(-i \vec{p} \cdot \vec{a} / \hbar)$$

La cohérence spatiale globale est la transformée de Fourier de la distribution d'impulsion.

## Longueur de cohérence $\xi$

$\xi$  est la largeur de  $G(\vec{a})$

Ne pas confondre  $\xi$  et dispersion spatiale  $\Delta x$

Pour une particule libre,  $\Delta x$  dépend du temps (étalement du paquet d'ondes) alors que  $p$ , et donc  $\xi$ , sont des constantes du mouvement.

## Analogie optique

Fonction de corrélation temporelle d'un champ optique

$$G(\tau) = \int dt \overline{E(t)E^*(t+\tau)}$$

Intégrale de recouvrement d'un train d'ondes avec le train d'ondes translaté dans le temps de  $-\tau$ .

D'après le théorème de Wiener-Khinchine,  $G(\tau)$  est la transformée de Fourier de la densité spectrale  $I(\omega)$ .

Si la largeur  $\Delta\omega$  de  $I(\omega)$  est trop petite pour être mesurable avec précision au moyen d'un spectromètre, il est plus commode de mesurer  $G(\tau)$  en faisant interférer dans un Michelson les trains d'ondes avec les mêmes trains d'ondes retardés avec un délai ajustable. On mesure ainsi  $G(\tau)$  et, par transformée de Fourier,  $I(\omega)$ .

**Principe de la spectroscopie de Fourier.**

# Une nouvelle méthode de mesure de la distribution d'impulsion d'atomes froids

Si la dispersion d'impulsions  $\Delta p$  est trop petite pour être mesurable avec précision par une méthode de temps de vol, il peut être plus commode de dédoubler chaque paquet d'ondes, de décaler l'un par rapport à l'autre et de mesurer leur intégrale de recouvrement au moyen d'un signal d'interférence. On mesure ainsi  $G(a)$  et, par transformée de Fourier,  $P(p)$ .

Méthode récemment utilisée pour mesurer la distribution d'impulsions d'atomes d'hélium refroidis par laser à 5nK et la distribution d'impulsions d'un condensat.

B. Saubamea, T. W. Hijmans, S. Kulin, E. Rasel, E. Peik, M. Leduc, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **79**, 3146 (1997).

E. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y. Band, M. Edwards, M. Doery, P. Julienne, K. Helmerson, S. Rolston, W. Phillips, Phys. Rev. Lett. 83, 3112 (1999)

# Les diverses longueurs caractéristiques

$\Delta x$  : Dispersion en position

$\xi = \hbar / \Delta p$  : Longueur de cohérence

$\lambda_{dB} = h / \langle p \rangle$  : Longueur d'onde de de Broglie

Bien définie si  $\Delta p \ll \langle p \rangle$ , c-à-d si  $\lambda_{dB} \ll \xi$ .

Sinon, on utilise uniquement  $\xi$ .

Pour une particule en équilibre thermodynamique à la température T, la longueur de cohérence est appelée longueur d'onde de de Broglie thermique et est définie par:

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{\pi \hbar^2}{2 m k_B T}}$$

En lithographie atomique, la limite inférieure de la tache focale est de l'ordre de  $\lambda_{dB}$ , mais pour pouvoir l'atteindre, il faut une optique atomique ouverte, et donc  $\xi$  très grand.

# Fragilité des cohérences spatiales

Tout processus augmentant  $\Delta p$  diminue  $\xi = \hbar / \Delta p$

## Premier exemple : émission spontanée

Le photon émis spontanément peut l'être dans n'importe quelle direction. La dispersion en impulsion sur chaque axe augmente donc d'une quantité de l'ordre de  $\Delta p = \hbar k$ .

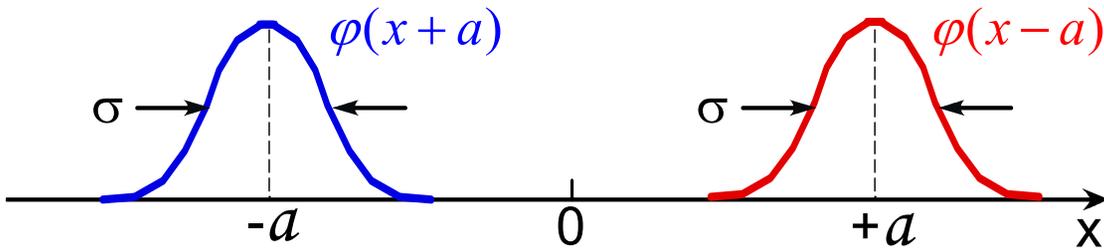
Si la longueur de cohérence est infinie avant l'émission ( $\Delta p = 0$ ), elle devient certainement au moins de l'ordre de  $\hbar / \hbar k = 1/k = \lambda_L$  après l'émission,  $\lambda_L$  étant la longueur d'onde du photon émis.

C'est la raison pour laquelle tout processus d'émission spontanée doit être soigneusement évité dans toutes les expériences, par exemple d'interférométrie atomique, nécessitant une grande longueur de cohérence.

Pour plus de détails, voir cours au Collège de France 1988-89.

# Deuxième exemple : diffusion d'impulsion d'un atome subissant des collisions

Atome dans une superposition de 2 paquets d'ondes de largeur  $\sigma$ , séparés par une distance  $2a$  grande devant  $\sigma$ .

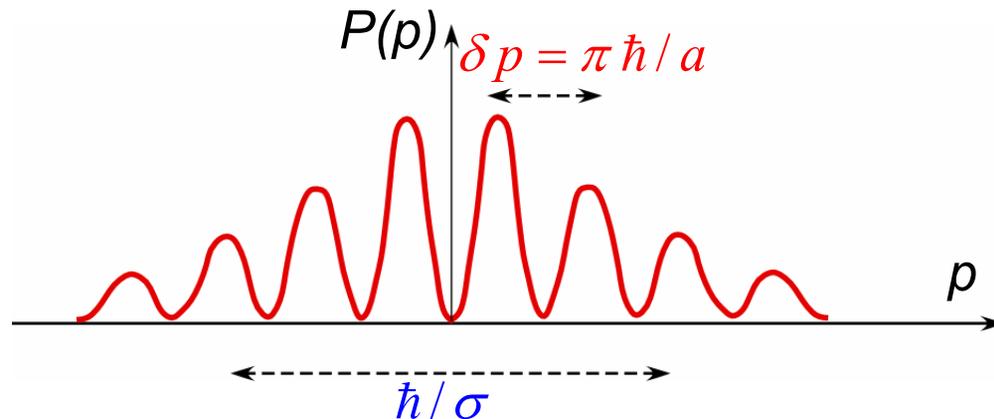


$\varphi(x)$  : paquet d'ondes centré en  $x=0$

$$\psi(x) = \left(1/\sqrt{2}\right) [\varphi(x-a) - \varphi(x+a)]$$

T.F. de  $\psi(x)$  :  $\tilde{\psi}(p) = \left(1/\sqrt{2}\right) [e^{-ipa/\hbar} - e^{+ipa/\hbar}] \tilde{\varphi}(p)$  où  $\tilde{\varphi}(p)$  = T.F. de  $\varphi(x)$

**Distribution d'impulsion**  $P(p) = 2 |\tilde{\varphi}(p)|^2 \sin^2(pa/\hbar)$



La cohérence entre les 2 paquets d'ondes séparés de  $2a$  se traduit par l'apparition de franges dans la distribution d'impulsions avec un interfrange  $\delta p = \pi \hbar / a$ .

## Deuxième exemple (suite)

L'atome diffuse au sein du gaz en subissant des collisions. Comme dans le mouvement brownien, son impulsion diffuse. Chaque état d'impulsion bien définie acquiert au bout d'un temps  $\Delta t$  une dispersion d'impulsions  $\Delta p$  donnée par l'équation:

$$(\Delta p)^2 = 2 D \Delta t$$

où  $D$  est le coefficient de diffusion de l'impulsion.

Au bout d'un temps  $\Delta t$ , la distribution d'impulsion de l'atome partant de l'état décrit plus haut est donc le produit de convolution de la distribution d'impulsion de la figure précédente par une courbe de largeur  $\Delta p = (2D\Delta t)^{1/2}$ .

Quand  $\Delta t$  augmente, le contraste des franges de  $P(p)$  diminue et les franges finissent par disparaître. Il n'y a plus alors de cohérence entre les 2 paquets d'ondes et l'état de l'atome est devenu un mélange statistique de 2 paquets d'ondes.

## Temps de relaxation $T_R$ de la cohérence entre les 2 paquets d'ondes.

Ce temps est appelé maintenant temps de « décohérence » si la distance entre les 2 paquets est mésoscopique (voir cours de S. Haroche).

Les franges disparaissent quand l'élargissement dû à la diffusion d'impulsion est égal à l'interfrange des franges de  $P(p)$  caractérisant la cohérence entre les 2 paquets d'ondes.  $T_R$  est donc donné par l'équation:

$$\begin{aligned}(\Delta p)^2 &= 2DT_R = (\delta p)^2 = \pi^2 \hbar^2 / a^2 \\ \frac{1}{T_R} &= \frac{2D}{\pi^2 \hbar^2} a^2\end{aligned}$$

Il est intéressant maintenant de comparer le taux de décohérence  $1/T_R$  au taux d'amortissement de l'impulsion moyenne de l'atome donné par l'équation:

$$d \langle p \rangle / dt = -\gamma \langle p \rangle \quad \gamma : \text{coefficient de friction}$$

## Comparaison du taux de décohérence $1/T_R$ au taux d'amortissement $\gamma$ de l'impulsion moyenne

D'après le théorème fluctuation-dissipation,  $D$  et  $\gamma$  sont reliés (Einstein 1905):

$$D / \gamma = 3 m k_B T$$

On en déduit:

$$\frac{1}{T_R} = \frac{2D}{\pi^2 \hbar^2} a^2 = \gamma \frac{6 m k_B T}{\pi^2 \hbar^2} a^2 = \frac{3}{2\pi} \gamma \left( \frac{a}{\lambda_T} \right)^2$$

Le taux de décohérence est donc plus grand que le taux d'amortissement de l'impulsion moyenne par un facteur égal au carré du rapport entre la distance entre les 2 paquets d'ondes et la longueur d'onde de de Broglie thermique  $\lambda_T$ .

Comme  $\lambda_T$  est très petit (de l'ordre de  $10^{-11}$  m à  $T=300$ K), le taux de décohérence est beaucoup plus grand que  $\gamma$ , ce qui montre clairement la difficulté de conserver longtemps des superpositions d'états mésoscopiquement différents.

(voir aussi cours du Collège de France 1988-89)

25.11.03

## **Cours 9**

# **MANIPULATION DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE ATOMIQUE**

## Quelle particules atomiques?

Atome neutre, molécule, ion, électron.

## Comment contrôler le mouvement de ces particules?

Au moyen de forces agissant sur les particules

Force de Lorentz  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  sur des particules chargées

Gradients de champ magnétique ou électrique agissant sur des dipôles magnétiques ou électriques

Forces radiatives résultant de l'échange d'impulsion entre atomes et photons

## Que veut-on réaliser en utilisant ces forces?

1 – Confiner les particules dans une petite région de l'espace.

Piégeage

2 – Diminuer la dispersion d'impulsion et augmenter les longueurs de cohérence spatiale

Refroidissement

**Cours 9** : Les méthodes de manipulation.

**Cours suivants** : Les applications et les perspectives  
ouvertes par ces méthodes.

## Plan du cours 9

- Les forces radiatives
- Les pièges
  - Pièges pour particules chargées
  - Pièges pour atomes neutres utilisant des forces de gradient
  - Pièges utilisant la pression de radiation
- Le refroidissement laser par forces de friction
  - Refroidissement Doppler
  - Refroidissement Sisyphé
- Le refroidissement par états noirs
  - Cas des ions. Refroidissement sur des bandes latérales.
  - Cas des atomes neutres. Refroidissement subrecoil.

# **FORCES RADIATIVES**

# Les forces radiatives

## Calcul semi classique de ces forces (voir P.I. § V.C.2)

- Atome à 2 niveaux bien localisé dans l'onde laser et initialement immobile au point  $\mathbf{r}$ .

$$\xi = \hbar / \Delta p \ll \lambda_{\text{Laser}}$$

condition remplie si  $\Delta p \gg \hbar k$ , c-à-d encore si

$$k_B T = (\Delta p)^2 / 2m \gg k_B T_{\text{rec}} = \hbar^2 k^2 / 2m$$

- Les variables externes évoluent lentement pendant le temps caractéristique des variables internes

$$T_{\text{ext}} \simeq \hbar / E_{\text{rec}} \gg \Gamma^{-1} \quad \leftrightarrow \quad E_{\text{rec}} = \hbar^2 k^2 / 2m \ll \hbar \Gamma$$

Moyennant des approximations basées sur ces 2 conditions, on peut calculer analytiquement la vitesse de variation de l'impulsion moyenne du centre de masse de l'atome, c-à-d la force moyenne qui agit sur lui, en fonction des gradients de phase et d'amplitude du champ laser et de la solution stationnaire des équations de Bloch optiques de l'atome immobile au point  $\mathbf{r}$ .

## Résultats du calcul (voir P.I. § V.C.2)

La force moyenne apparaît comme la somme de 2 forces:

$$\vec{\mathcal{F}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{dissip}} + \vec{\mathcal{F}}_{\text{react}}$$

### Force dissipative $\vec{\mathcal{F}}_{\text{dissip}}$

$$\vec{\mathcal{F}}_{\text{dissip}} = -\hbar \Omega_1 v_{\text{st}} \vec{\nabla} \phi$$

$\phi$  : phase de l'onde laser au point  $\vec{r}$  où se trouve l'atome

$\Omega_1$  : fréquence de Rabi au point  $\vec{r}$

$v_{\text{st}} : (1/2i)(\sigma_{fe} - \sigma_{ef})_{\text{st}} \propto$  composante du dipôle atomique en quadrature avec le champ laser

Si le champ laser est une onde plane  $\vec{\mathcal{E}}_0 \cos(\omega_L t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ , on a

$\phi = -\vec{k} \cdot \vec{r}$  et donc  $\vec{\nabla} \phi = -\vec{k}$ . On obtient finalement:

$$\vec{\mathcal{F}}_{\text{dissip}} = \hbar \vec{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2 / 2}{(\omega_L - \omega_0)^2 + (\Gamma^2 / 4) + (\Omega_1^2 / 2)}$$

$\delta = \omega_L - \omega_0$  : désaccord entre la fréquence du laser  $\omega_L$  et la fréquence atomique  $\omega_A$

# Force réactive $\vec{\mathcal{F}}_{\text{réact}}$

$$\vec{\mathcal{F}}_{\text{réact}} = -\hbar u_{\text{st}} \vec{\nabla} \Omega_1$$

$\vec{\nabla} \Omega_1$  : gradient de fréquence de Rabi, proportionnel au gradient d'amplitude du champ laser au point  $\vec{r}$ .

$u_{\text{st}} : (1/2)(\sigma_{fe} + \sigma_{ef})_{\text{st}} \propto$  composante du dipôle atomique en phase avec le champ laser

$$\vec{\mathcal{F}}_{\text{réact}} = -\frac{\hbar(\omega_L - \omega_0)}{4} \frac{\vec{\nabla}(\Omega_1^2)}{(\omega_L - \omega_0)^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega_1^2/2)}$$

- Force n'existant que si l'onde laser est une superposition de plusieurs ondes planes (pour avoir un gradient d'amplitude  $\neq 0$ ).
- Force proportionnelle au gradient d'intensité laser.
  - attire l'atome vers les hautes intensités si  $\omega_L < \omega_0$ .
  - attire l'atome vers les basses intensités si  $\omega_L > \omega_0$ .
- Force variant avec le désaccord  $\omega_L - \omega_0$  comme une courbe de dispersion alors que la force dissipative varie comme une courbe d'absorption.

# Interprétation de la force dissipative

Quand un atome dans une onde laser plane absorbe un photon, il gagne l'impulsion  $\hbar \mathbf{k}$  du photon absorbé. Quand il retombe ensuite dans l'état fondamental par émission spontanée d'un photon, l'impulsion perdue est nulle en moyenne car le photon émis peut l'être dans toutes les directions avec des probabilités égales dans 2 directions opposées. L'impulsion moyenne gagnée par cycle absorption – émission spontanée est donc égale à  $\hbar \mathbf{k}$ .

Impulsion moyenne gagnée par seconde = impulsion moyenne gagnée par cycle  $\times$  nombre moyen de cycles par seconde = force moyenne agissant sur l'atome.

Nombre moyen de cycles par seconde = nombre moyen de photons émis par seconde = taux de fluorescence  $\Gamma$  à partir de  $e$   $\times$  population stationnaire de  $e$ . On en déduit:

$$\vec{\mathcal{F}}_{\text{dissip}} = \hbar \vec{k} \Gamma \sigma_{ee}^{st}$$

expression qui coïncide avec celle trouvée plus haut.

La valeur maximale de  $\vec{\mathcal{F}}_{\text{dissip}}$  est obtenue à haute intensité ( $\sigma_{ee}^{st} = 1/2$ )

$$\vec{\mathcal{F}}_{\text{dissip}}^{\text{max}} = \hbar \vec{k} \Gamma / 2$$

## Ordres de grandeur

Accélération (ou décélération) maximale  $a_{\max}$  pouvant être communiquée à l'atome:

$$a_{\max} = \mathcal{F}_{\text{dissip}}^{\max} / m = (\hbar k / m)(\Gamma / 2) = v_{\text{rec}} \times (\Gamma / 2)$$

À chaque cycle, la vitesse de l'atome change d'une quantité égale à la vitesse de recul, quantité très faible, de l'ordre de  $10^{-2}$  m/s dans le domaine optique, mais cet effet peut s'accumuler un nombre de fois  $\Gamma/2$  par seconde qui peut atteindre  $10^8/\text{s}$ , de sorte que

$$a_{\max} = v_{\text{rec}} \times (\Gamma / 2) \simeq 10^{-2} \text{ m/s} \times 10^8 / \text{s} = 10^6 \text{ m/s}^2 = 10^5 g$$

## Possibilité d'arrêter un jet atomique

Laser résonnant



Jet atomique

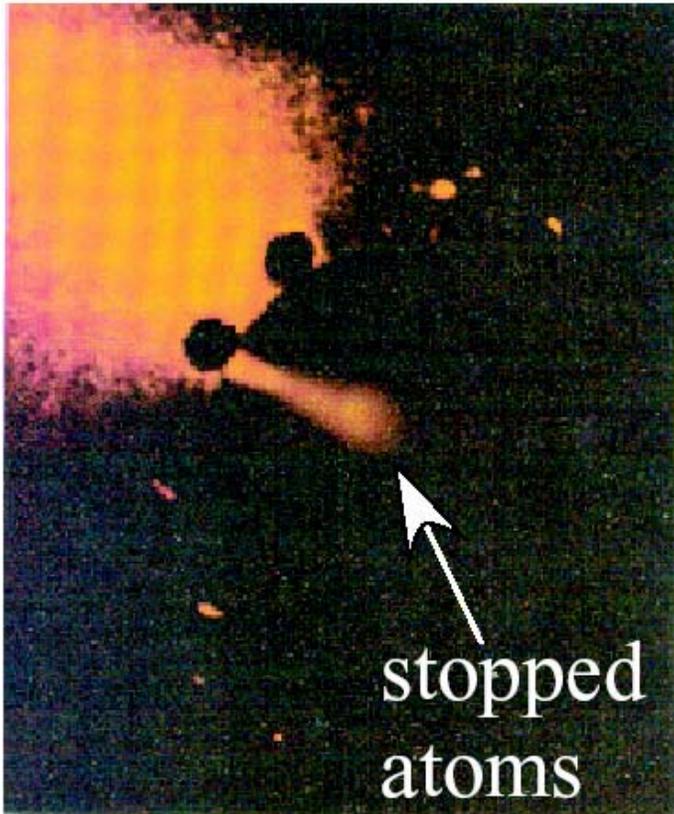
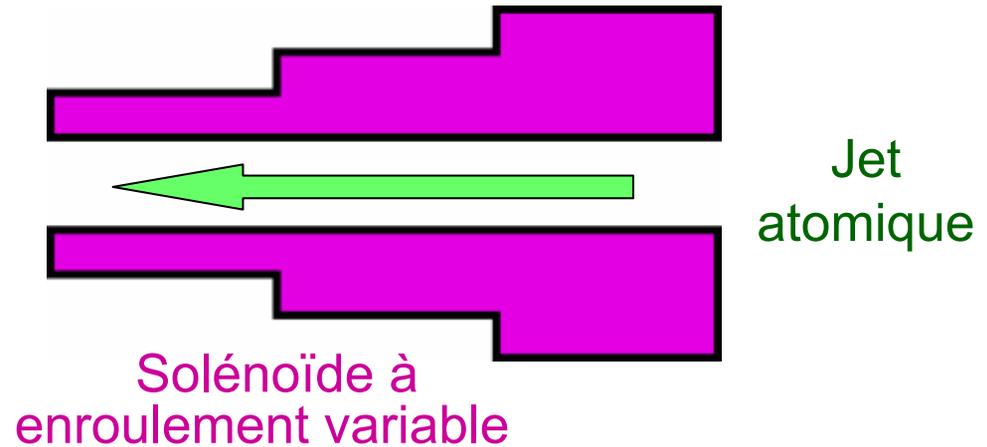


Vitesse initiale des atomes :  $v_0 \simeq 10^3 \text{ m/s}$

Temps d'arrêt :  $T = v_0 / a_{\max} \simeq 10^3 \text{ m/s} / 10^6 \text{ m/s}^2 = 10^{-3} \text{ s}$

Distance d'arrêt :  $L = (v_0)^2 / 2 a_{\max} = 0.5 \text{ m}$

# Ralentisseur Zeeman



Le désaccord Doppler dû à la décélération des atomes est compensé par un déplacement Zeeman dépendant de la position produit par un gradient de champ magnétique le long de la direction du laser.

Autre solution : balayage de la fréquence du laser.

J. Prodan, W. Phillips, H. Metcalf,  
Phys.Rev.Lett. 49, 1149 (1982)

## Interprétation de la force réactive

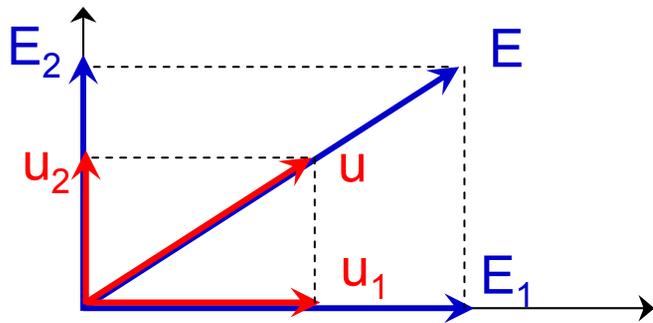
- N'implique aucun échange d'énergie avec le champ laser. La composante en phase du dipôle n'absorbe pas d'énergie.
- Des échanges d'impulsion peuvent néanmoins se produire. Le champ laser monochromatique peut être développé en ondes planes de même fréquence  $\omega$  et de vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$  différents. L'atome peut absorber un photon dans l'onde plane  $\omega, \mathbf{k}_i$  et le réémettre de manière stimulée dans l'onde plane  $\omega, \mathbf{k}_j$ . L'énergie du champ n'a pas changé puisque le photon absorbé est remplacé par un photon émis de manière stimulée de même énergie. Par contre, l'impulsion du champ a diminué de  $\hbar(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)$ . L'atome a donc gagné au cours de ce cycle une impulsion  $\hbar(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)$ .

### Processus de redistribution

- On peut se demander alors pourquoi la redistribution a lieu dans un sens déterminé :  $\mathbf{k}_i \rightarrow \mathbf{k}_j$  et non  $\mathbf{k}_j \rightarrow \mathbf{k}_i$ .

## Caractère cohérent de la force réactive

Cas simple de 2 ondes planes  $\mathbf{k}$  et  $-\mathbf{k}$  se propageant dans des directions opposées le long d'un axe  $z$  et de même polarisation. On se place en un point  $z$  où les champs  $E_1$  et  $E_2$  des 2 ondes sont en quadrature (point où le gradient d'intensité est maximal).



Représentation dans le plan complexe des champs  $E_1$ ,  $E_2$  et de leur résultante  $E$ .

La composante  $u$  du dipôle en phase avec  $E$  n'absorbe pas d'énergie sur  $E$ . Soient  $u_1$  et  $u_2$  ses composantes en phase avec  $E_1$  et  $E_2$ .

$E_2$  n'échange pas d'énergie avec  $u_2$  qui est en phase avec lui.

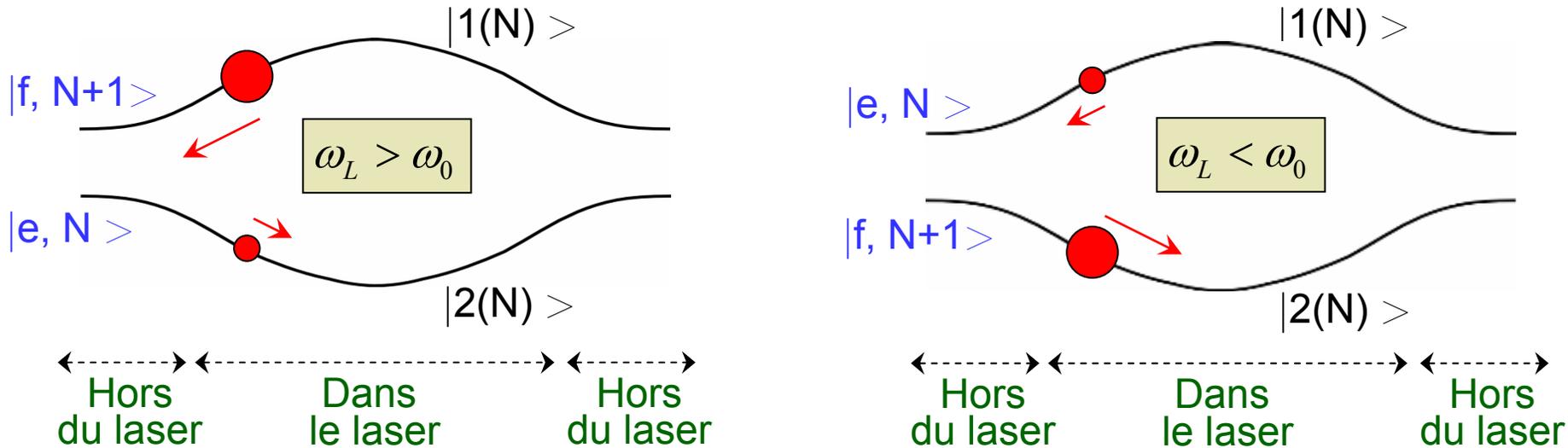
Par contre, la composante  $u_2$  est en quadrature avancée sur  $E_1$ . Elle absorbe donc sur  $E_1$  une énergie proportionnelle à  $E_1 u_2$ .

De même, la composante  $u_1$ , qui est en phase avec  $E_1$ , n'échange pas d'énergie avec  $E_1$ . Elle est par contre en quadrature retardée sur  $E_2$  et émet donc dans ce champ une énergie proportionnelle à  $E_2 u_1$ .

Comme  $E_1 u_2 = E_2 u_1$ , l'énergie totale ne change pas, mais le sens de la redistribution est déterminé par la phase relative de  $E_1$  et  $E_2$ .

# Interprétation de $\vec{F}_{\text{react}}$ en termes d'atome habillé

J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J.O.S.A. B2, 1707 (1985)



Les états habillés  $|1(N)\rangle$  et  $|2(N)\rangle$  résultant du couplage  $\hat{V}_{AL}$  se repoussent à l'intérieur du laser. Ils se raccordent à l'extérieur du laser aux états non perturbés  $|f, N+1\rangle$  et  $|e, N\rangle$  dont ils sont issus.

Sur chaque niveau habillé, l'atome habillé est soumis à une force de gradient qui n'a pas le même signe sur les niveaux  $1(N)$  et  $2(N)$ . Le signe de la force moyenne est déterminé par le niveau le plus peuplé, qui se raccorde donc à l'état  $f, N+1$  en dehors du laser.

Au cours de la cascade radiative, l'atome passe d'un niveau habillé à l'autre, ce qui explique les fluctuations de la force instantanée.

# **PIÉGEAGE DES PARTICULES ATOMIQUES**

# Piégeage des particules chargées

Un potentiel électrostatique  $V$  ne peut avoir de minimum car il obéit à l'équation de Laplace  $\Delta V=0$  en dehors des charges. Considérons par exemple le potentiel quadripolaire:

$$V_Q = C(2z^2 - x^2 - y^2) \quad C: \text{constante positive}$$

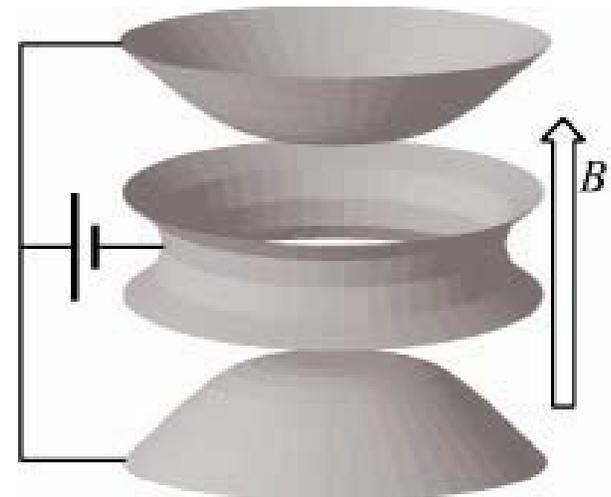
Il est piégeant le long de l'axe  $z$  pour une particule de charge positive, mais expulsant dans le plan  $xy$ . Ses surfaces équipotentielles sont de nappes d'hyperboloïdes.

## Piège de Penning

Le mouvement cyclotron de la charge dans un champ magnétique parallèle à l'axe  $z$  stabilise le mouvement sur  $xy$ .

Solutions explicites des équations du mouvement aussi bien classiques que quantiques.

Voir par exemple le cours  
au Collège de France 1984-85



# Piège de Paul

Une autre solution pour stabiliser le mouvement dans le plan xy, sans utiliser de champ magnétique auxiliaire, consiste à appliquer un voltage alternatif de fréquence  $\Omega$  entre l'électrode anneau et les électrodes coupelles de la figure précédente.

Les atomes sont alors soumis à un champ électrique oscillant

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) \cos \Omega t$$

dont l'amplitude  $\mathcal{E}(\mathbf{r})$  croît linéairement avec la distance à l'origine. Ils effectuent un mouvement de vibration à la fréquence  $\Omega$ , avec une énergie cinétique dont la moyenne sur une période de vibration vaut:

$$U(\vec{r}) = \frac{q^2 \vec{\mathcal{E}}^2(\vec{r})}{4 m \Omega^2}$$

croissant quadratiquement avec la distance à l'origine.

Cette énergie  $U(\mathbf{r})$  joue le rôle d'un potentiel harmonique de piégeage pour la particule qui effectue ainsi, en plus du « micromouvement » à la fréquence  $\Omega$ , un mouvement plus lent dans le potentiel  $U(\mathbf{r})$ .

Pour un étude plus précise, voir le cours au Collège de France 1985-86

# Pièges magnétiques pour atomes neutres

Utilisent l'énergie d'interaction  $W(\vec{r}) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r})$  entre le moment magnétique d'un atome et un champ magnétique statique inhomogène  $\vec{B}(\vec{r})$ , donnant naissance à une force  $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} W(\vec{r})$ .

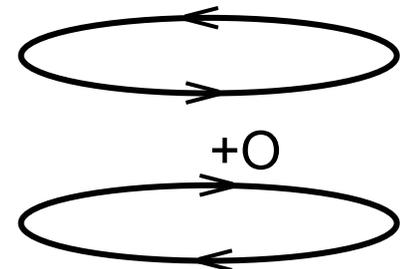
On suppose que les variations de direction du champ « vu » par l'atome en mouvement sont suffisamment lentes devant la fréquence de Larmor pour que la projection de  $\vec{\mu}$  sur  $\vec{B}(\vec{r})$  reste constante.

Les équations de Maxwell impliquent que le module d'un champ magnétique statique ne peut être maximum en un point de l'espace. Par contre, il peut avoir un minimum. Les pièges magnétiques ne peuvent donc piéger que des atomes ayant leur moment magnétique antiparallèle à  $\mathbf{B}$  au voisinage d'un minimum de  $|\mathbf{B}|$ .

## Pièges quadrupolaires

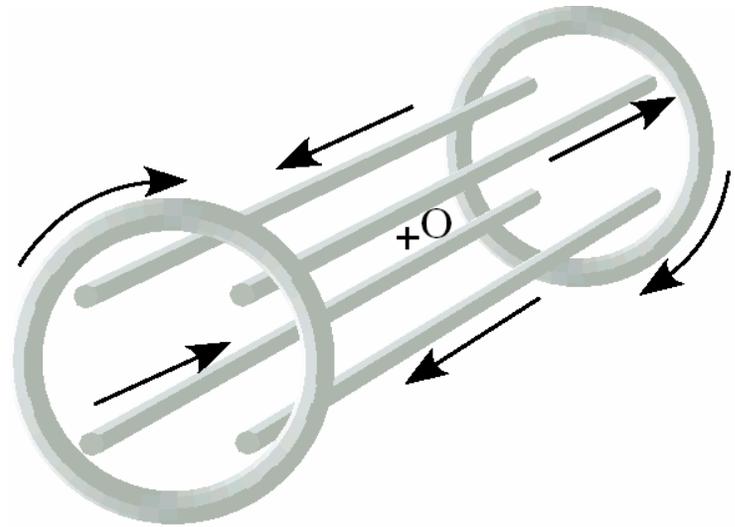
2 bobines parcourues par des courants de sens opposés. Le champ est nul et a donc un module minimum au centre de symétrie O.

Inconvénient; l'approximation adiabatique n'est pas valable pour un atome passant près de O.



## Pièges de Ioffé-Pritchard

4 conducteurs linéaires parcourus par des courants de sens opposés comme indiqué sur la figure créent un champ quadrupolaire dans le plan perpendiculaire aux fils, qui attire les atomes vers l'axe de symétrie.



2 bobines circulaires parcourues par des courants de même sens et écartées d'une distance supérieure à celle correspondant à la position de Helmholtz créent un champ ayant un minimum au point O, qui confine le mouvement des atomes le long de la direction des fils.

L'avantage d'une telle configuration est que le champ n'est jamais nul ce qui permet aux spins en mouvement de suivre adiabatiquement les variations de direction du champ.

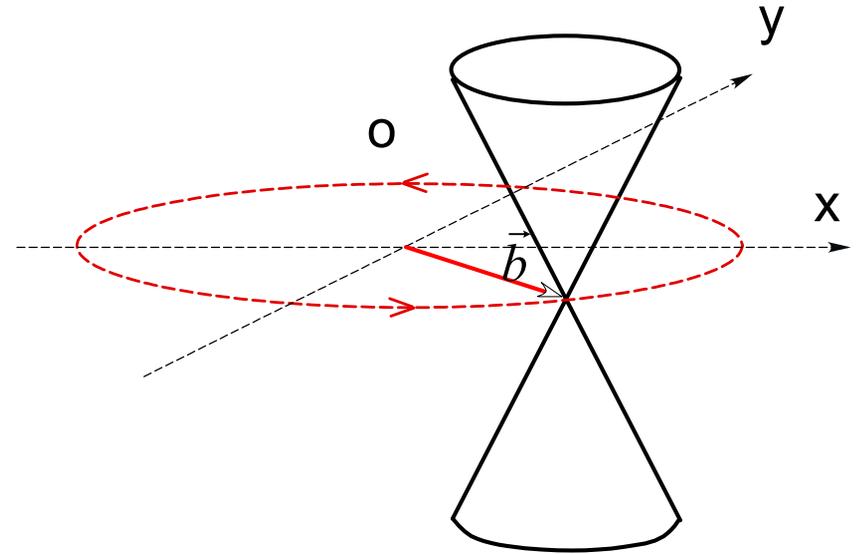
D'autres configurations de bobines peuvent créer des champs ayant les mêmes propriétés que celles décrites ici.

Pour plus de détails, voir le cours au Collège de France 1996-97

# Piège TOP (« Time Orbiting Potential »)

L'idée est d'éliminer le zéro de champ au centre du piège quadrupolaire qui est une cause de pertes d'atomes.

On déplace pour cela le centre du piège quadrupolaire dans le plan  $xy$  (perpendiculaire à l'axe de symétrie du piège) en ajoutant un champ magnétique  $\vec{b}$  dans le plan  $xy$  et en faisant tourner ce champ à une fréquence  $\Omega$  suffisamment rapide.



**Le potentiel effectif moyenné sur une période  $2\pi/\Omega$  n'a plus de zéro.**

W. Petrich, M. Anderson, J. Enscher, E. Cornell,  
Phys. Rev. Lett. 75, 3352 (1995)

C'est dans un piège TOP qu'a été réalisée la première observation de la condensation de Bose-Einstein sur un gaz de  $\text{Rb}^{87}$  en 1995.

Remarque – Une autre méthode qui a été utilisée pour éliminer la perte d'atomes au zéro d'un piège quadrupolaire consiste à les empêcher d'arriver en ce point avec un potentiel répulsif produit par un faisceau laser désaccordé vers le bleu (équipe de W. Ketterle à MIT).

# Pièges électriques pour atomes neutres

Utilisent l'énergie d'interaction  $W(\vec{r}) = -\vec{D} \cdot \vec{E}(\vec{r})$  entre le dipôle électrique  $\vec{D}$  du système et un champ électrique inhomogène  $\vec{E}(\vec{r})$ .

## Molécules avec un moment dipolaire électrique permanent

Molécules hétéro polaires (CO, NH<sub>3</sub>, H<sub>2</sub>O)

Forces analogues aux forces magnétiques responsables de l'effet Stern-Gerlach, et largement utilisées dans les expériences de jets moléculaires pour préparer des états bien définis.

Une application récente: décélération d'un jet de molécules.  
(groupe de G. Meijer en Hollande : P.R. [A65](#), 053416, 2002, P.R.L. [88](#), 13303, 2002).

## Atomes

N'ont pas de moment dipolaire électrique permanent. Il faut alors considérer le moment induit et la polarisabilité dynamique  $\chi(\omega)$  à la fréquence du champ électrique.

Au voisinage d'une résonance, ces forces associées au dipôle induit ne sont autres que les forces radiatives étudiées plus haut.

# Pièges utilisant les forces radiatives

## Pièges utilisant les forces réactives (ou dipolaires)

Les forces réactives dérivent d'un potentiel

$$\vec{\mathcal{F}}_{\text{react}} = -\vec{\nabla}U \quad U = \frac{\hbar(\omega_L - \omega_0)}{2} \text{Log} \left[ 1 + \frac{\Omega_1^2 / 2}{(\omega_L - \omega_0)^2 + (\Gamma^2 / 4)} \right]$$

Pour un désaccord rouge ( $\omega_L < \omega_0$ ),  $U$  est un puits de potentiel dans lequel peuvent être piégés des atomes. Pour éviter les processus d'émission spontanée, qui diminuent la cohérence spatiale des atomes, on se place loin de résonance:

$$|\omega_L - \omega_0| \gg \Omega_1, \Gamma \quad \Rightarrow \quad U = \Omega_1^2 / 4 (\omega_L - \omega_0)$$

La fréquence  $U/\hbar$  associée à  $U$  est alors très grande devant le taux d'émission spontanée  $\Gamma'$

$$|U/\hbar| \ll \Gamma' = \Gamma \Omega_1^2 / 4 (\omega_L - \omega_0)^2$$

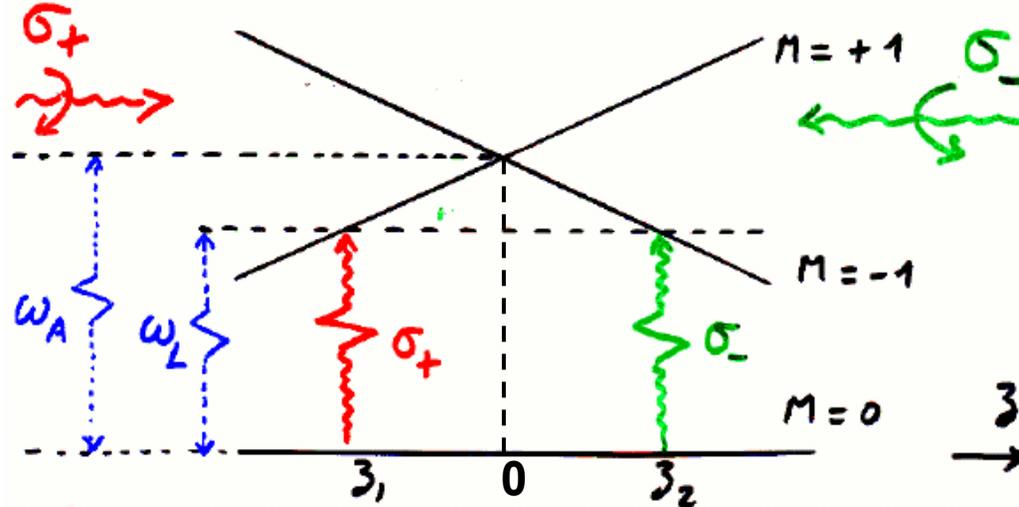
Les divers dispositifs de piégeage utilisant les forces réactives ont été décrits au cours 4 et interprétés en termes de déplacements lumineux inhomogènes spatialement.

# Pièges utilisant les forces dissipatives

Transition atomique  $J_f=0 \leftrightarrow J_e=1$

Gradient de champ magnétique le long de l'axe z donnant naissance à des variations linéaires des énergies des sous niveaux  $M=\pm 1$

2 faisceaux laser  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  se propageant dans des directions opposées le long de l'axe z avec  $\omega_L < \omega_A$



J. Dalibard, 1986

Le laser  $\sigma_+$  est résonnant en  $z=z_1$  Le laser  $\sigma_-$  est résonnant en  $z=z_2$

Déséquilibre dépendant de la position entre 2 forces de pression de radiation opposées  $\rightarrow$  force de rappel vers 0.

Piège magnéto-optique (MOT)

# Avantages du MOT

Fonctionne également à 3 dimensions

E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. Pritchard  
Phys. Rev. Lett. 59, 2631 (1987)

Fonctionne pour des atomes en cellule

C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, C. Wieman  
Phys. Rev. Lett. 65, 1571 (1990)

Fonctionne pour des transitions atomiques plus compliquées, avec des structures hyperfines (alcalins)

Volumes de piégeage plus grands que ceux des pièges laser

Combinent piégeage et refroidissement Doppler

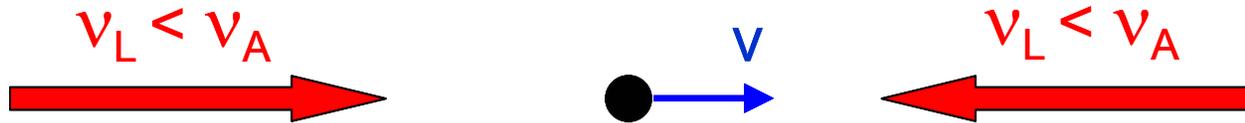
**Un outil de base pour la physique des atomes froids**

# **LE REFROIDISSEMENT LASER**

# Refroidissement laser Doppler

Hänsch, Schawlow, Wineland, Dehmelt (1975)

2 ondes laser se propageant dans des directions opposées, de même intensité faible, de même fréquence  $\nu_L$  inférieure à la fréquence atomique  $\nu_A$



## Atome au repos ( $v=0$ )

Les 2 forces de pression de radiation se compensent

## Atome en mouvement de vitesse $v$

A cause de l'effet Doppler, l'onde laser se propageant en sens opposé de  $v$  se rapproche de résonance et exerce une force plus grande que l'onde se propageant dans le même sens, qui s'éloigne de résonance

Force de friction globale non nulle  $F = -\alpha v$  avec  $\alpha > 0$

« Mélasse optique »

S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable, A. Ashkin, P.R.L. 55, 48 (1985)

# Atome dans une onde laser stationnaire

A. Kazantsev, J. Gordon, A. Ashkin

Le calcul semi classique de la force moyenne subie par l'atome montre que les effets des 2 ondes se propageant dans des sens opposés ne peuvent être ajoutés indépendamment qu'à basse intensité. En fait, c'est la moyenne spatiale de la force sur une longueur d'onde  $2\pi/k$  qui apparaît dans ce cas comme la somme de 2 forces de pression de radiation opposées.

À forte intensité, des effets d'interférence apparaissent entre les 2 ondes et on trouve que, pour un désaccord rouge ( $\omega_L < \omega_0$ ), la force au voisinage de  $v=0$  devient une force «d'antifriction»:

Forte intensité,  $\omega_L < \omega_0 \Rightarrow \vec{\mathcal{F}} = \alpha \vec{v}$  avec  $\alpha > 0$

Par contre, pour un désaccord bleu ( $\omega_L > \omega_0$ ), on retrouve une force de friction.

Interprétation simple en termes d'atome habillé

# Niveaux habillés d'un atome à 2 niveaux dans une onde stationnaire intense avec $\omega_L > \omega_A$

- Niveaux non perturbés  $f, N+1$  et  $e, N$  avec  $f, N+1$  au dessus de  $e, N$  car  $\omega_L > \omega_A$ .

- Fréquence de Rabi :  $\Omega_1 \sin kz$ .

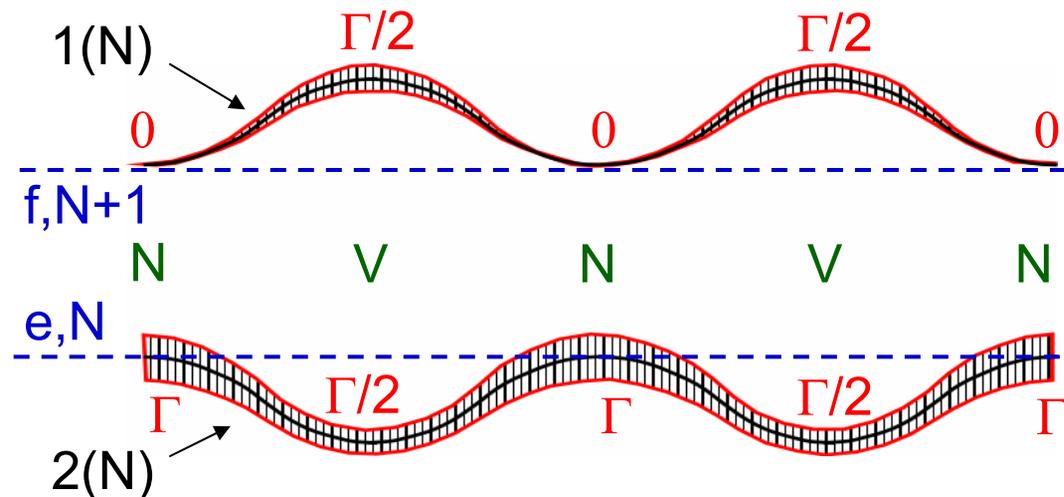
Noeuds N en  $z=0, \lambda/2, \lambda, \dots$     Ventres V en  $z=\lambda/4, 3\lambda/4, \dots$

- Écart entre les niveaux habillés 1(N) et 2(N)

$$\hbar\Omega(z) = \hbar \left[ (\omega_L - \omega_0)^2 + \Omega_1^2 \sin^2 kz \right]^{1/2}$$

Maximum aux ventres V, minimum aux noeuds N.

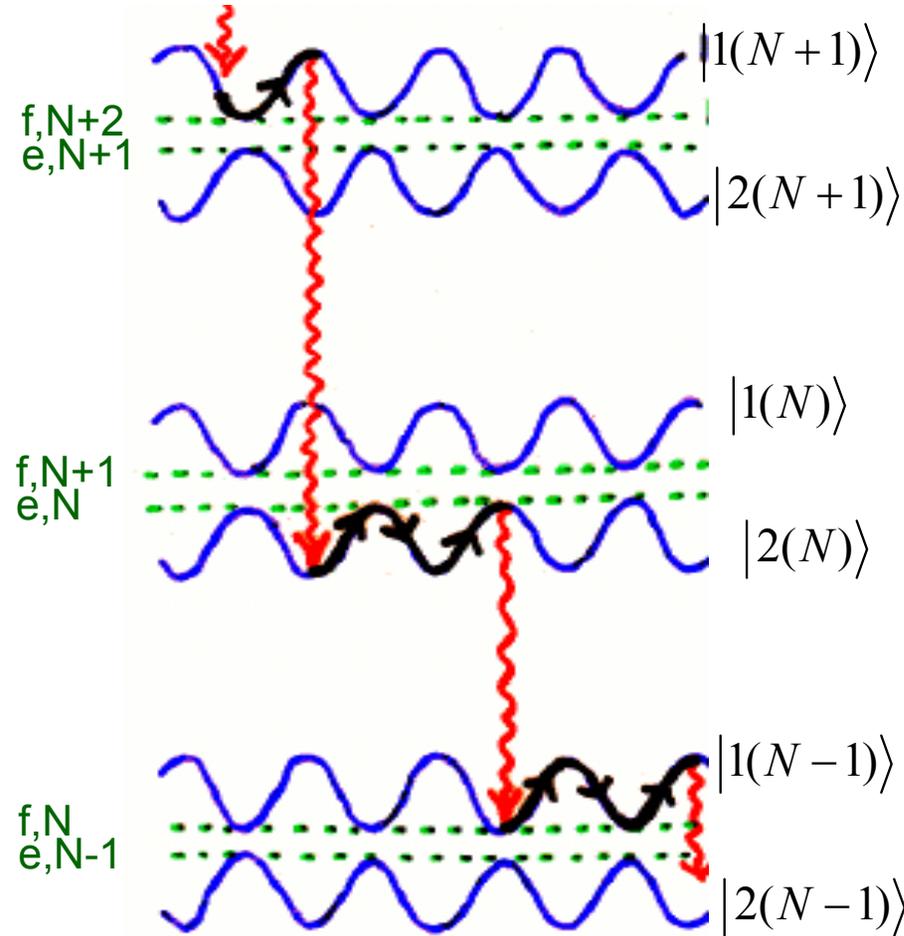
- Largeur radiative des niveaux habillés 1(N) et 2(N)



- À un noeud  
 $1(N)=f, N+1$      $2(N)=e, N$   
 $\Gamma_1=0, \Gamma_2=\Gamma$
- À un ventre, si  $\Omega_1 \gg \Gamma$ ,  $\omega_L - \omega_0$ ,  
 $1(N)$  et  $2(N)$  sont également contaminés par l'état  $e, N$   
 $\Gamma_1 \simeq \Gamma_2 \simeq \Gamma/2$

# Effet Sisyphe haute intensité

Quel que soit le niveau habillé dans lequel il se trouve, l'atome a une probabilité de quitter ce niveau par émission spontanée qui est maximale au sommet d'une colline de potentiel.



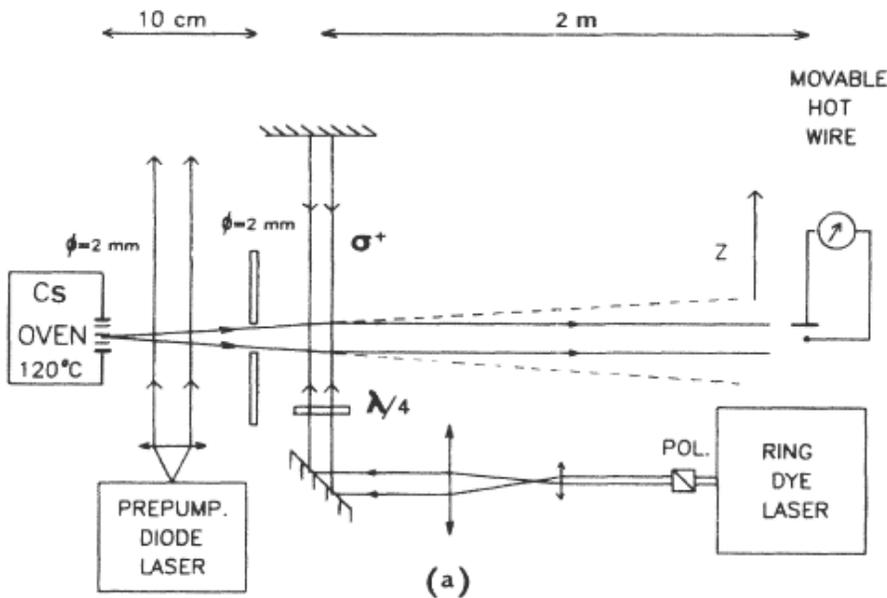
Un atome en mouvement gravit donc en moyenne plus de collines de potentiel qu'il n'en descend. Son énergie cinétique diminue et le gain d'énergie potentielle est dissipé par les photons émis qui ont une énergie plus grande que les photons laser qui disparaissent.

Réalisation atomique du mythe de Sisyphus.

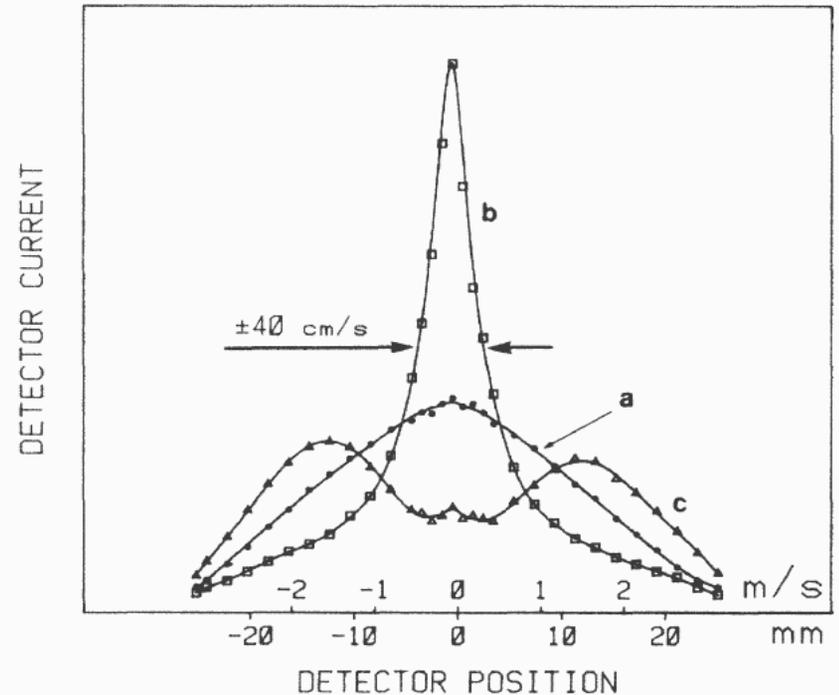
J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji,  
J.O.S.A. B2, 1707 (1985)

# Observation expérimentale

A. Aspect, J. Dalibard, A. Heidmann, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji,  
 Phys. Rev. Lett. 57, 1688 (1986)



Montage expérimental



- Pas de laser
- Avec laser  $(\omega_L - \omega_0)/2\pi = +30$  MHz
- △ Avec laser  $(\omega_L - \omega_0)/2\pi = -30$  MHz

# Limite Doppler

La force de friction du refroidissement Doppler est accompagnée d'une diffusion d'impulsion due aux photons de fluorescence qui sont émis dans des directions aléatoires et à des instants aléatoires. Chaque processus d'émission communique à l'atome une impulsion de recul aléatoire  $\hbar\mathbf{k}$ , de sorte que le mouvement de l'atome dans l'espace des impulsions est une marche au hasard.

Comme dans la théorie du mouvement Brownien, on peut montrer que la compétition entre le refroidissement laser caractérisé par le coefficient de friction  $\alpha$ , et la diffusion d'impulsion caractérisée par un coefficient de diffusion  $D$ , fait tendre vers une température d'équilibre proportionnelle à  $D/\alpha$ .

Le résultat de cette analyse est que la température atteinte est supérieure ou égale à une limite  $T_D$ , appelée limite Doppler, atteinte quand  $\omega_L - \omega_0 = -\Gamma/2$  et donnée par:

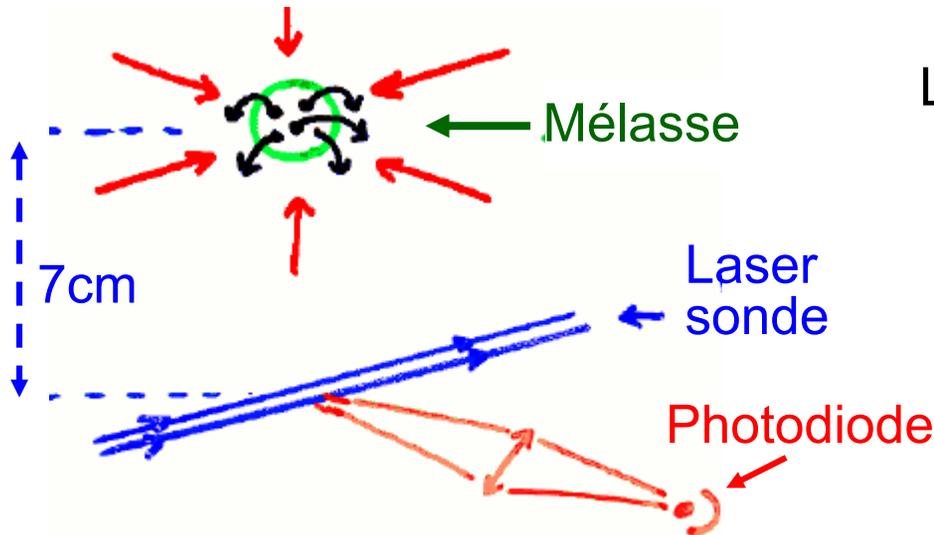
$$k_B T_D = \hbar\Gamma/2$$

$$T_D = 240 \mu K \text{ pour Na, } 125 \mu K \text{ pour Cs}$$

(Voir cours au Collège de France 1983-84)

# Mesure de la température

## Méthode de temps de vol



Le signal de temps de vol dépend de

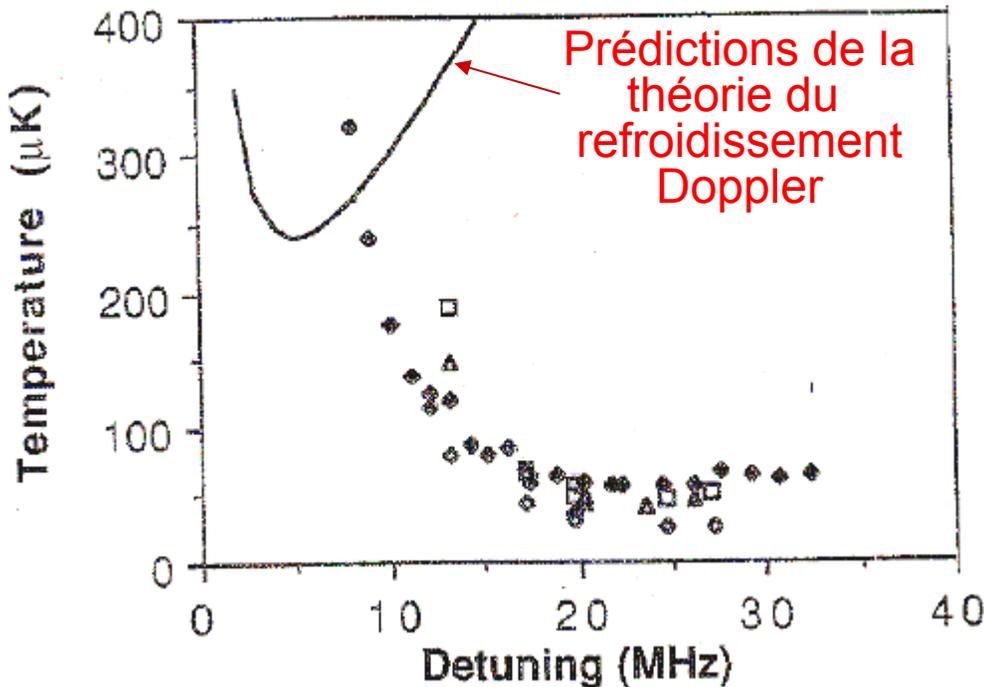
- l'accélération due à la gravité.
- la distribution initiale de position déduite d'une photo de la mélasse.
- la distribution initiale de vitesses, déterminée par la température à mesurer.

## Résultats expérimentaux

Ils sont en désaccord avec les prédictions de la théorie du refroidissement laser. Les températures mesurées sont environ 100 fois plus basses que les températures les plus basses prédites par une telle théorie.

P. Lett, R. Watt, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, H. Metcalf  
Phys. Rev. Lett. 61, 169 (1988)

## Exemple de résultats expérimentaux



- Les températures mesurées sont beaucoup plus basses que prévu.
- La température décroît quand le désaccord croît et ne passe pas par un minimum

## Explication de ce refroidissement « sub-Doppler »

- J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J.O.S.A. B6, 2023 (1989)  
**Effet Sisyphes basse intensité**
- P. Ungaar, D. Weiss, E. Riis, S. Chu, J.O.S.A. B6, 2058 (1989)

# Refroidissement Sisyphe basse intensité

Plusieurs sous-niveaux fondamentaux



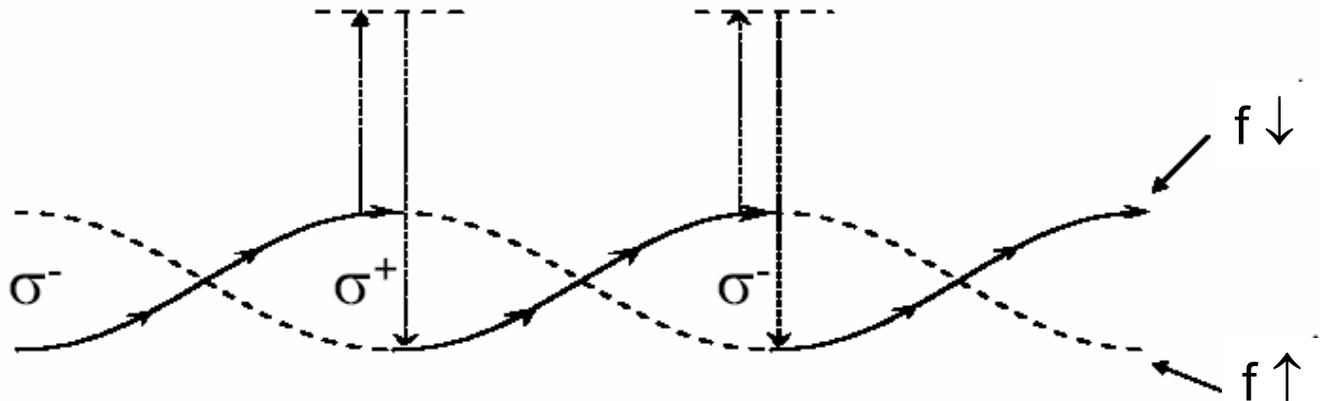
Spin vers le haut



Spin vers le bas

Dans une onde laser stationnaire, l'intensité et la polarisation de la lumière sont modulées spatialement

- Les déplacements lumineux de  $f \uparrow$  et  $f \downarrow$  sont eux aussi modulés
- Les taux de pompage optique  $f \uparrow \rightleftharpoons f \downarrow$  sont eux aussi modulés



L'atome en mouvement gravit toujours des collines (comme Sisyphe)!

Mécanisme de refroidissement très efficace conduisant au  $\mu\text{K}$

# Température d'équilibre $T_S$ du refroidissement Sisyphe

Après chaque cycle Sisyphe, l'énergie totale de l'atome diminue d'une quantité de l'ordre de la profondeur  $U_0$  des puits de potentiel, c'est-à-dire de l'ordre du déplacement lumineux. Les cycles se répètent jusqu'à ce que l'énergie totale soit de l'ordre de  $U_0$ , auquel cas l'énergie de l'atome n'est plus suffisante pour lui permettre de gravir les collines de potentiel. Il reste alors piégé au fonds des puits avec une température  $T_S$  telle que:

$$k_B T_S = U_0$$

Pour un désaccord  $\omega_L - \omega_0$  assez grand, nous avons vu dans le cours 3 que les déplacements lumineux sont proportionnels au carré de la fréquence de Rabi  $\Omega_1$  et inversement proportionnels au désaccord.

On a donc:

$$T_S \propto \Omega_1^2 / |\omega_L - \omega_0|$$

Confirmation expérimentale de cette prédiction:

C. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clairon, S. Guelatti  
Europhys. Lett. 12, 683 (1990)

# Limites du refroidissement Sisyphé

À basse intensité, le déplacement lumineux est beaucoup plus petit que  $\hbar\Gamma$ . C'est la raison pour laquelle les températures Sisyphé sont beaucoup plus basses que les températures Doppler.

On ne peut cependant réduire indéfiniment l'intensité lumineuse. La diminution d'énergie par cycle due à l'effet Sisyphé doit en effet rester supérieure au gain d'énergie cinétique du recul communiqué à l'atome par le photon émis spontanément, gain de l'ordre de l'énergie de recul:

$$E_{\text{rec}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = k_B T_{\text{rec}}$$

Les températures pouvant être obtenues par le refroidissement Sisyphé restent donc toujours supérieures à quelques  $E_{\text{rec}}/k_B$ .

Pour les conditions optimales du refroidissement Sisyphé, les atomes sont si froids qu'ils sont piégés dans les niveaux de vibration les plus bas des puits de potentiel, plus précisément dans les bandes d'énergie les plus basses du potentiel lumineux périodique.

Y. Castin, J. Dalibard, *Europhys. Lett.* 14, 761 (1991)

## Refroidissement subrecul

Dans les schémas usuels de refroidissement laser, basés sur une force de friction, les cycles de fluorescence ne s'arrêtent jamais. Il est dans ce cas impossible d'éviter le recul aléatoire communiqué à l'atome par les photons émis spontanément et de réduire la dispersion d'impulsion  $\Delta p$  des atomes à une valeur inférieure à l'impulsion  $\hbar k$  des photons émis.

La condition  $\Delta p = \hbar k$  définit la limite de recul, la température effective de recul  $T_{\text{rec}}$  étant égale, par définition à:

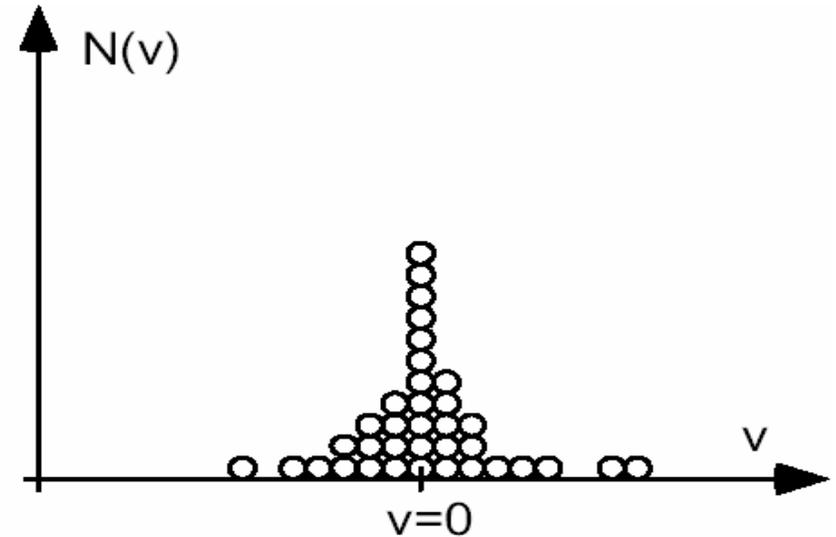
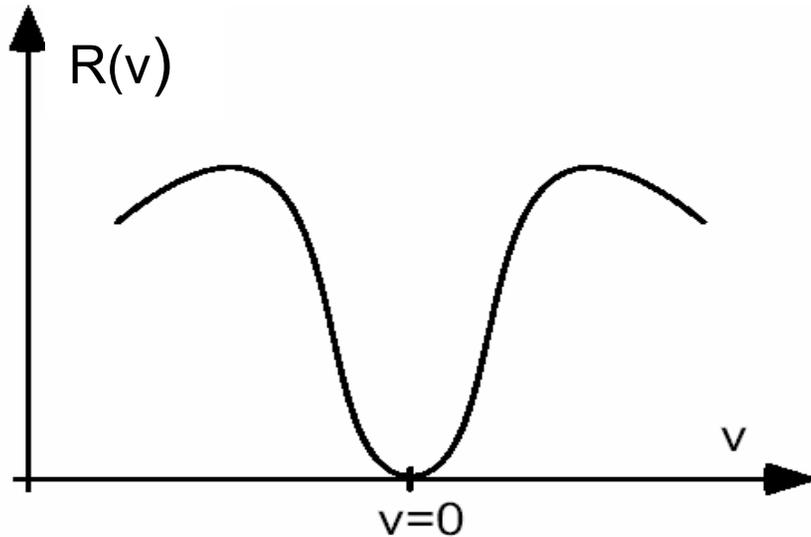
$$k_B T_{\text{rec}} / 2 = E_{\text{rec}} = \hbar^2 k^2 / 2m$$

$T_{\text{rec}}$  varie de quelques centaines de nK pour les alcalin à quelques  $\mu\text{K}$  pour l'hélium métastable excité sur la transition  $2^3\text{S}_1 - 2^3\text{P}$ .

Il est possible en fait de refroidir des atomes au dessous de  $T_{\text{rec}}$  en utilisant, non plus uniquement une force de friction, mais un piège dans l'espace des vitesses centré autour de  $v=0$ , dans lequel les atomes viennent s'accumuler au cours de leur marche au hasard.

Une fois tombés dans ce piège, les atomes ne peuvent plus effectuer des cycles de fluorescence et subir des reculs aléatoires.

# Principe du refroidissement subrecul



- On réalise une situation où le taux de fluorescence  $R$  dépend de la vitesse et s'annule en  $v=0$ . Les atomes de vitesse nulle (ou très proche de 0) n'absorbent plus de photons et sont protégés des « mauvais effets » de la lumière (reculs aléatoires).
- Les atomes de vitesse non nulle effectuent des cycles de fluorescence. Le changement de vitesse associé aux reculs aléatoires qu'ils subissent peut les faire tomber dans la région très proche de  $v=0$  dans laquelle ils demeurent piégés et s'accumulent.
- Plus long est le temps d'interaction  $\Theta$ , plus étroit l'intervalle  $\Delta v$  dans lequel les atomes peuvent rester piégés pendant ce temps.

## Comment réaliser un taux de fluorescence $R(v)$ s'annulant en $v=0$ ?

2 méthodes ont été proposées et démontrées

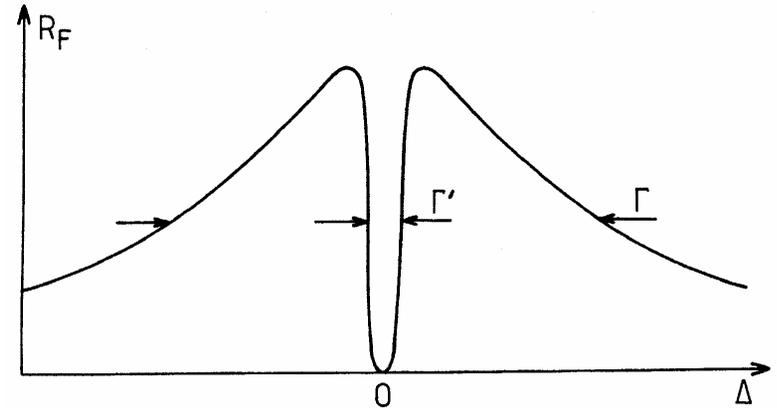
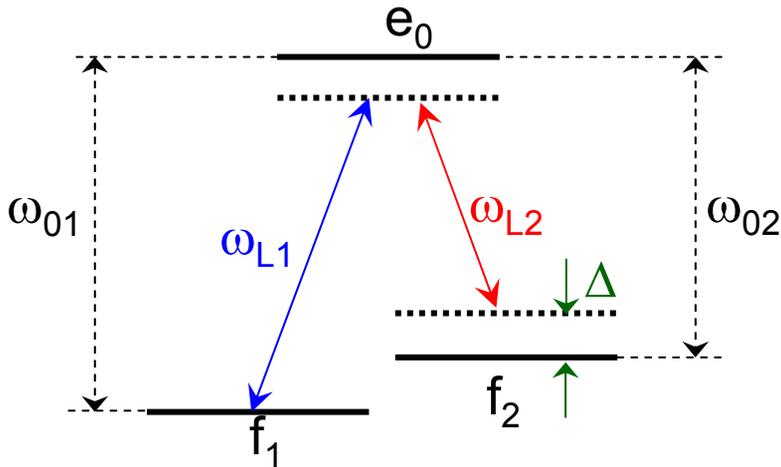
- Résonances noires sélectives en vitesse  
« Velocity Selective Coherent Population Trapping » (VSCPT)

A. Aspect, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, E. Arimondo, C. Cohen-Tannoudji  
Phys. Rev. Lett. 61, 826 (1988)  
J.O.S.A. B6, 2112 (1989)

- Séquences alternées de transitions Raman stimulées  
sélectives en vitesse et de pompage optique

M. Kasevich, S. Chu,  
Phys. Rev. Lett. 69, 1741 (1992)

# Résonances noires sélectives en vitesse

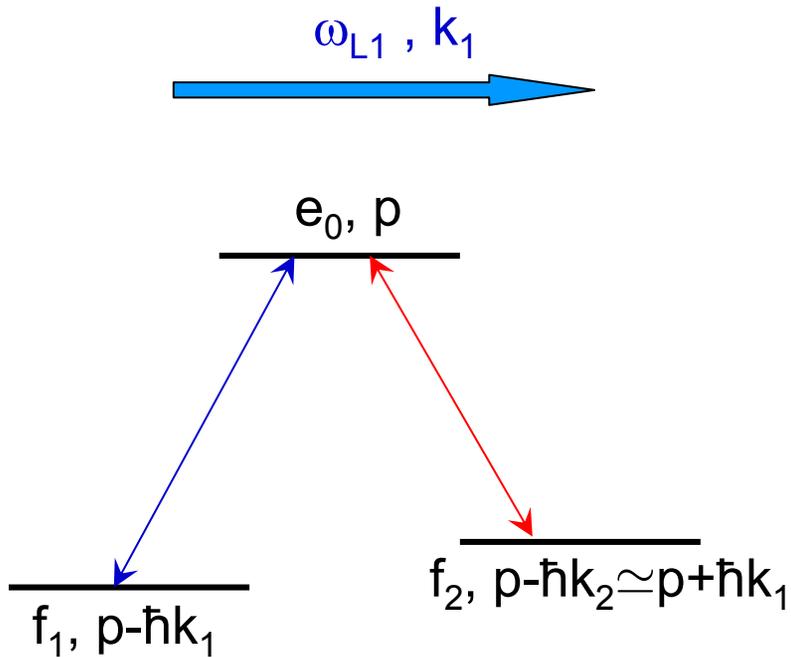


Les résonances noires (étudiées au cours 7) donnent des variations du taux de fluorescence  $R_F$  analogues à celles recherchées ici, à part que ces variations apparaissent en fonction du désaccord  $\Delta$  à la résonance Raman et non en fonction de la vitesse  $v$  de l'atome.

L'idée consiste à utiliser l'effet Doppler pour rendre  $\Delta$  proportionnel à  $v$ . Par exemple, si les 2 faisceaux laser  $\omega_{L1}$  et  $\omega_{L2}$  se propagent en sens opposés, les effets Doppler pour ces 2 ondes sont opposés. Si  $\omega_{L1} - \omega_{L2}$  est réglé pour être égal à  $\omega_{01} - \omega_{02}$  pour  $v=0$ , alors pour  $v \neq 0$

$$\omega_{L1} + k_1 v - (\omega_{L2} + k_2 v) = \underbrace{\omega_{L1} - \omega_{L2}}_{=\omega_{01} - \omega_{02}} + (k_1 - k_2) v \Rightarrow \Delta = (k_1 - k_2) v$$

# Caractère intriqué de l'état noir



Pour interférer destructivement, les 2 amplitudes d'absorption à partir de l'état noir doivent aboutir au même état excité  $e_{0,p}$  (atome dans  $e_0$  avec une impulsion  $p$  le long de l'axe  $z$ ).

La conservation de l'impulsion entraîne alors que les 2 amplitudes d'absorption doivent partir de  $f_1, p - \hbar k_1$  et  $f_2, p - \hbar k_2$ .

Si la condition de résonance Raman est remplie pour  $p=0$ , et si  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont les fréquences de Rabi des 2 transitions, l'état noir s'écrit:

$$\begin{aligned}
 |\psi_{NC}(p=0)\rangle &= (\Omega_2 / \Omega) |f_1, -\hbar k_1\rangle - (\Omega_1 / \Omega) |f_2, -\hbar k_2\rangle \\
 &\simeq (\Omega_2 / \Omega) |f_1, -\hbar k_1\rangle - (\Omega_1 / \Omega) |f_2, +\hbar k_1\rangle \quad \text{avec } \Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}
 \end{aligned}$$

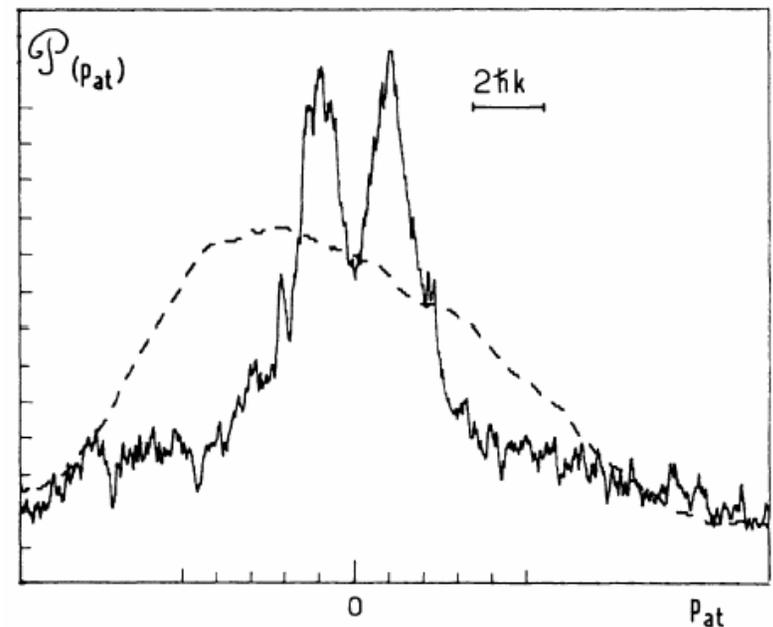
L'état noir est donc une superposition de 2 états différant non seulement par l'état interne, mais aussi par l'état externe. C'est un état intriqué.

# Distribution d'impulsion

Dans l'état noir, la distribution d'impulsion est formée de 2 pics infiniment étroits centrés en  $+\hbar k_1$  et  $-\hbar k_1$ . Les états non couplés  $\psi_{NC}(p)$  avec  $p \neq 0$ , pour lesquels la condition de résonance Raman n'est pas remplie, sont peuplés tant que  $p$  reste dans un intervalle autour de  $p=0$  dont la largeur  $\Delta p$  est d'autant plus petite que le temps d'interaction  $\Theta$  est plus long.

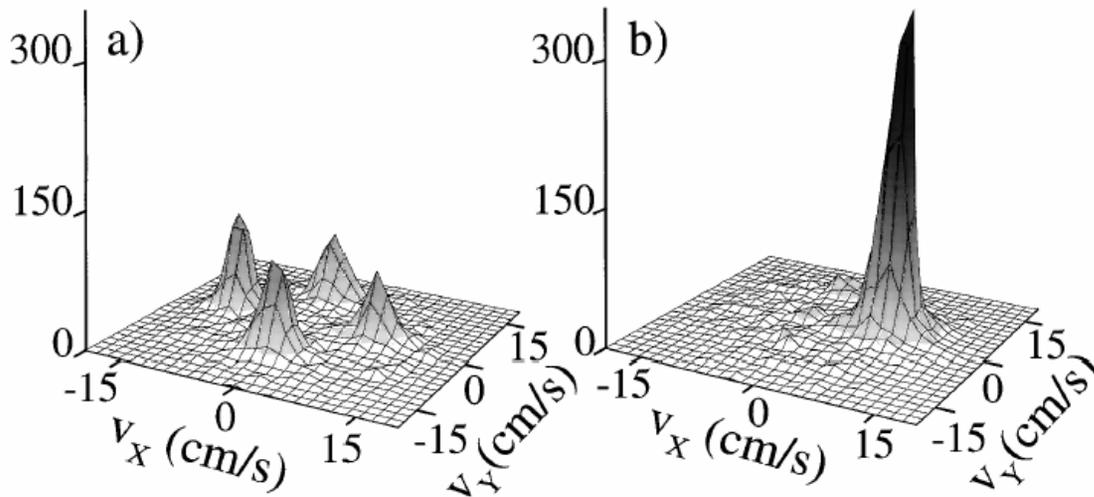
La distribution d'impulsion est donc formée de 2 pics centrés autour de  $+\hbar k_1$  et  $-\hbar k_1$ , dont la largeur  $\Delta p$  tend vers 0 quand  $\Theta$  augmente. Pour  $\Theta$  suffisamment grand,  $\Delta p < \hbar k$  et le refroidissement est subrecul.

Premier signal de refroidissement subrecul obtenu en 1988 sur des atomes d'hélium métastable. (voir référence p. 9 - 38)



# Généralisation à plusieurs dimensions

Pour une transition  $J_f=1 \rightarrow J_e=1$  (cas des expériences sur  $\text{He}^*$ ), il existe un état noir quelle que soit la dimension du refroidissement, l'onde de de Broglie correspondante étant isomorphe au champ laser. M. Ol'shanii, V. Minogin, *Optics Comm.* 89, 393 (1992)



Exemple de refroidissement à 2 dimensions obtenu avec 4 faisceaux laser dans un plan horizontal. L'état noir est donc une superposition linéaire de 4 ondes planes et la distribution d'impulsion formée de 4 pics. Le débranchement adiabatique de 3 des 4 ondes laser conduit par isomorphisme à un seul pic d'atomes froids.

J.Lawall, F. Bardou, B.Saubamea, K. Shimizu, M.Leduc, A. Aspect, C.Cohen-Tannoudji, *Phys.Rev.Lett.* 73, 1915 (1994)

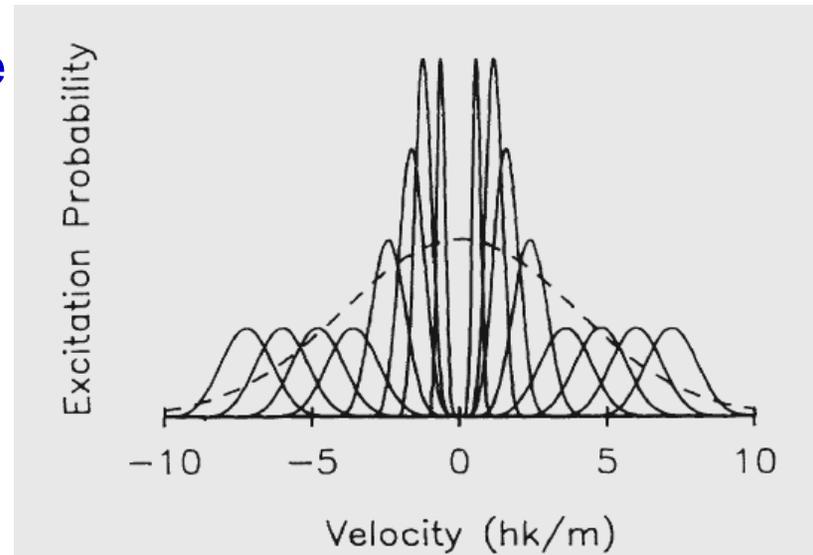
Manipulation cohérente de paquets d'ondes atomiques dans le domaine du nK.

# Refroidissement Raman subrecul

Des transitions Raman stimulées sélectives en vitesse font passer des atomes de vitesse  $v > 0$ , dans le niveau hyperfin inférieur  $F_1$  d'un alcalin, vers le niveau hyperfin supérieur  $F_2$  en changeant leur vitesse de  $-2\hbar k$ . Par pompage optique, on ramène les atomes de  $F_2$  à  $F_1$  en leur communiquant un recul aléatoire (dû au photon émis spontanément) variant entre  $+\hbar k$  et  $-\hbar k$ . Les atomes se retrouvent donc dans  $F_1$  avec une vitesse comprise entre  $v - 3\hbar k$  et  $v - \hbar k$ . On recommence un tel cycle avec des atomes de vitesse  $v < 0$  en changeant cette fois leur vitesse de  $+2\hbar k$ . Et ainsi de suite, on comprime la distribution de vitesses vers  $v = 0$ .

On n'excite pas cependant les atomes de vitesse comprise dans un petit intervalle  $\delta v$  de l'ordre de  $\hbar k$  autour de  $v = 0$ , qui joue ainsi le rôle d'un piège dans lequel les atomes des autres classes de vitesses excités peuvent tomber après le recul aléatoire subi lors du pompage optique

On reconstitue ainsi la forme adéquate de  $R_F(v)$ . (Voir référence p. 9 - 38)



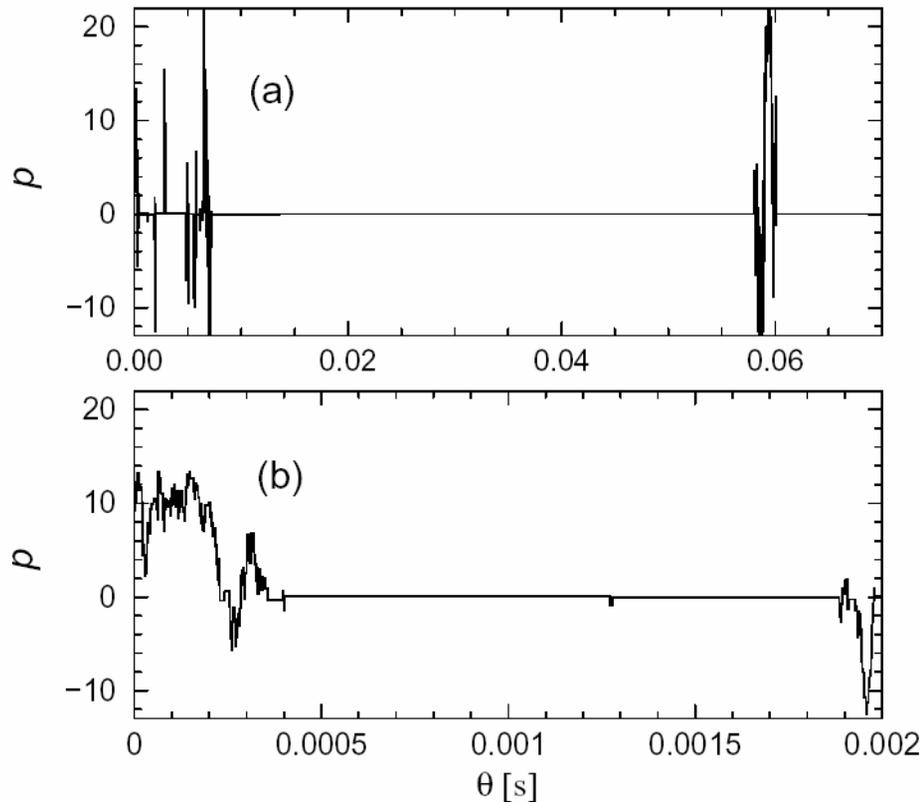
## Refroidissement subrecul et statistiques de Lévy

La distribution des temps  $\tau_i$  passés par un atome dans un petit intervalle  $\delta v$  autour de  $v=0$  est une distribution large avec des ailes décroissant en loi de puissance. Cette distribution est si large que la valeur moyenne et/ou la variance de  $\tau_i$  divergent. Il n'est plus possible alors d'utiliser le théorème de la limite centrale pour calculer la distribution du temps total  $\sum_i \tau_i$  passé par l'atome dans le petit intervalle  $\delta v$ . Les statistique de Lévy se révèlent être le cadre théorique approprié pour analyser un tel problème.

Exemple de problème physique à la frontière de 2 domaines de recherche, le refroidissement laser et les marches au hasard dominées par des événements rares, qui a permis des échanges conceptuels fructueux et une meilleure compréhension des phénomènes physiques.

Pour plus de détails, voir le cours au Collège de France 1995-96 et l'ouvrage « Laser cooling and Lévy statistics – How rare events bring atoms to rest » F. Bardou, J-P. Bouchaud, A. Aspect, C. Cohen-Tannoudji, Cambridge 2002.

# Simulation Monte-Carlo du refroidissement VSCPT-1D



Utilisation de la fonction  
délai avec changement  
aléatoire de  $v$  après  
chaque saut

F. Bardou, J-P. Bouchaud,  
O. Emile, A. Aspect,  
C. Cohen-Tannoudji,  
Phys.Rev.Lett. **72**, 203 (1994)

Marche au hasard « anormale » le long de l'axe des temps dominée par des événements rares. Même comportement à toutes les échelles.

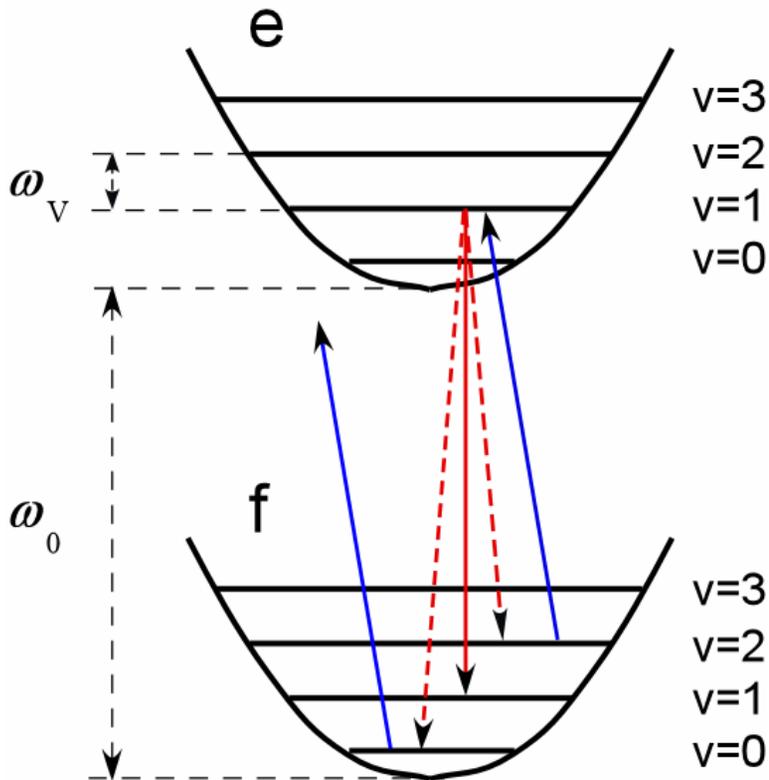
Une marche au hasard classique fictive peut être associée rigoureusement à un processus quantique.

# Refroidissement des ions par excitation de bandes latérales résolues

« Resolved sideband laser cooling »

D. Wineland, W. Itano, Phys. Rev. A20, 1521 (1979)

Analogue au refroidissement par états noirs des atomes neutres. On place l'ion dans un niveau vibrationnel (le plus bas) à partir duquel il ne peut plus absorber de photon.

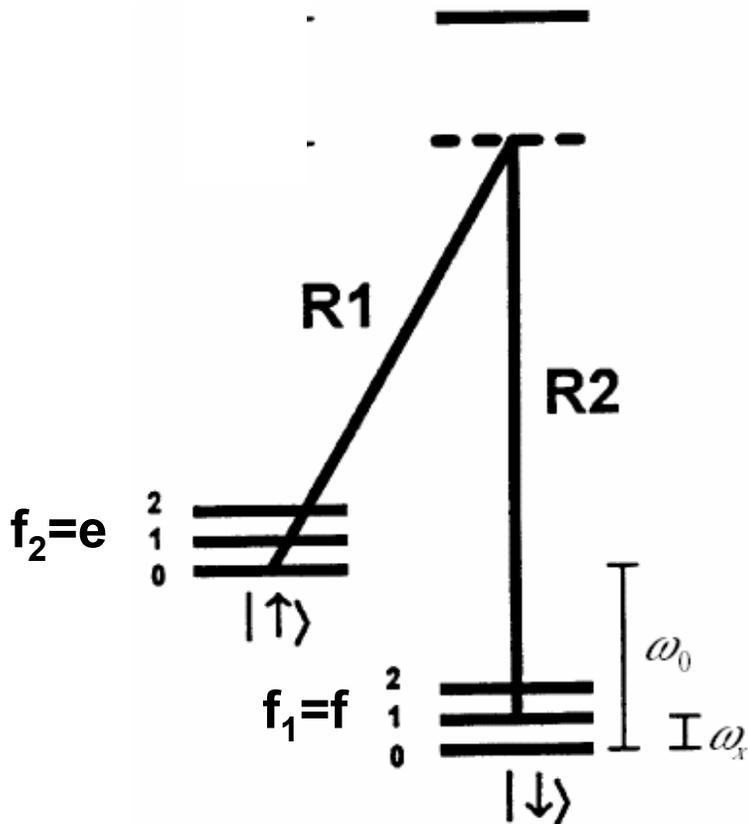


- Excitation de transitions  $f, v \rightarrow e, v-1$  à  $\omega_0 - \omega_v$  ( $\Delta v = -1$ )  
Raies bien résolues si  $\Gamma_e \ll \omega_v$
- Retombées les plus probables par émission spontanée à la limite Lamb - Dicke :  
 $e, v-1 \rightarrow f, v-1$  ( $\Delta v = 0$ )
- Les atomes s'accumulent dans  $f, v=0$  d'où ils ne peuvent sortir par une excitation à  $\omega_0 - \omega_v$ .

# Comment réaliser $\Gamma_e \ll \omega_v$ ?

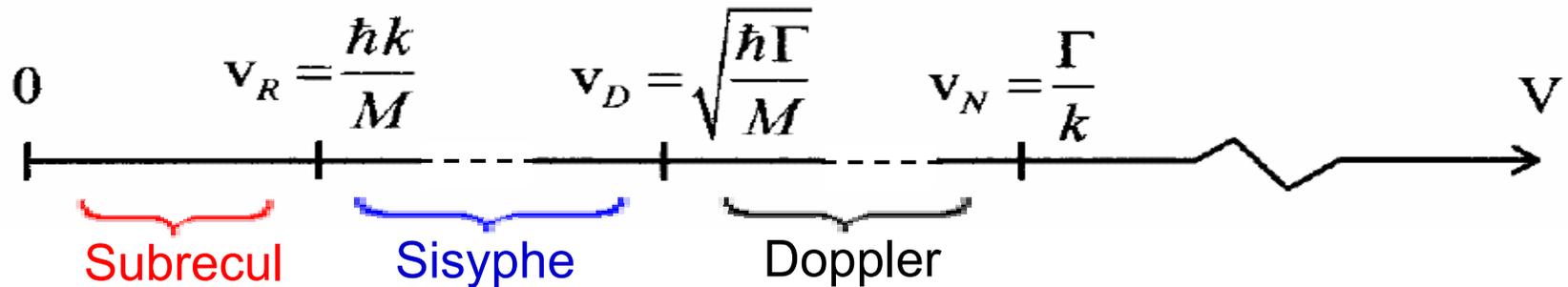
Les niveaux f et e sont en fait des sous niveaux (hyperfins) différents  $f_1$  et  $f_2$  de l'état fondamental de l'ion:

$$f = f_1 = \downarrow \quad e = f_2 = \uparrow$$



- Le couplage  $f, v = \downarrow, v \rightarrow e, v-1 = \uparrow, v-1$  est réalisé par une transition Raman stimulée.
- Une faible largeur  $\Gamma_e \ll \omega_v$  est conférée au niveau  $e, v-1 = \uparrow, v-1$  par excitation optique de faible intensité résonnante à  $\omega_0$ .
- Par pompage optique, les atomes retombent préférentiellement dans  $f, v-1 = \downarrow, v-1$  ( $\Delta v = 0$ ).

# Quelques repères importants sur l'échelle des vitesses



$v_R$  : vitesse de recul

$v_D$  : vitesse telle que  $m v_D^2 = \hbar \Gamma$

dispersion de vitesses obtenues par refroidissement Doppler

$v_N$  : vitesse telle que  $k v_N = \Gamma$ . Dispersion de vitesse des atomes qui peuvent être excités par un laser monochromatique

$$\frac{v_N}{v_D} \simeq \frac{v_D}{v_R} \simeq \sqrt{\frac{\hbar \Gamma}{E_{\text{rec}}}} \gg 1$$

25.11.03

## **Cours 10**

# **APPLICATIONS DES ATOMES ULTRAFROIDS**

# Applications des atomes ultrafroids

## 1- Mesures sur une particule atomique unique

Contrôle du mouvement et observation d'un seul électron, d'un seul ion

## 2- Temps d'observation longs

Horloges atomiques plus stables et plus précises

## 3- Longueurs d'onde de de Broglie importantes

Interférométrie atomique

## 4- Densités élevées dans l'espace des phases

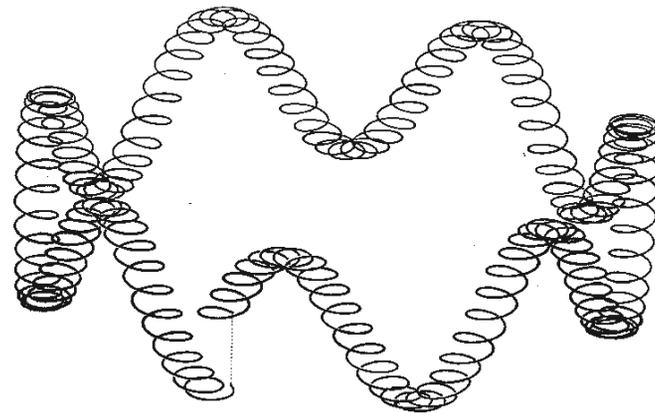
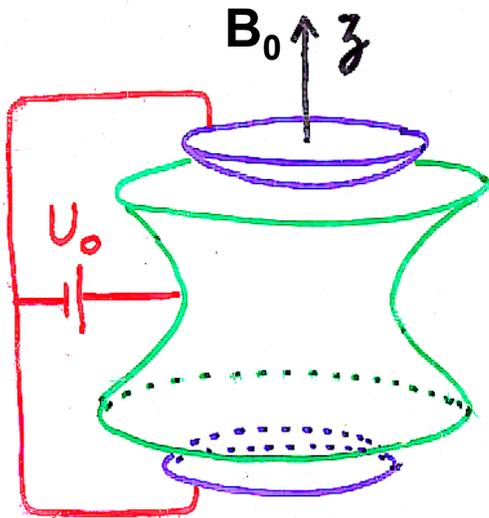
Gaz quantiques dégénérés

Développements étudiés dans les cours 11 et 12

# **EXPÉRIENCES PORTANT SUR UN ELECTRON UNIQUE OU UN ION UNIQUE**

# Piégeage d'une particule unique ( $e^\pm$ , $p^\pm$ ) dans un piège de Penning

- Le mouvement de la particule est une superposition
- d'un mouvement cyclotron perturbé par le champ électrique quadrupolaire  $\mathbf{E}$ . Fréquence:  $\nu'_c$
  - d'un mouvement de vibration le long de l'axe  $z$  Sous l'effet de  $\mathbf{E}$  Fréquence:  $\nu_z$
  - d'un mouvement magnétron décrivant une dérive dans les champs croisés  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}_0$  Fréquence:  $\nu_m$



## Relation entre $v'_c$ , $v_z$ , $v_m$ (voir cours 1984-85)

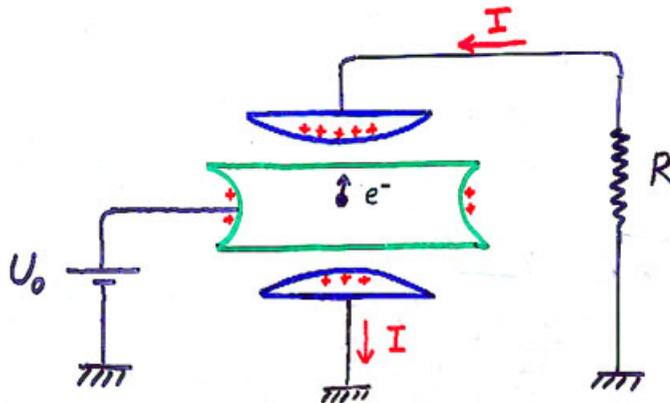
$$v_c^2 = v_c'^2 + v_z^2 + v_m^2$$

$$v_c = qB_0 / 2\pi m$$

Généralement  $v'_c \gg v_z \gg v_m$

## Détection radioélectrique du mouvement de vibration

L'électron vibrant le long de l'axe z induit sur les électrodes coupelles des charges dépendant du temps et donc un courant dans le circuit externe



Energie de vibration dissipée dans la résistance R refroidie à basse température.

Le mouvement de vibration est refroidi à la même température

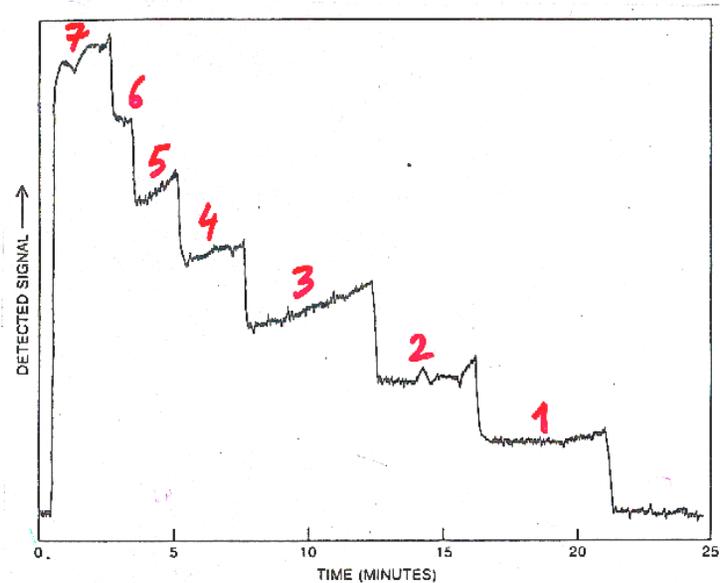
## Détection et refroidissement des autres mouvements

Couplage entre les divers mouvements.

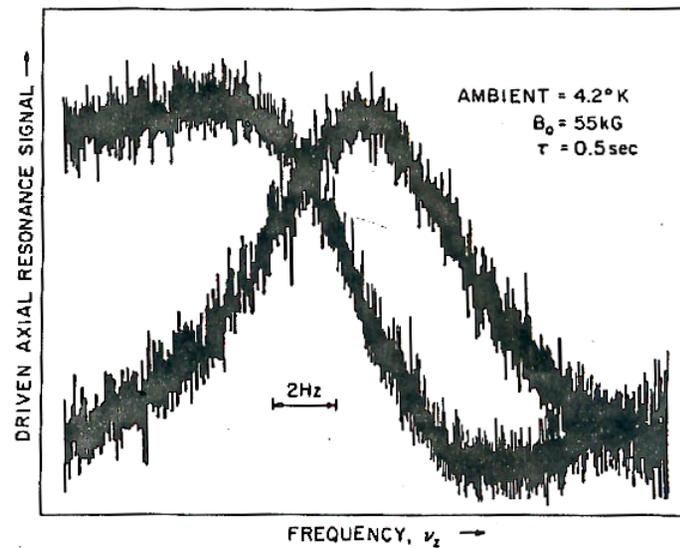
Voir cours 1984-85 et

L. Brown, G. Gabrielse, Rev. Mod. Phys. 58, 233 (1986)

# Détection d'un électron unique



# Résonance de vibration d'un électron unique



# Un effet de bistabilité et d'hystérésis spectaculaire dû à la variation relativiste de masse d'un électron de 1 eV

Quand on balaie la fréquence de l'onde excitant la résonance cyclotron, l'énergie cinétique  $K$  de l'électron varie suivant l'expression:

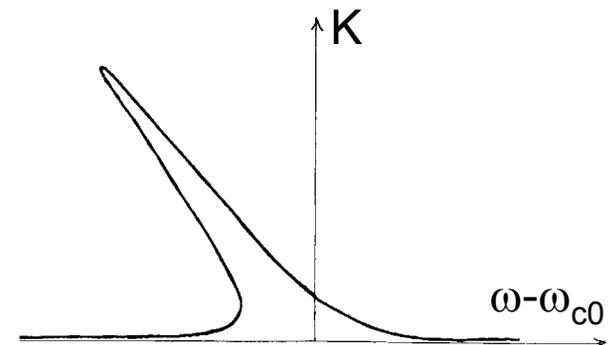
$$K = K_0 \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_{c0})^2 + (\gamma/2)^2} \quad \omega_{c0} = \frac{q B_0}{m}$$

$\gamma$ : Largeur de la résonance       $K_0$ : Énergie maximale à résonance

En fait, quand  $K$  augmente, la fréquence cyclotron  $\omega_{c0}$  diminue à cause de la variation relativiste de masse  $\delta m = K/c^2$  et l'on obtient:

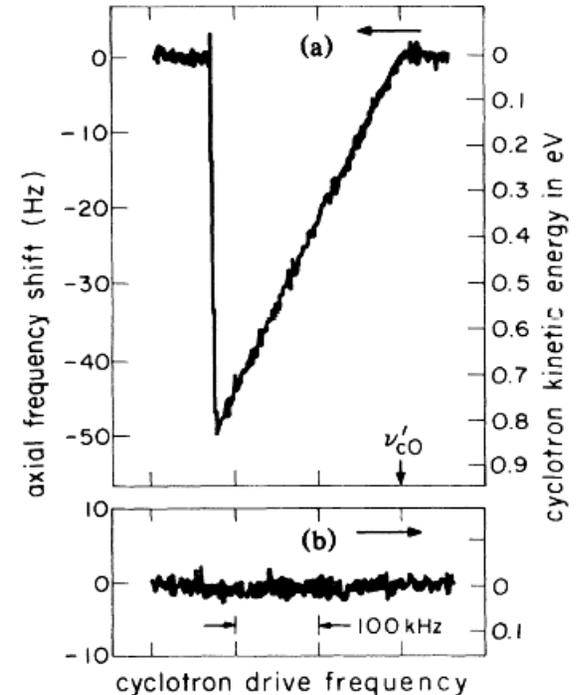
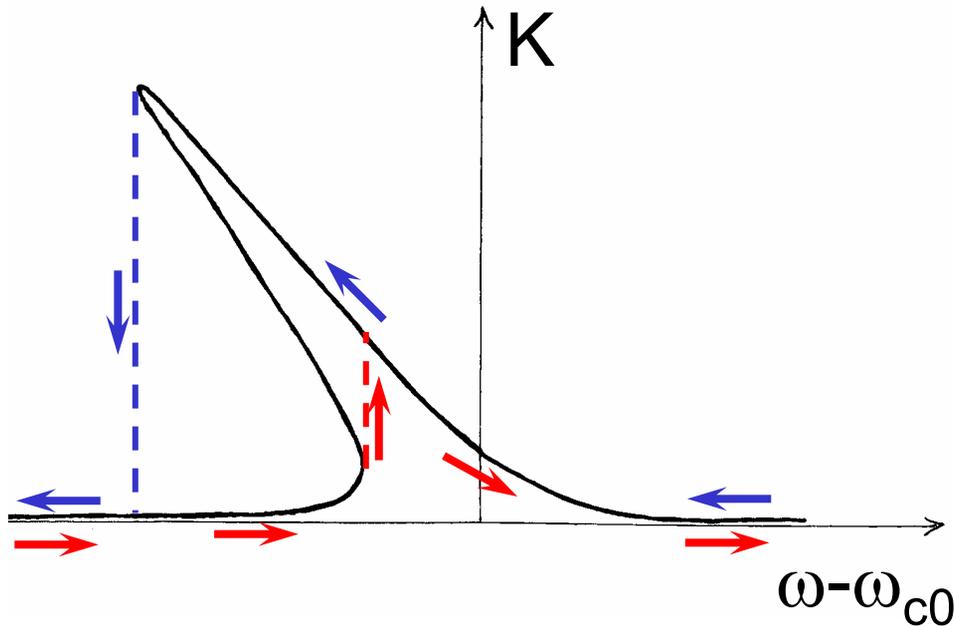
$$K = K_0 \frac{(\gamma/2)^2}{\left[ \omega - \omega_{c0} + \omega_{c0} \left( K / m c^2 \right) \right]^2 + (\gamma/2)^2}$$

Quand on se rapproche de résonance,  $K$  augmente et la fréquence de résonance est déplacée vers les basses fréquences. La courbe de résonance devient « penchée » vers la gauche



# Phénomènes observés différents suivant que l'on balaie $\omega$

- par fréquences décroissantes
- ou par fréquences croissantes



- Effet suggéré par:  
A. Kaplan, Phys. Rev. Lett. 48, 138 (1982)
- Observé par:  
G. Gabrielse, H. Dehmelt, W. Kells, Phys. Rev. Lett. 54, 537 (1985)

# Ion unique piégé

## Détection radioélectrique (comme pour $e^-$ )

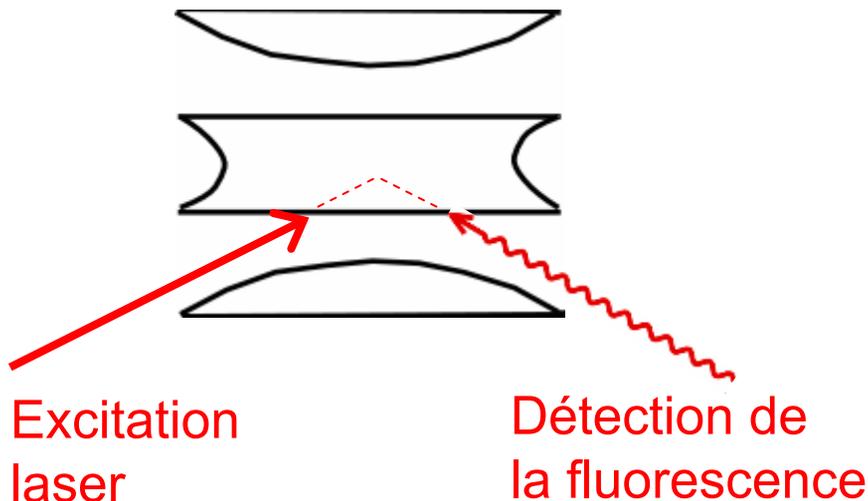
Piégeage alterné de 2 ions différents et comparaison des fréquences cyclotron de ces 2 ions.

Mesure des rapports de masse à  $10^{-10}$  près.

Importance pour la métrologie.

Groupe de D. Pritchard à M.I.T.

## Détection optique et refroidissement laser



À saturation, environ  $10^8$  photons sont émis par seconde.

Même avec une efficacité de détection de  $10^{-4}$ , on observe  $10^4$  photons/sec; Signal visible à l'œil nu.

# Spectroscopie laser sur un seul ion piégé et refroidi

## Avantages

- Élimination des effets Doppler (du 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> ordres)
- Longs temps d'observation
- Pas de collisions

## 2 exigences contradictoires

En l'absence d'effet Doppler, la largeur de raie est la largeur naturelle  $\Gamma$  de l'état excité

- Importance des raies étroites ( $\Gamma$  petit) pour les étalons de fréquence et les horloges atomiques.
- Pour avoir un bon rapport signal sur bruit, il vaut mieux des raies larges ( $\Gamma$  grand) car le nombre de photons émis par seconde est de l'ordre de  $\Gamma$ .

# La méthode de l'étagère

H. Dehmelt B.A.P.S. **20**, 60 (1975)

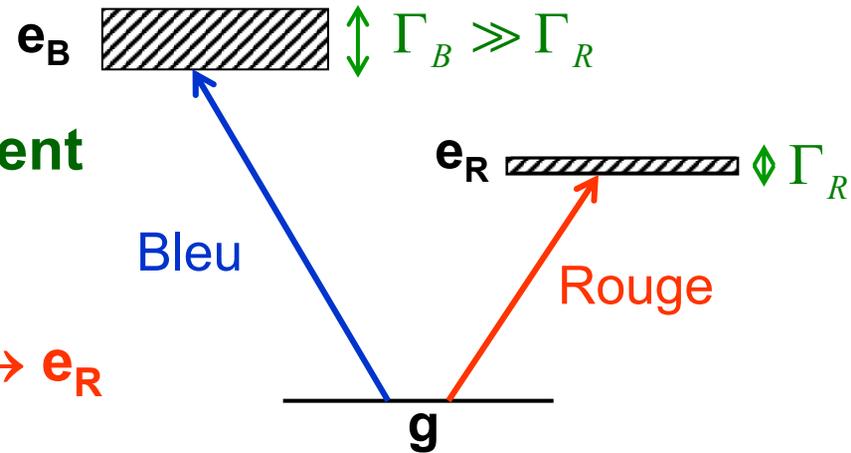
**Deux lasers excitent simultanément**

- une transition (bleue)

intense  $g \rightarrow e_B$

- un transition (rouge) faible  $g \rightarrow e_R$

sur un ion unique piégé



**Le laser bleu est utilisé pour refroidir l'ion et le détecter**

**Quand l'ion absorbe un photon rouge, il est placé sur « l'étagère »  $e_R$  et ceci arrête la fluorescence bleue pendant un temps de l'ordre de  $\tau_R = (\Gamma_R)^{-1}$**

**L'absorption d'un seul photon rouge est détectée par l'absence de plusieurs photons de fluorescence bleus, de l'ordre de  $\Gamma_B/\Gamma_R \gg 1$**

## Dans la proposition de Dehmelt,

les lasers bleu et rouge sont appliqués de manière alternée dans le temps de manière à éviter les déplacements lumineux sur les niveaux  $g$  et  $e_R$  dus au laser bleu.

## Suggestion de R. Cook et J. Kimble

Phys. Rev. Lett. 54, 1023, 1985

Si les 2 lasers sont appliqués simultanément, peut-on observer sur la fluorescence bleue les sauts quantiques entre  $g$  et  $e_R$  induits par le laser rouge?

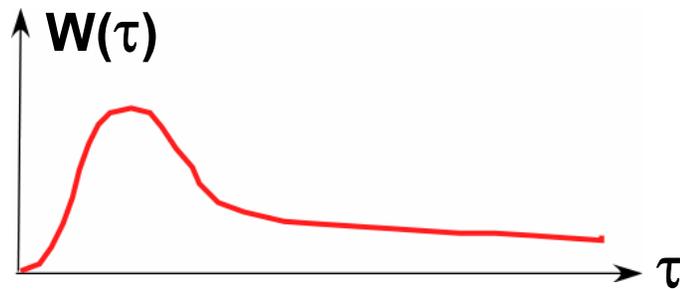
## Une méthode possible pour répondre à cette question

Calcul de la fonction délai  $K(\tau)$  donnant la répartition des délais  $\tau$  entre 2 émissions spontanées successives de photons par l'ion.

J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, Europhys. Lett. **1**, 441 (1986)

# Calcul de la fonction délai

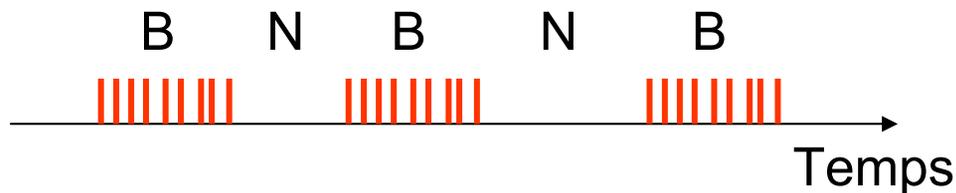
## Existence d'une aile à longue portée



L'une des 3 valeurs propres de l'hamiltonien effectif utilisé dans le calcul de la cascade radiative de l'atome habillé a une partie imaginaire très faible car  $\Gamma_R \ll \Gamma_B$  et  $\Omega_R \ll \Omega_B$

Après un saut quantique, on peut avoir à attendre un temps très long avant d'observer le suivant

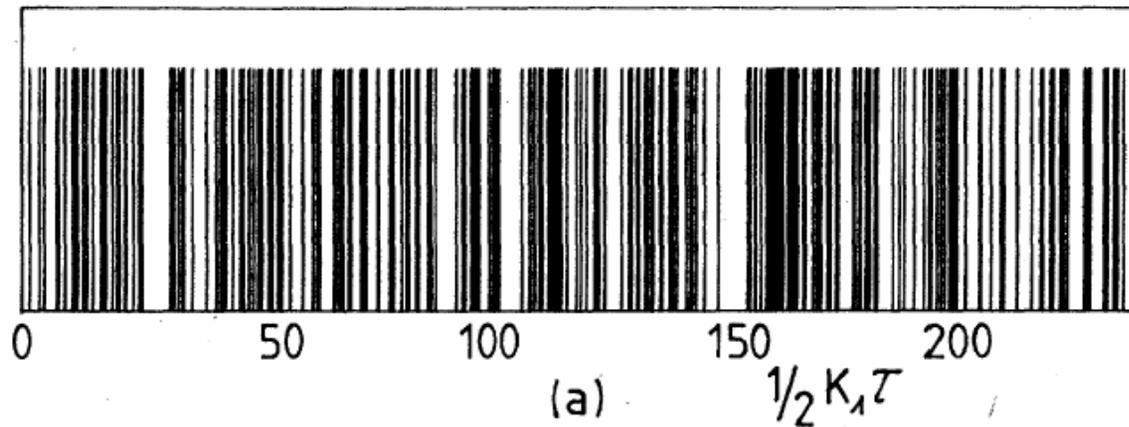
## Allure de la suite des émissions spontanées



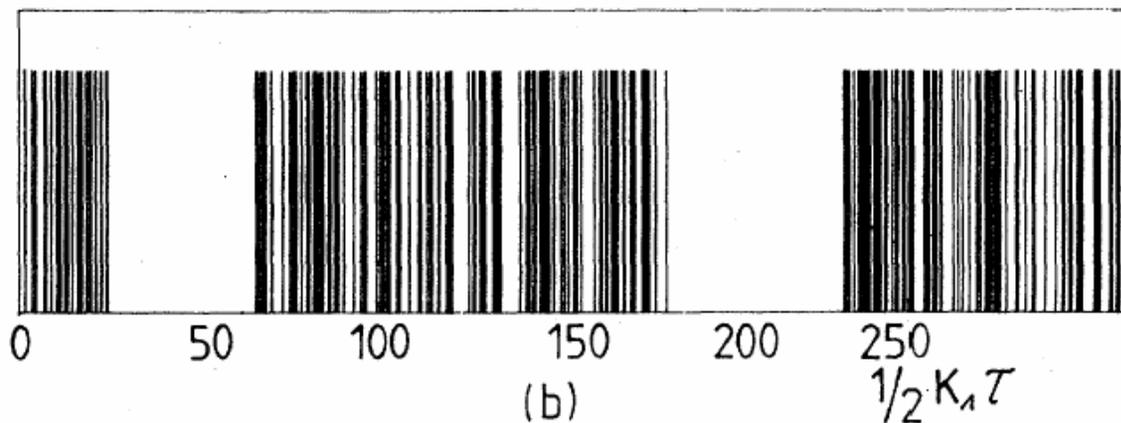
Périodes noires N (sans émissions spontanées) alternant avec des périodes brillantes B (formées de plusieurs émissions rapprochées)

# Confirmation par des simulations Monte Carlo

P. Zoller, M. Marte, D. Walls, Phys. Rev. A35, 198 (1987)



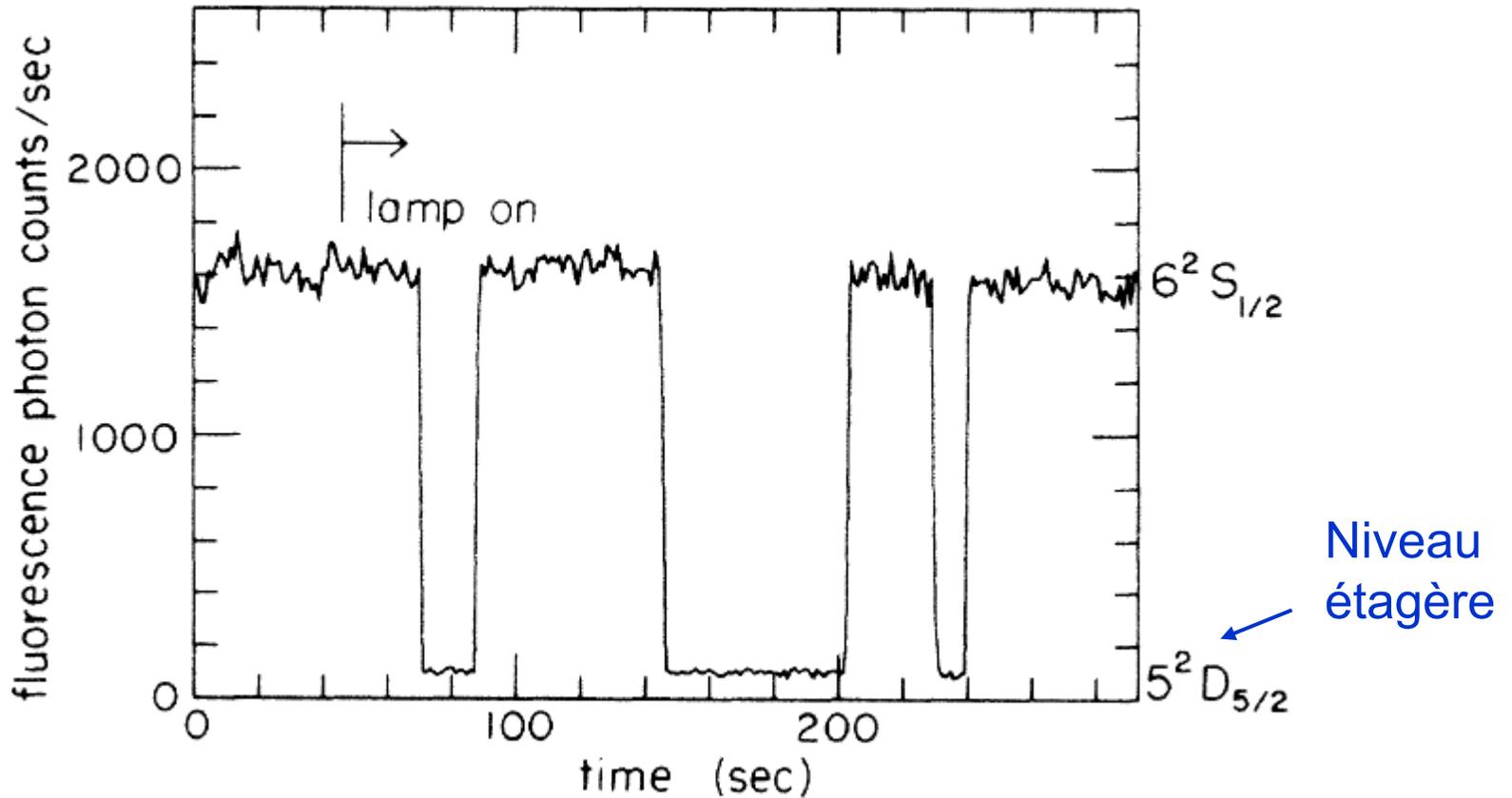
$\Omega_R = 0$



$\Omega_R \neq 0$

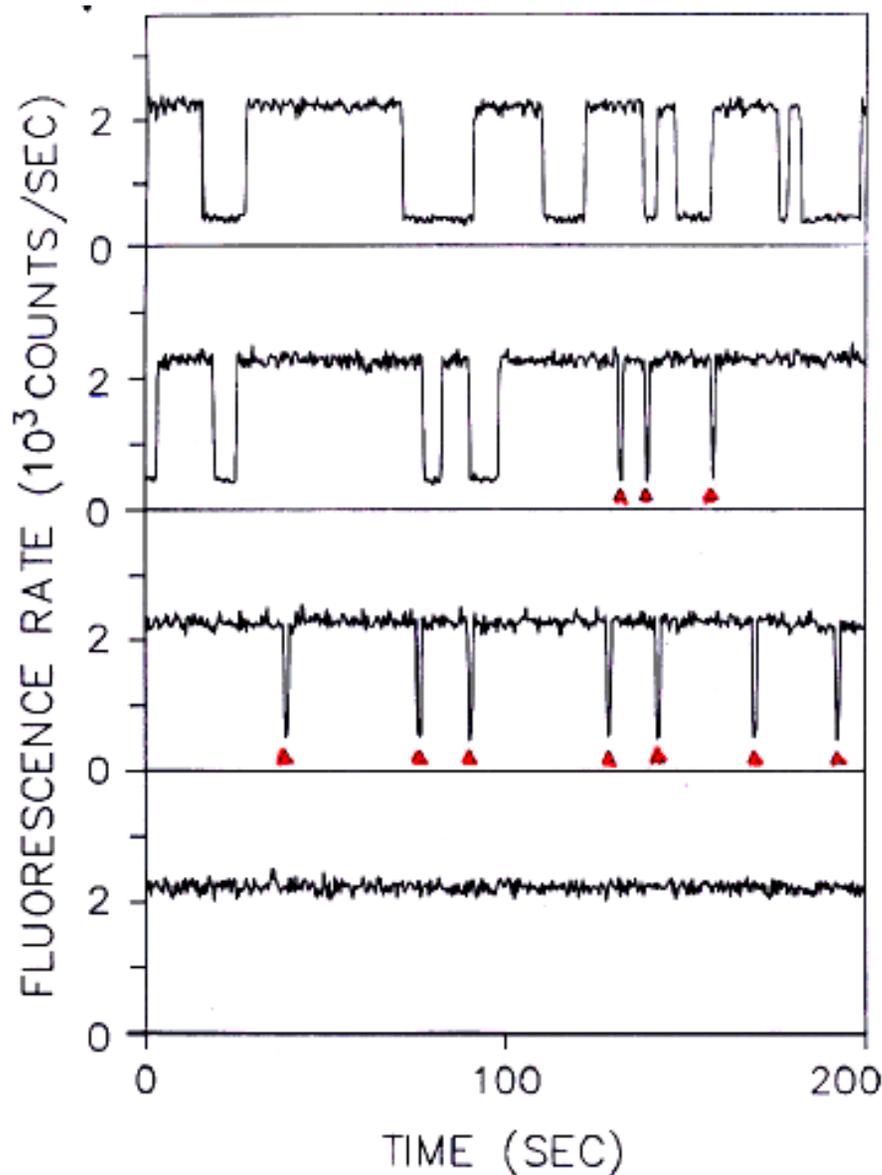
# Observation des sauts quantiques

Fluorescence intermittente d'un ion  $Ba^+$  piégé



W. Nagourney, J. Sandberg, H. Dehmelt, P.R.L. **56**, 2797 (1986)

# Contrôle de la fluorescence intermittente



Au moyen d'un troisième faisceau laser, qui peut être allumé par l'observateur, l'ion peut quitter l'étagère dès qu'il s'y trouve placé.

T. Sauter, W. Neuhauser,  
R. Blatt, P. Toschek  
P.R.L. **57**, 1696 (1986)  
Opt. Comm. **60**, 287 (1986)

# Généralisation

Situations où la dimension de l'hamiltonien effectif est infinie.  
Le nombre d'états du système atome+photons couplés par absorption et émission induite est infini.

Calcul numérique pas à pas de la fonction délai sur des intervalles de temps  $\Delta t$  tels que:

Temps de corrélation  $\tau_c \ll \Delta t \ll$  Temps de relaxation  $T_R$

Fonction d'ondes Monte Carlo

Équivalence avec les équations de Bloch optiques

J. Dalibard, Y. Castin, K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. 68, 580 (1992)

J.O.S.A. B 10, 524 (1993)

Autres approches stochastiques (trajectoires quantiques,...)

H. Carmichael, N. Gisin

## Conclusion de ces études

La possibilité d'observer l'évolution d'un système unique a stimulé le développement de nouvelles approches théoriques où l'on s'intéresse à une seule réalisation d'une expérience et non plus à des moyennes d'ensemble.

Les nouvelles méthodes développées (fonction délai, fonctions d'onde Monte Carlo) décrivent l'évolution du système comme une suite de périodes d'évolution cohérente, où le système est décrit par une fonction d'onde dont l'évolution est régie par un hamiltonien effectif, séparées par des sauts quantiques se produisant à des instants aléatoires.

Équivalence avec la description habituelle en termes de matrice densité et d'équation pilote quand on moyenne sur plusieurs réalisations expérimentales.

## Avantages de ces méthodes

Nouvelles images physiques

Marche aléatoire de la fonction d'onde dans l'espace de Hilbert

Plus grande efficacité numérique

Il est plus simple de travailler sur un vecteur d'état à  $N$  composantes que sur une matrice densité à  $N^2$  termes.

### Généralisation récente à des problèmes à $N$ corps

- Bosons

Force fluctuante ajoutée à l'équation de Gross Pitaevskii pour aller au delà de l'approximation du champ moyen

- I. Carusotto, Y. Castin, J. Dalibard, PR **A63**, 023606 (2001)
- I. Carusotto, Y. Castin, J. Phys.B. At. Mol. Opt.Phys.**34**, 4589 (2001)

- Généralisation récente à des fermions

# Quelques autres applications des ions piégés

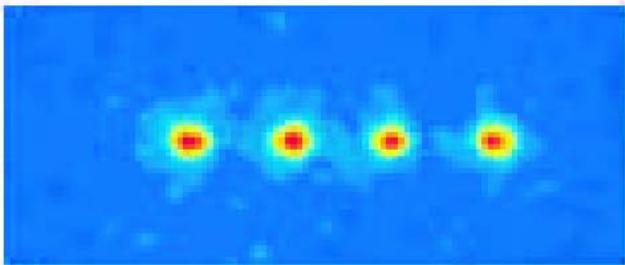
## Standards de fréquence optiques

Avantage : le facteur de surtension  $Q = \nu / \Delta\nu$  de la résonance est plus grand que pour la transition hyperfine de Cs

## Etude de « chats de Schrödinger » (équipe de D. Wineland)

- Piégeage d'un ion unique dans l'état fondamental du piège.
- Impulsion  $\pi/2 \rightarrow$  superposition linéaire de 2 états internes.
- Déplacement différent des 2 fonctions d'onde associées à ces 2 états par un potentiel dépendant de l'état interne.
- Superposition de 2 paquets d'onde cohérents d'un oscillateur oscillant en opposition de phase et sans s'étaler dans un puits.

## Information quantique utilisant des chaînes d'ions piégés



Chaque ion est un « q-bit »  
Les divers ions sont couplés entre eux via les modes de vibration.

I. Cirac, P. Zoller, P.R.L. 74, 4091 (1995)

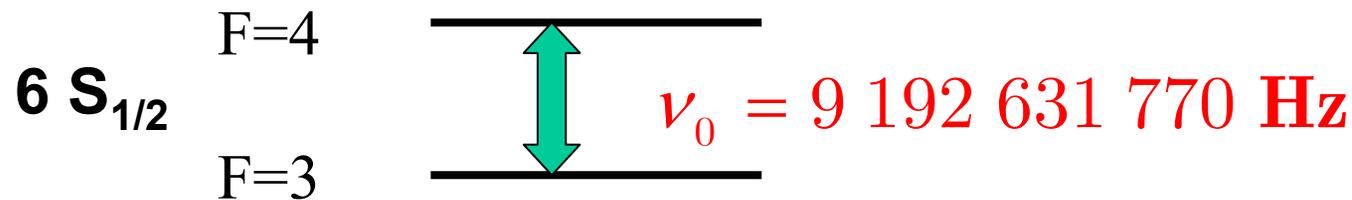
Voir aussi le cours de S. Haroche

[www.lkb.ens.fr/recherche/qedcav/college/college.html](http://www.lkb.ens.fr/recherche/qedcav/college/college.html)

# **HORLOGES ATOMIQUES**

## Définition de la seconde

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état électronique fondamental du césium 133



Caractère universel de cette transition

### Horloge atomique

Oscillateur dont la fréquence est verrouillée sur celle de la transition  $F=3 \leftrightarrow F=4$  de l'atome de césium 133

# Intérêt des atomes ultrafroids

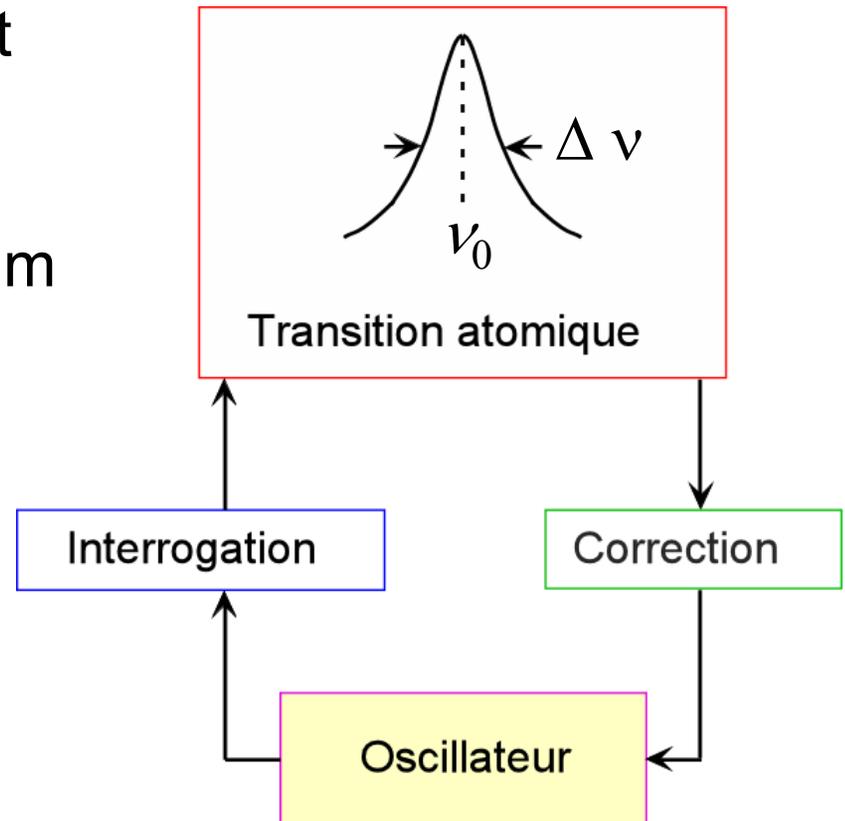
La boucle de correction assujettit la fréquence de l'oscillateur à rester égale à la fréquence  $\nu_0$  de la transition  $F=3 \leftrightarrow F=4$  du césium

Plus la résonance atomique est étroite, c-à-d plus  $\Delta \nu$  est petit, plus le centre  $\nu_0$  de la raie peut être pointé avec précision

$$\text{Or, } \Delta \nu \approx 1 / T$$

$T$  : Temps d'observation

Il est donc intéressant d'utiliser des atomes lents, c-à-d des atomes ultrafroids, pour allonger  $T$ , et donc diminuer  $\Delta \nu$



# Fontaines atomiques

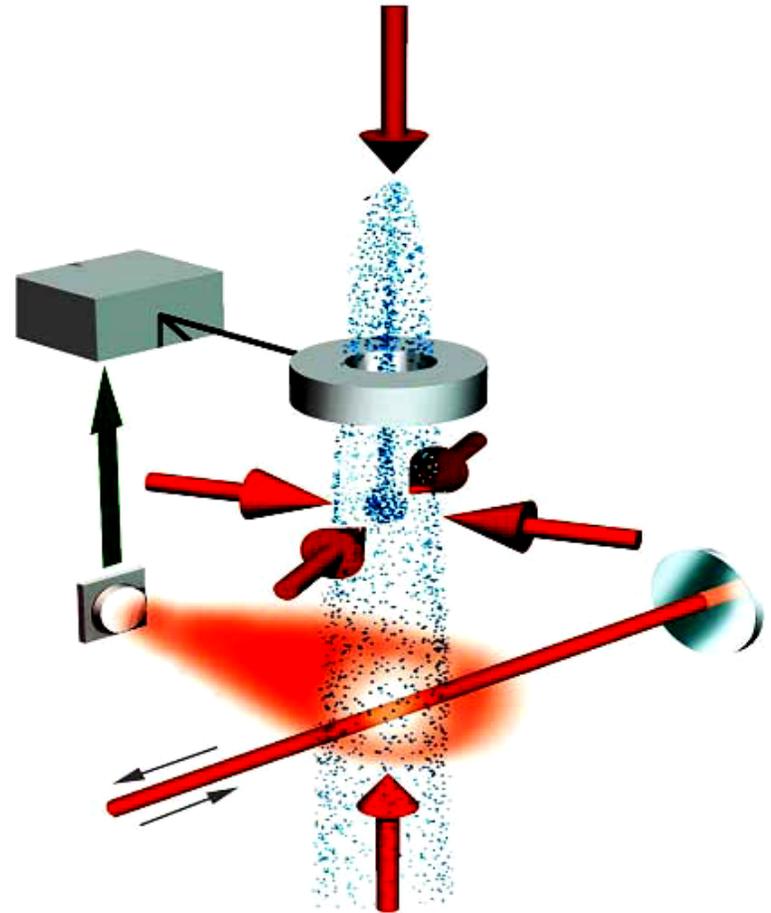
- Fontaines de sodium : Stanford S. Chu
- Fontaines de césium : ENS C. Salomon  
LPTF A. Clairon

## Stabilité de fréquence

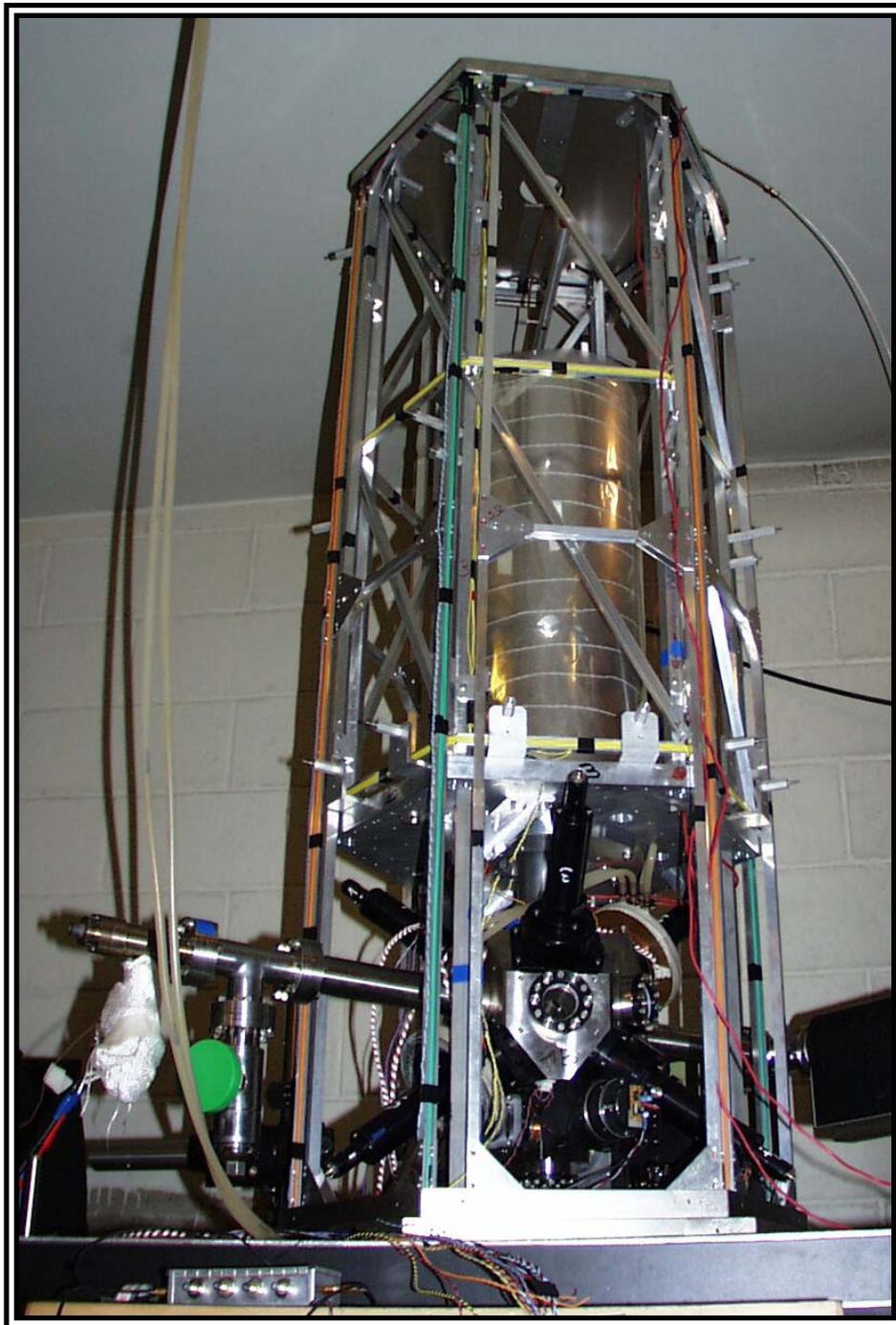
$5 \times 10^{-16}$  pour un  
temps d'intégration  
de  $2 \times 10^4$  s

## Précision

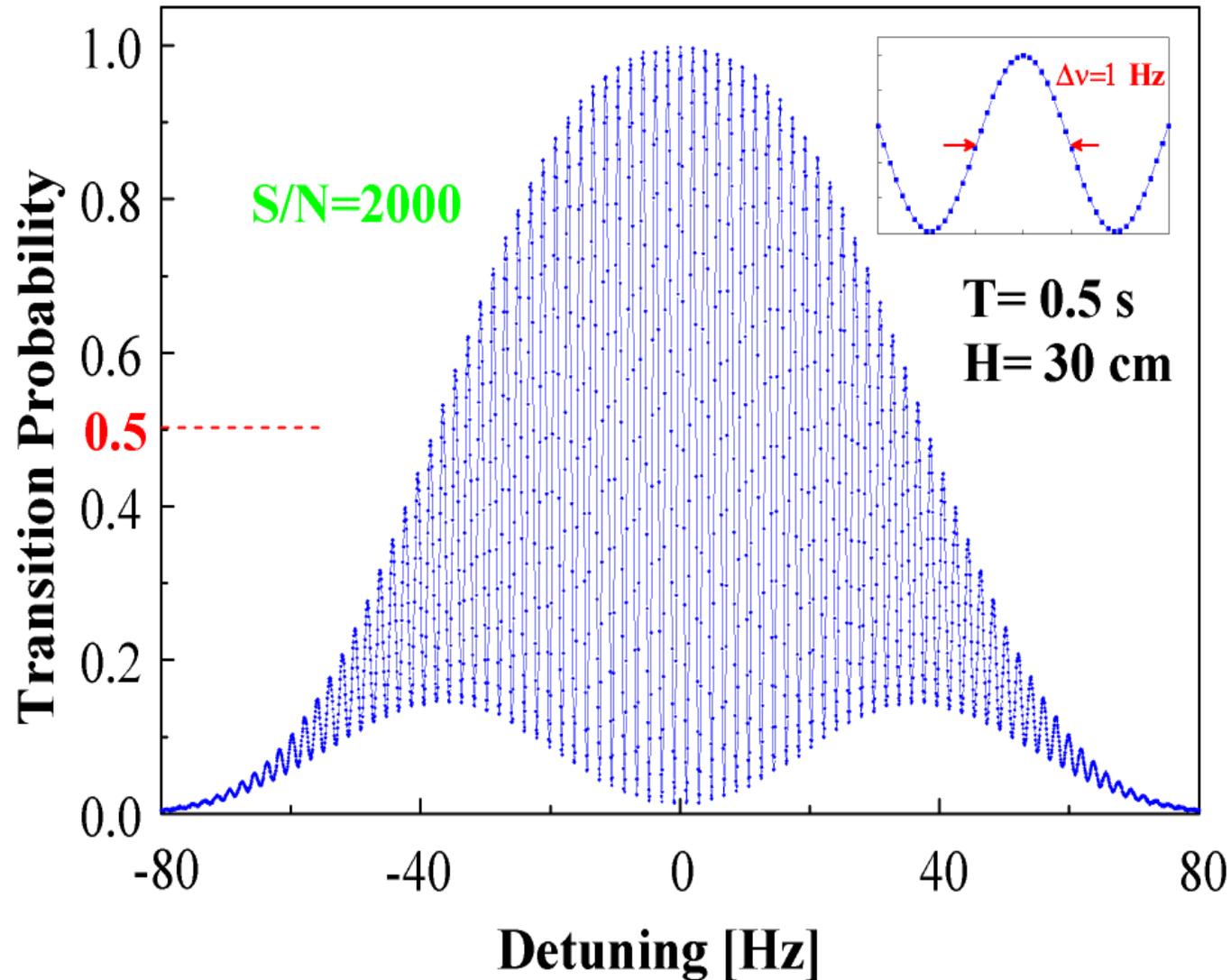
$7 \times 10^{-16}$



**Fontaine  
atomique du  
BNM-LPTF**



# Franges de Ramsey dans une fontaine atomique



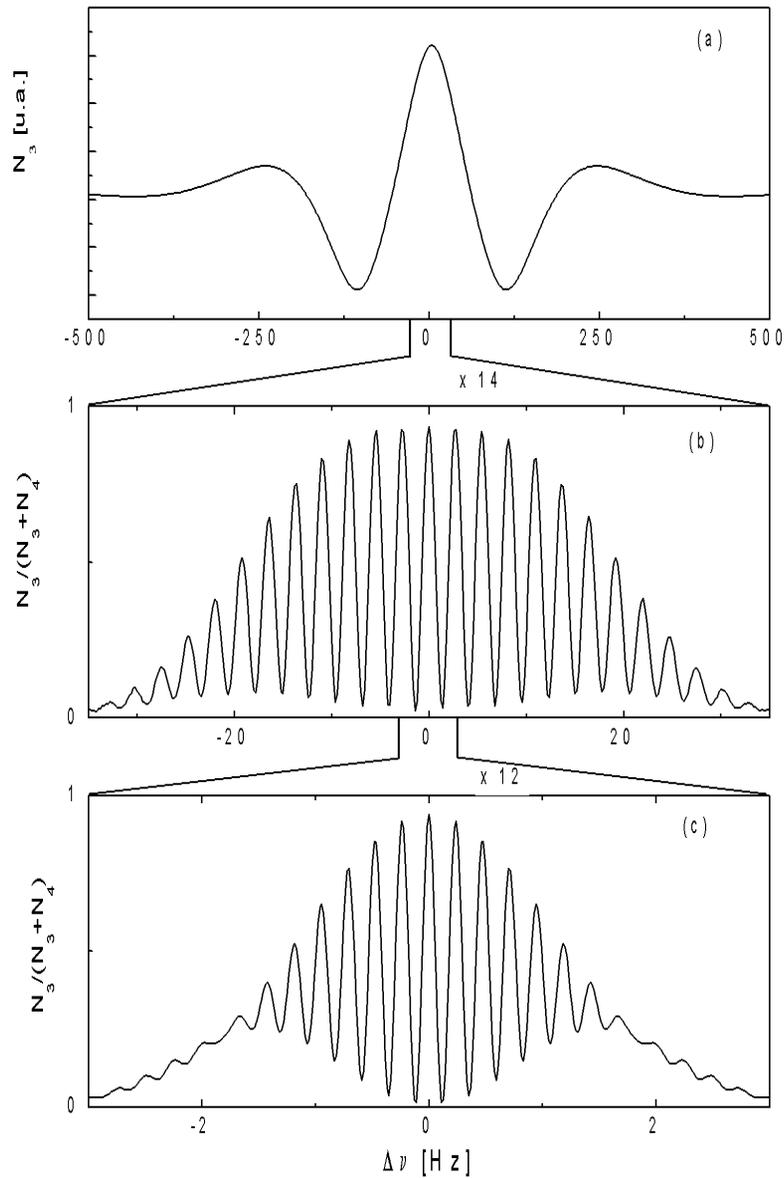
G. Santarelli et al., Phys. Rev. Lett. 82, 4619 (1999)

# Vols paraboliques





# Gains de sensibilité



- Jet thermique :  
 $v = 100$  m/s,  $T = 5$  ms  
 $\Delta\nu = 100$  Hz

- Fontaine :  
 $v = 4$  m/s,  $T = 0.5$  s  
 $\Delta\nu = 1$  Hz

- PHARAO :  
 $v = 0.05$  m/s,  $T = 5$  s  
 $\Delta\nu = 0.1$  Hz

# Bruit de projection quantique

Une des limites quantiques fondamentales des horloges atomiques, liées au caractère discret du résultat de mesure

## Atome à 2 niveaux : g et e

### Signal mesuré S

$S=1$  si l'atome est dans g,  $S=0$  si l'atome est dans e

$$S = \Pi_g \quad \Pi_g = |g\rangle\langle g| = \text{Projecteur sur } g$$

Atome dans l'état  $|\psi\rangle = \alpha|g\rangle + \beta|e\rangle$

$|\alpha|^2 = \text{Probabilité d'être dans } g$

$|\beta|^2 = 1 - |\alpha|^2 = \text{Probabilité d'être dans } e$

### Valeur moyenne et variance du signal S

$$\langle S \rangle = |\alpha|^2$$

$$\begin{aligned} (\Delta S)^2 &= \langle \psi | \Pi_g^2 | \psi \rangle - \left( \langle \psi | \Pi_g | \psi \rangle \right)^2 \\ &= \langle \psi | \Pi_g | \psi \rangle - \left( \langle \psi | \Pi_g | \psi \rangle \right)^2 = |\alpha|^2 - |\alpha|^4 = |\alpha|^2 (1 - |\alpha|^2) \end{aligned}$$

# Bruit de projection quantique (suite)

## N atomes indépendants

$$\langle S_N \rangle = N \langle S \rangle = N |\alpha|^2$$

$$(\Delta S_N)^2 = N (\Delta S)^2 = N |\alpha|^2 (1 - |\alpha|^2)$$

Le rapport signal sur bruit est donc proportionnel à  $(N)^{-1/2}$

Le fait que chaque mesure individuelle ne peut donner qu'un résultat discret, 0 ou 1, entraîne donc une dispersion des résultats autour de la valeur moyenne, et par suite un bruit fondamental, qui peut devenir prépondérant quand les autres sources de bruit (bruit technique de l'oscillateur, bruit de grenaille) deviennent négligeables.

D. Wineland, W. Itano, J.C. Bergquist, F. Walls, Proceedings of the 35th Annual Frequency Control Symposium, 1981.

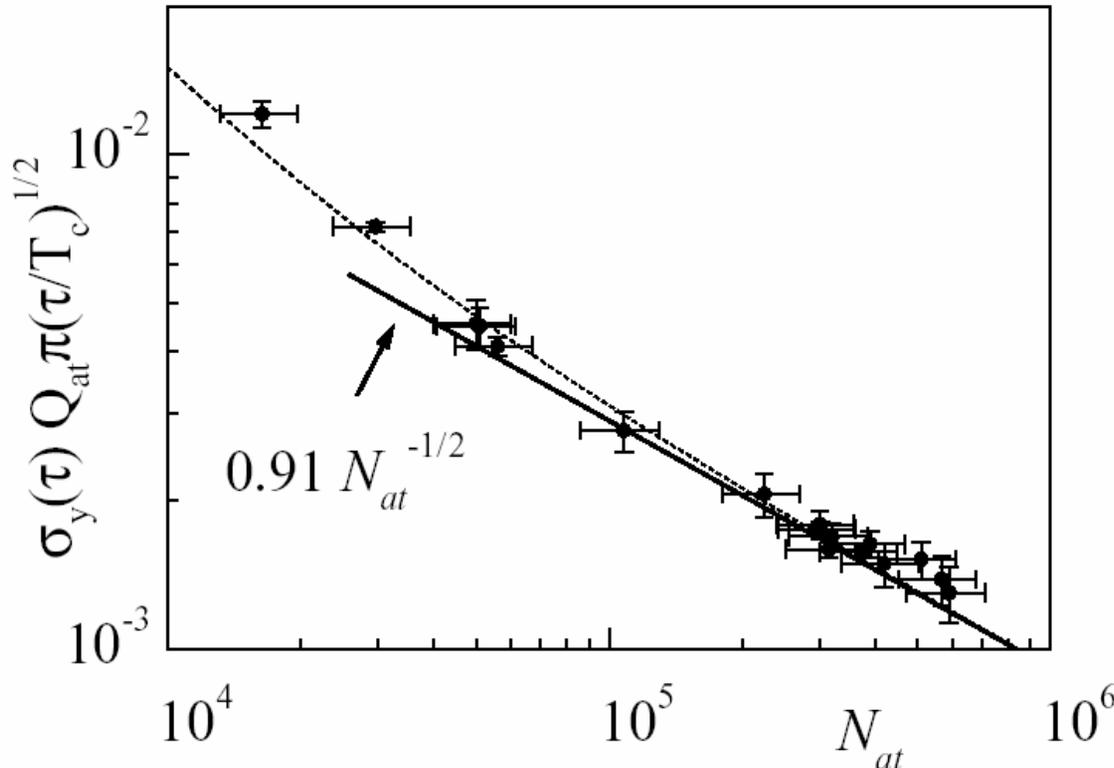
W. Itano et al, Phys. Rev. A47, 3554 (1993)

Un tel bruit pourrait être réduit par l'utilisation d'états où les N atomes sont corrélés (D. Wineland et al, Phys. Rev. A 46, 6797 (1992))

# Bruit de projection quantique (suite)

## Observation expérimentale de cet effet

sur une fontaine atomique de césium



G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. Mann, S. Chang, a. Luiten, C. Salomon, Phys. Rev. Lett. 82, 4619 (1999)

Extension des valeurs de  $N_{at}$  explorées par un facteur 10  
BNM Syrte, Laser Spectroscopy 2003.

## Recherche en laboratoire d'une dérive éventuelle des constantes fondamentales

À cause des corrections relativistes, la structure hyperfine d'un atome alcalin dépend de la constante de structure fine et du numéro atomique  $Z$ .

J. Prestage, R. Tjoelker, L. Maleki, Phys. Rev. Lett. 74, 3511 (1995)

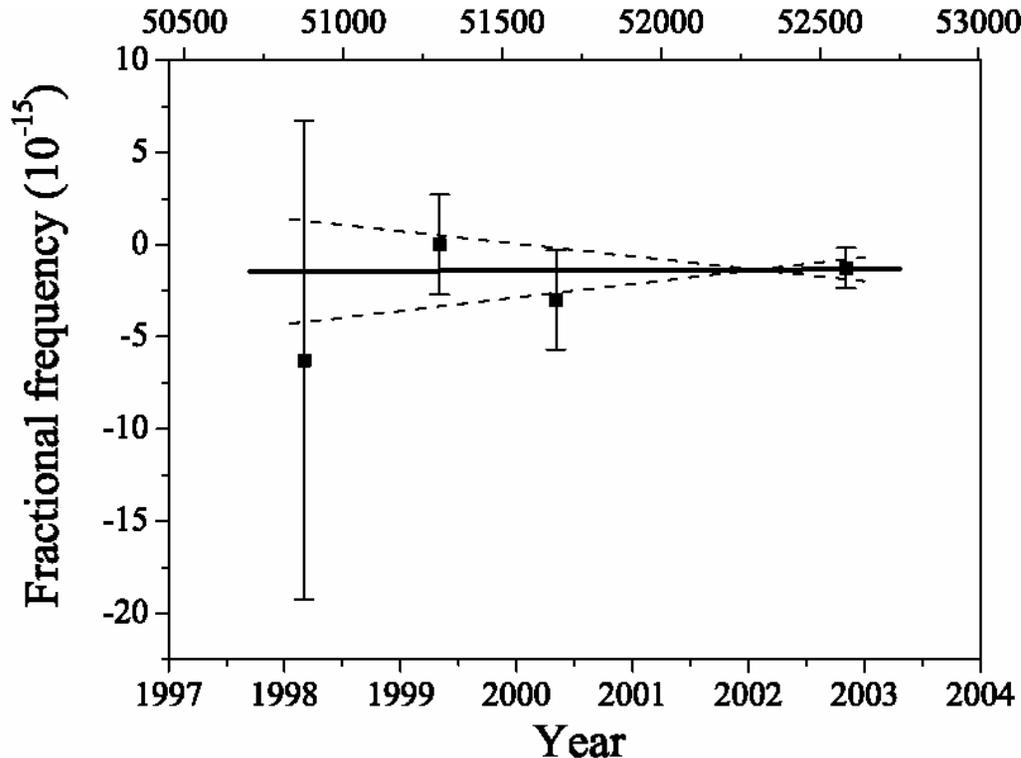
En comparant les fréquences hyperfines du césium et du rubidium mesurées sur 2 fontaines, et en suivant le rapport de ces 2 fréquences sur plusieurs années, on peut donc mettre une borne supérieure sur

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt}$$

### Autres tests (non de laboratoire)

- Réacteur nucléaire naturel d'Oklo (Gabon)
- Spectroscopie d'absorption de la lumière émise par des quasars lointains

# Résultats des mesures effectuées au BNM-SYRTE (Paris)



H. Marion *et al*  
Phys. Rev. Lett.  
90, 150801 (2003)

$$\frac{d}{dt} \ln \left( \frac{\nu_{Rb}}{\nu_{Cs}} \right) = (0.2 \pm 7) \times 10^{-16} / \text{an}$$

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = (-0.4 \pm 16) \times 10^{-16} / \text{an}$$

## Une autre application des fontaines transportables

Mesure absolue de fréquences optiques par utilisation d'un peigne de fréquences (impulsions laser femtoseconde) pour comparer la fréquence optique à celle de la transition hyperfine du césium.

Mesure de la fréquence de la transition 1s-2s de H à  $2 \times 10^{-14}$  près  
M. Niering *et al*, Phys. Rev. Lett. 84, 5496 (2000)

# ACES sur la station spatiale

cnes  
esa



- Référence de temps
- Validation des horloges spatiales
- Tests de physique fondamentale

C. Salomon *et al* , C. R. Acad. Sci. Paris, t.2, Série IV, p. 1313-1330 (2001)

# **OPTIQUE ET INTERFÉROMÉTRIE ATOMIQUES**

# Ondes associées à une particule matérielle

1924 Relation de Louis de Broglie

$$\lambda_{\text{dB}} = \frac{h}{mv}$$

1927 Expériences de Davisson Germer  
Microscopie électronique

## Diffraction de neutrons

- Structure et dynamique de divers types de milieux
- Réalisation d'interféromètres utilisant des diffractions de Bragg sur 3 lames taillées dans le même cristal  
Grand nombre d'effets physiques intéressants étudiés au moyen de ces interféromètres : rotation de  $2\pi$  d'un spin  $\frac{1}{2}$ , effets inertiels (gravitation, rotation), effets topologiques...

Voir cours 1992-93

# Ondes associées à des atomes

Diffraction d'un jet d'atomes d'hélium sur la surface d'un cristal de NaCl      Estermann, Stern 1930

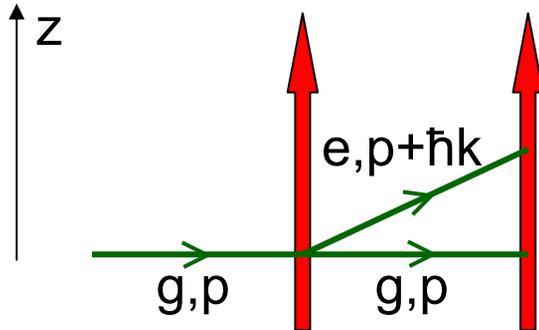
Développement de méthodes nouvelles pour réaliser des « composants » pour ondes de de Broglie atomiques

- Nanostructures réalisées par des méthodes de lithographie  
  **Systemes de fentes de 100 nm à 1 $\mu$ m de large**
- Diffraction d'ondes de de Broglie atomiques par des ondes laser stationnaires  
  **Extension aux atomes de l'effet introduit par Kapitza et Dirac pour des électrons**
- Lames séparatrices pour ondes de de Broglie associées à des échanges d'impulsion entre atomes et photons lors de processus d'absorption ou d'effet Raman stimulé
- Réflexion d'une onde de de Broglie sur une onde laser évanescente désaccordée vers le bleu

# Ondes associées à des atomes (suite)

## Extension des franges de Ramsey au domaine optique

### Difficulté

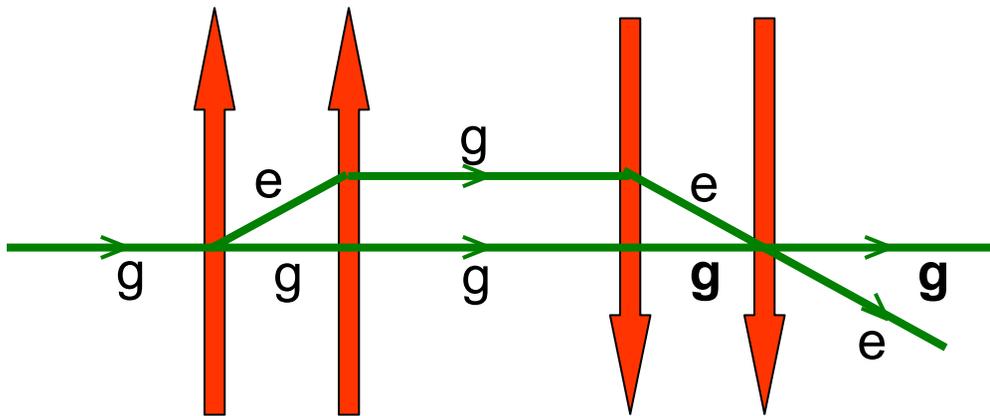


La dispersion de vitesse  $dv$  le long de l'axe  $z$  brouille les franges si  $\delta v T > \lambda_{\text{Laser}}$  ( $T$  : temps de vol d'une onde à l'autre)

$$\delta v T > \lambda_{\text{Laser}} \Rightarrow \frac{\hbar}{m \delta v} < \frac{\hbar k}{m} T$$

Longueur de cohérence sur  $z$   
< Séparation des paquets d'onde

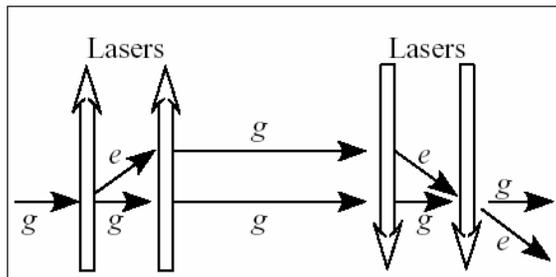
## Une solution possible : Interféromètre de Ramsey Bordé



L'utilisation de 2 paires d'ondes se propageant dans des sens opposés et de même écart permet de recombinaison les paquets d'ondes et d'éviter le brouillage des franges

C. Bordé, C. Salomon, S. Avrillier, A. Van Lerberghe, C. Bréant, D. Bassi, S. Scolès, Phys. Rev. A30, 1836 (1984)

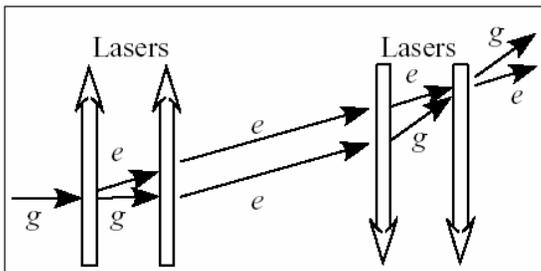
# Exemple d'application des interféromètres de Ramsey Bordé : mesure de $h/m$



$$P(e) = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cos 2(\omega_L - \omega_A - \omega_R)T$$

$$\omega_R = \hbar k^2 / 2m$$

T: temps de vol entre les 2 ondes d'une paire



$$P(e) = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cos 2(\omega_L - \omega_A + \omega_R)T$$

Voir Cours au Collège de France 1992-93, Chap. III

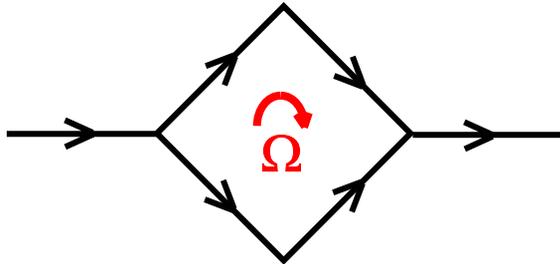
On obtient pour la probabilité de sortir dans e 2 systèmes de franges de Ramsey centrées en  $\omega_L = \omega_A + \omega_R$  et  $\omega_L = \omega_A - \omega_R$ . On en déduit la valeur de  $h/m_A$  et par suite celle de  $\alpha$

$$\alpha^2 = \frac{2Ry}{c} \frac{m_{\text{proton}}}{m_{\text{electron}}} \frac{m_{\text{atome}}}{m_{\text{proton}}} \frac{h}{m_{\text{atome}}}$$

Méthode développée par l'équipe de S. Chu à Stanford  
Expérience également en cours au LKB (équipe de F. Biraben)

## Autre application : gyromètres à ondes de de Broglie

Utilisent l'équivalent, pour les ondes de de Broglie, de l'effet Sagnac pour les ondes lumineuses (voir cours 1992-93, Chapitres VII et VIII. )



Le déphasage entre les ondes se propageant dans les 2 bras de l'interféromètre dépend de la vitesse angulaire  $\Omega$  de la plateforme par rapport à un référentiel galiléen.

$$(\delta\phi)_{\text{photon}} = \frac{2\omega}{c^2} S \Omega$$

$$(\delta\phi)_{\text{atome}} = \frac{2m}{\hbar} S \Omega$$

$\omega$ : fréquence de la lumière

S : Surface de l'interféromètre

$$(\delta\phi)_{\text{atome}} / (\delta\phi)_{\text{photon}} = mc^2 / \hbar\omega \approx 10^{11}!$$

Les premiers gyromètres à ondes de de Broglie ont été réalisés au PTB en Allemagne. Les plus élaborés sont réalisés dans l'équipe de M. Kasevich aux USA, atteignant une sensibilité de  $6 \times 10^{-10}$  rad/s pour un temps d'intégration de 1s (la rotation de la terre est  $7.3 \times 10^{-6}$  rad/s)

Voir les comptes rendus du Symposium HYPER (Paris 4-6 Nov. 2002)  
sur le site : [atomoptic.iota.u-psud.fr/hyper/](http://atomoptic.iota.u-psud.fr/hyper/)

# L'impact des atomes froids

## Ralentissement des atomes → $\langle p \rangle$ petit

Une faible valeur de  $\langle p \rangle$  augmente la déviation angulaire  $\hbar k / \langle p \rangle$  du jet atomique après transfert d'impulsion d'un photon dans une direction perpendiculaire.

Une faible valeur de  $\langle p \rangle$  rend plus aisée le rebondissement de atomes sur la barrière de potentiel associée à une onde évanescente (énergie cinétique  $<$  hauteur de la barrière).

## Refroidissement des atomes → $\langle \delta p \rangle$ petit

$\delta p$  petit → longueur de cohérence  $\xi = \hbar / \delta p$  grande

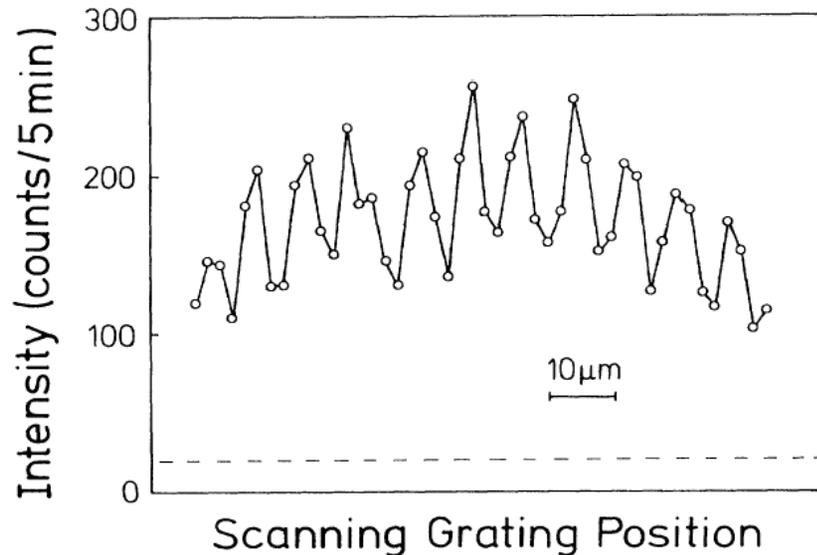
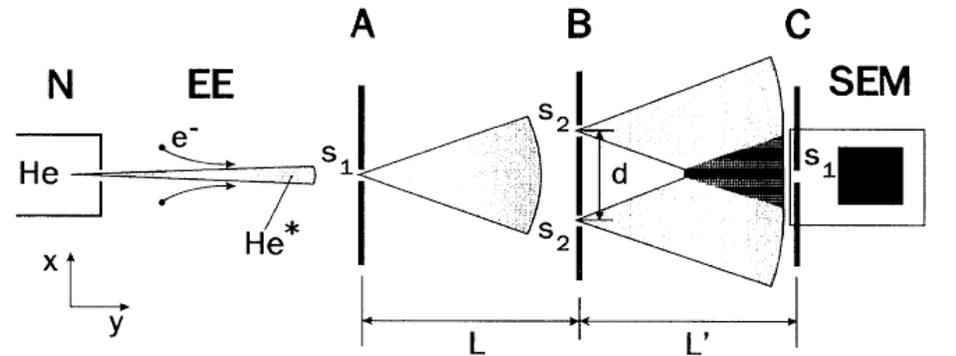
Focalisation plus aisée. Franges d'interférences plus fines

## Possibilité d'une optique dissipative

Collimation par refroidissement transverse

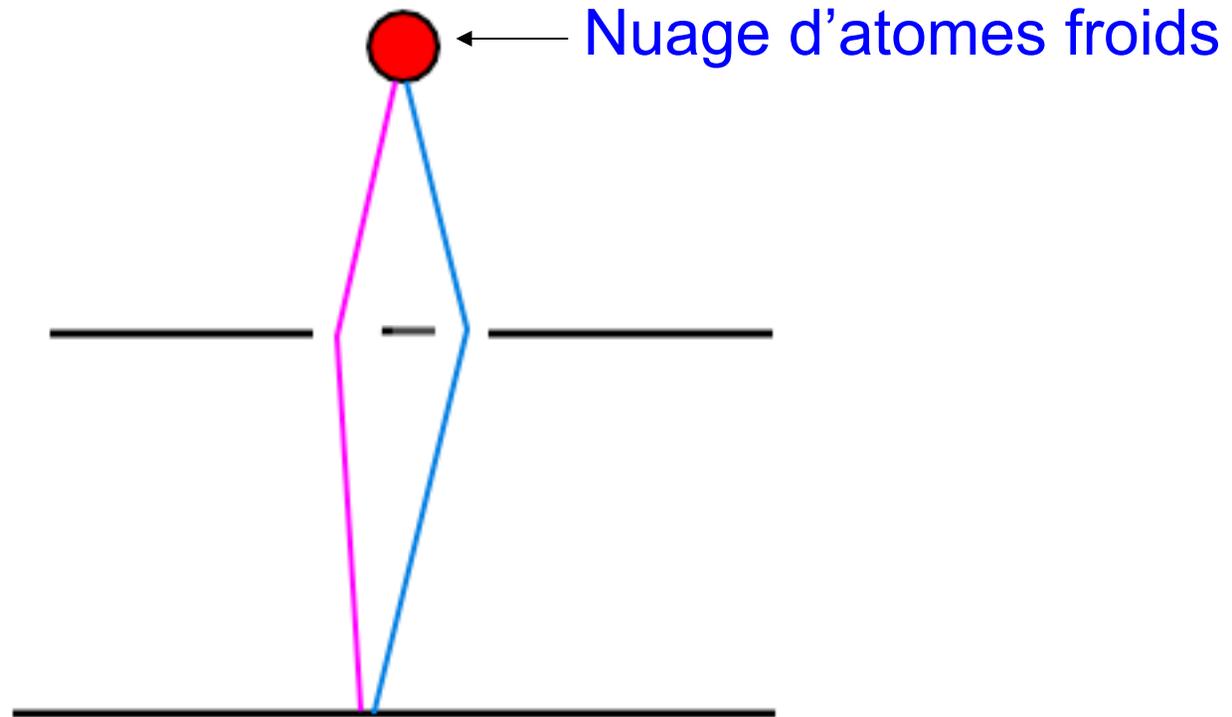
Non conservation de l'étendue

# Franges d'interférence obtenues avec des atomes d'hélium métastables



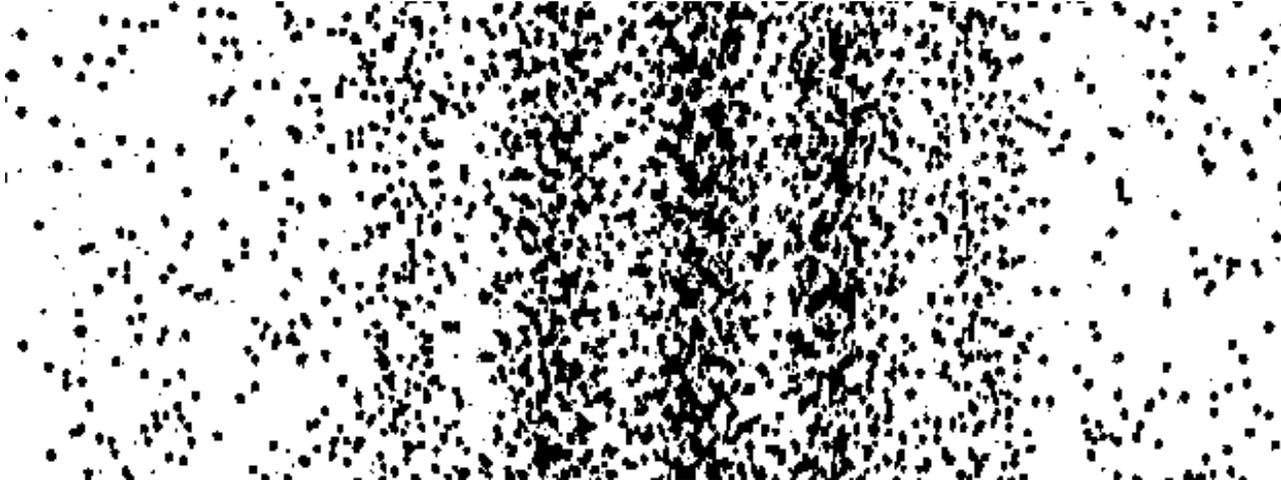
O. Carnal, J. Mlynek  
Phys. Rev. Lett.  
**66**, 2689 (1991)

# Franges d'interférence obtenues avec des atomes de Neon métastables



F.Shimizu, K.Shimizu, H.Takuma Phys.Rev. **A46**, R17 (1992)

# Résultats de l'expérience



Chaque atome donne naissance à un impact localisé  
La répartition spatiale des impacts est modulée spatialement

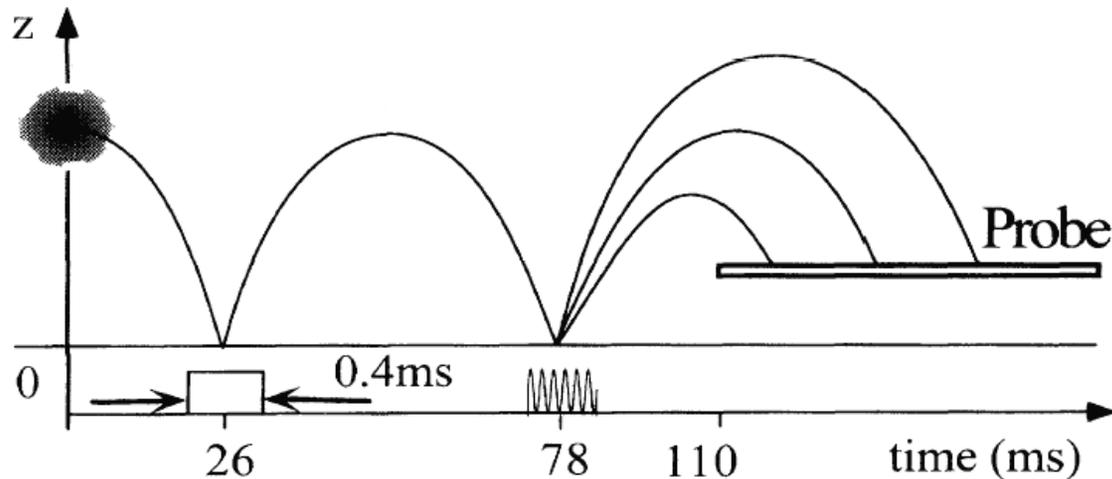
Dualité onde-corpuscule pour les atomes

L'onde associée au corpuscule permet de calculer  
la probabilité pour que le corpuscule se manifeste

# Autres exemples d'effets mettant en évidence l'aspect ondulatoire du mouvement des atomes

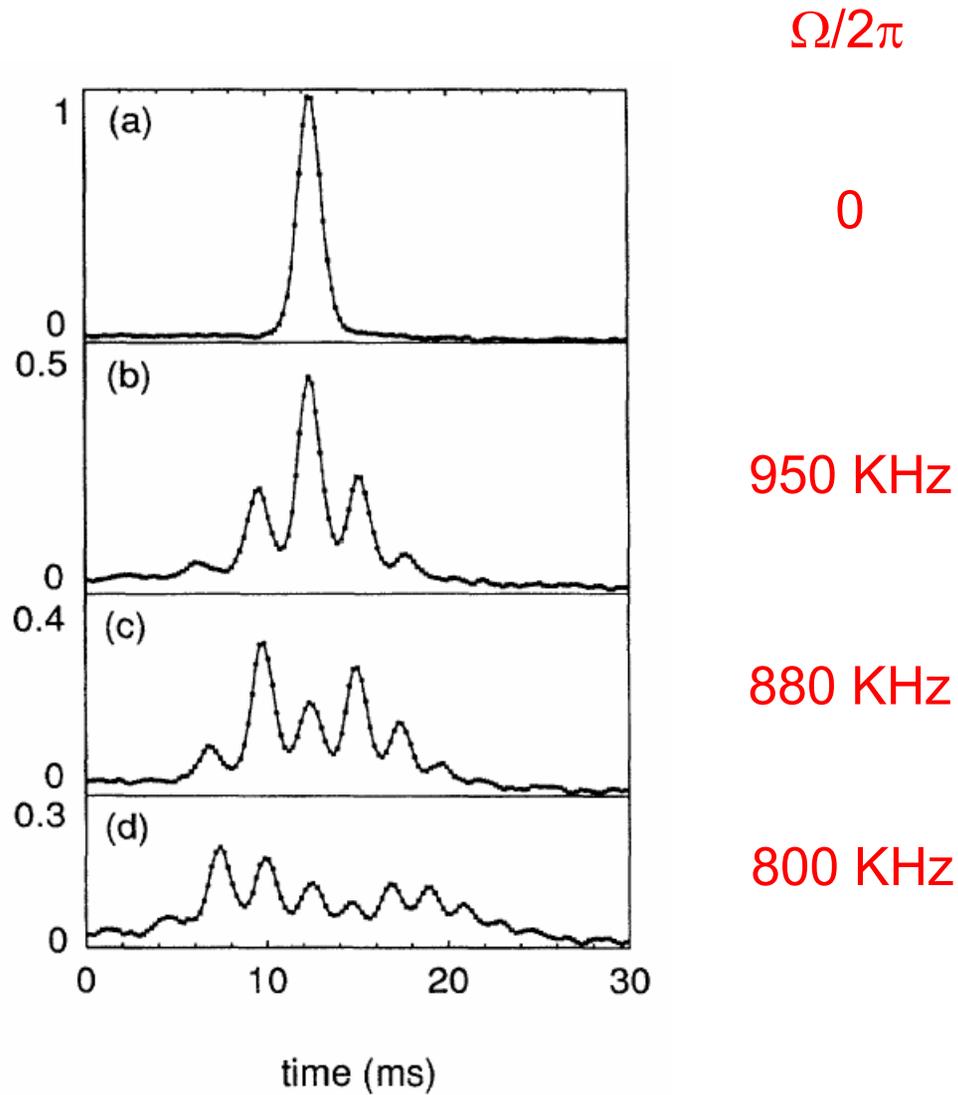
## Exemple 1: modulation de fréquence d'ondes de de Broglie

- Réflexion de paquets d'ondes atomiques par un miroir pour atomes (onde évanescente) vibrant à la fréquence  $\Omega$ .
- Modulation de fréquence des ondes réfléchies se traduisant par l'apparition de bandes latérales  $\pm n\hbar\Omega$  ( $n=1,2,3\dots$ ) dans le spectre d'énergie des atomes qui rebondissent.



A. M. Steane, P. Szriftgiser, P. Desbiolles, and J. Dalibard,  
Phys. Rev. Lett. **74**, 4972 (1995)

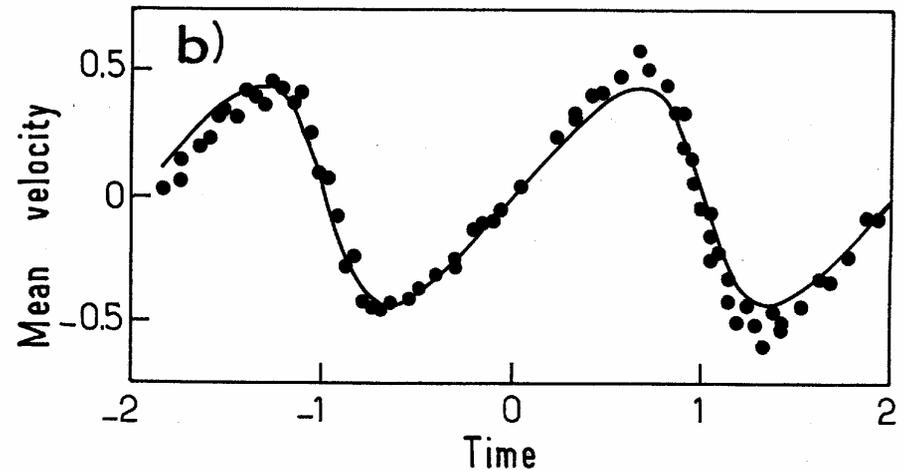
# Résultats expérimentaux



Effet purement quantique

## Exemple 2: oscillations de Bloch

- Atomes ultrafroids ( $\delta p < \hbar k$ ) délocalisés sur plusieurs  $\lambda_{\text{Laser}}$ . Possibilité de préparer des états de Bloch pour un atome dans le potentiel périodique d'une onde laser stationnaire.
- Accélération de l'onde stationnaire par balayage de fréquence. Dans le référentiel au repos de l'onde, les atomes sont soumis à une force inertielle constante et à un potentiel périodique.
- L'onde de de Broglie est accélérée et subit une réflexion de Bragg sur le potentiel périodique dès que  $\lambda_{\text{dB}} = \lambda_{\text{Laser}}$ . La vitesse moyenne  $\langle v \rangle$  oscille au lieu de croître linéairement.



M. Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, C. Salomon,  
Phys. Rev. Lett., 76, 4508 (1996)

## **Cours 11**

# **GAZ QUANTIQUES DÉGÉNÉRÉS**

## Buts de ce cours

- Passer en revue les propriétés nouvelles qui apparaissent dans un gaz d'atomes identiques à très basse température.
- Montrer qu'il existe divers régimes quantiques suivant les valeurs relatives des diverses longueurs caractéristiques : longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_{dB}$ , portée  $r_0$  de l'interaction atome – atome, distance moyenne  $d$  entre atomes.
- Présenter une brève revue historique des recherches poursuivies dans ce domaine montrant les motivations initiales et l'évolution des idées.
- Décrire quelques approches théoriques qui ont été suivies pour analyser quantitativement les phénomènes observés.
- Une sélection, nécessairement très partielle, de quelques résultats obtenus sera présentée au cours 12.

# Quelques références générales

## Cours récents au Collège de France

1997-1998 : Condensation de Bose Einstein. Gaz sans interactions.

1998-1999 : Condensation de Bose Einstein. Effet des interactions.

1999-2000 : Propriétés de cohérence des condensats de Bose Einstein.

2000-2001 : Réponse d'un condensat à divers types d'excitation.

2001-2002 ; Condensats de Bose-Einstein en rotation.

Notes de cours disponibles sur : [www.phys.ens.fr/cours/college-de-france/](http://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france/)

## 2 ouvrages récents

- C. Pethick, H. Smith, Bose Einstein condensation in dilute Bose gases, Cambridge University Press, 2002.
- L. Pitaevskii, S. Stringari, Bose Einstein condensation, Clarendon Press, Oxford, 2003.

## Séminaire Poincaré sur la condensation de Bose Einstein

Journée du 29 Mars 2003

Texte des conférences sur : [www.lpthe.jussieu.fr/poincare](http://www.lpthe.jussieu.fr/poincare)

# Plan

## Généralités

Bosons et fermions dans un piège harmonique.

Statistiques quantiques.

Longueurs caractéristiques. Les divers régimes.

## Bref historique

Transport quantique dans un gaz de fermions polarisés.

Recherche de la condensation sur l'hydrogène polarisé.

Recherche de la condensation sur les alcalins.

## Description des interactions à basse température

Longueur de diffusion.

Pseudopotentiel.

## Condensats de Bose-Einstein. Théories de champ moyen

Equation de Gross Pitaevskii.

## Gaz de Fermi dégénérés

# **GÉNÉRALITÉS**

# Fermions et Bosons

## Les fermions

Particules de spin  $\frac{1}{2}$  entier

Exemples : électron, proton, neutron

2 fermions identiques ne peuvent pas être dans le même état quantique (principe d'exclusion de Pauli)

## Les bosons

Particules de spin entier

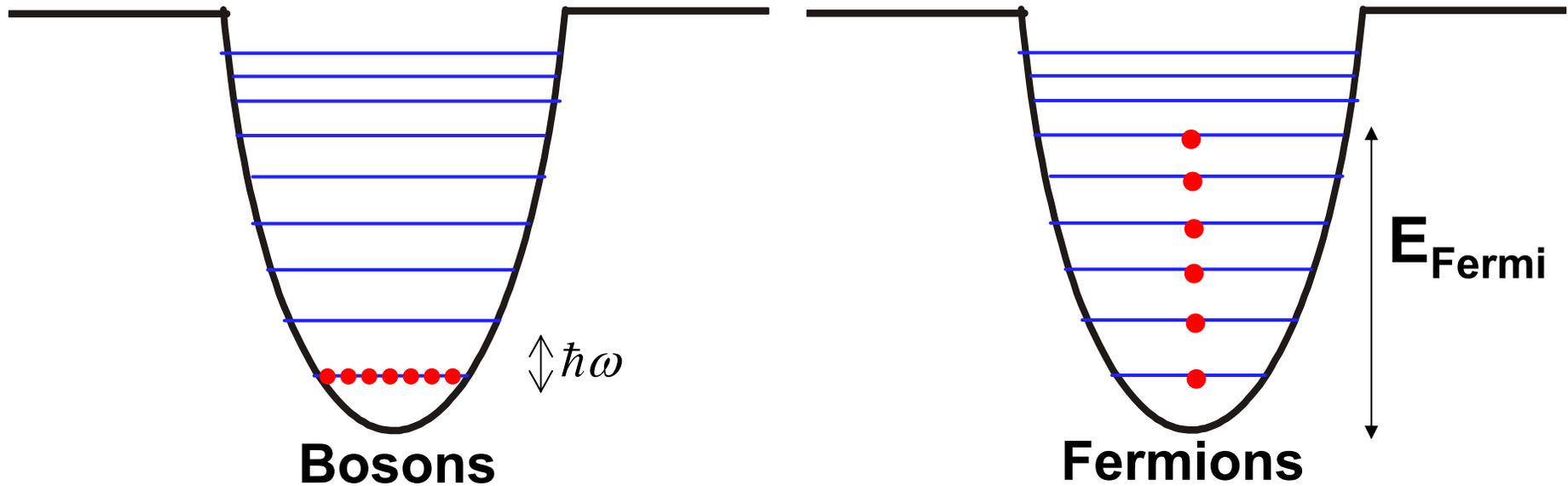
Exemples : photon, méson

Tendance à l'agglutination dans le même état quantique

## Systemes composites comme les atomes

Un atome est un boson s'il contient un nombre pair de fermions (Ex : H, He<sup>4</sup>, Li<sup>7</sup>, Na<sup>23</sup>, Rb<sup>87</sup>), un fermion s'il contient un nombre impair de fermions (Ex : D, He<sup>3</sup>, Li<sup>6</sup>)

# Gaz parfaits de bosons et fermions dans un piège



Température critique  $T_C$  pour la condensation de Bose Einstein

$$k_B T_C = \hbar \omega (0.83 N)^{1/3}$$

Température de Fermi  $T_F$

$$k_B T_F = E_{\text{Fermi}} = \hbar \omega (6 N)^{1/3}$$

- Pour  $T < T_C$ , les bosons se condensent dans l'état fondamental du piège. Dégénérescence quantique.
- Chaque état est occupé par un seul fermion. Régime de dégénérescence quantique quand  $T < T_F$

# Condensation de Bose Einstein

$$k_B T_C = 0.94 \hbar \omega N^{1/3} \quad N \gg 1 \quad \Rightarrow \quad k_B T_C \gg \hbar \omega$$

La condensation n'est pas un effet thermique trivial qui apparaîtrait quand l'énergie thermique  $k_B T$  devient de l'ordre de l'écart  $\hbar \omega$  entre le niveau fondamental et le premier niveau excité. C'est une conséquence de la statistique de Bose-Einstein.

Le nombre d'occupation  $N_\lambda$  d'un niveau  $\lambda$ , d'énergie  $\varepsilon_\lambda$  vaut:

$$N_\lambda = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_\lambda - \mu)} - 1} = \frac{1}{z^{-1} e^{\beta \varepsilon_\lambda} - 1} = \frac{z}{e^{\beta \varepsilon_\lambda} - z}$$

$$\beta = 1/k_B T \quad \mu = \text{potentiel chimique}$$

$$z = \exp(+\beta \mu) = \text{fugacité} \quad \text{varie entre 0 et 1}$$

Limite classique :  $z \ll 1$        $N_\lambda = z \exp(-\beta \varepsilon_\lambda)$

Statistique de Maxwell Boltzmann

# Populations de l'état fondamental et de l'état excité

$$N = N_0 + N_{\text{exc}} \quad N_0 = \frac{z}{1-z} \quad \text{On prend } \varepsilon_{\text{min}} = \varepsilon_0 = 0$$

$$N_{\text{exc}} = \sum_{\lambda \neq 0} N_{\lambda} = \sum_{\lambda \neq 0} g_{\lambda} \frac{z}{e^{\beta \varepsilon_{\lambda}} - z} \quad g_{\lambda} : \text{dégénérescence du niveau } \lambda$$

Comme  $z$  varie de 0 à 1, on a, pour  $n \neq 0$  :

$$\frac{z}{e^{\beta \varepsilon_n} - z} < \frac{1}{e^{\beta \varepsilon_n} - 1}$$

de sorte que :

$$N_{\text{exc}} < N_{\text{sat}} \quad \text{où} \quad N_{\text{sat}} = \sum_{n \neq 0} g_n \frac{1}{e^{\beta \varepsilon_n} - 1}$$

En remplaçant la somme discrète qui apparaît dans  $N_{\text{sat}}$  par une intégrale, on obtient, pour un oscillateur isotrope:

$$N_{\text{sat}} \simeq 1.202 \left( \frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3$$

# Phénomène de condensation

Pour  $T$  suffisamment grand,  $N_{\text{sat}}$ , qui varie comme  $T^3$ , est grand devant  $N$ . Les populations des niveaux excités sont loin de leur valeur à saturation. On a  $z \ll 1$  et la statistique se confond avec celle de Boltzmann :  $N_n \simeq g_n z \exp(-\beta \varepsilon_n)$

Diminuons  $T$  jusqu'à atteindre une valeur  $T_C$  telle que :

$$N_{\text{sat}}(T = T_C) = 1.202 (k_B T_C / \hbar \omega)^3 = N$$

Quand  $T < T_C$ , on en déduit que :

$$N_{\text{sat}}(T < T_C) < N$$

Même saturée, la population globale des états excités n'arrive plus à accommoder la population globale  $N$ . L'excédent  $N - N_{\text{sat}}(T)$  se retrouve donc nécessairement condensé dans l'état fondamental dont la population devient une proportion croissante de  $N$  au fur et à mesure que  $T$  décroît

# Proportion d'atomes condensés

Au voisinage de  $T_C$ , et pour  $T < T_C$ , la population globale est pratiquement saturée, et on peut donc écrire :

$$N = N_0 + N_{\text{sat}}(T)$$

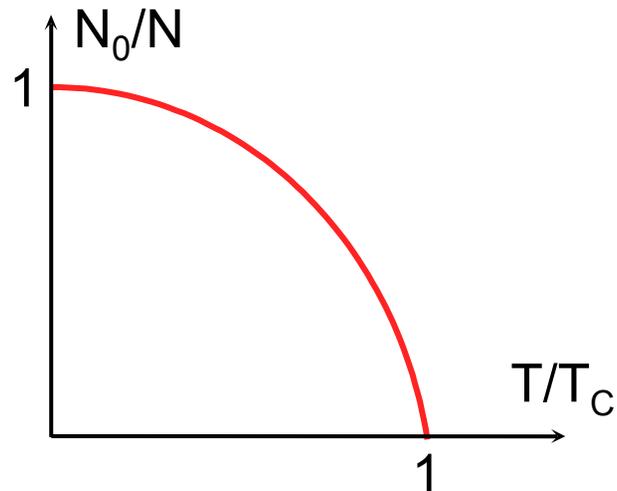
Par ailleurs, par définition même de  $T_C$ ,  $N = N_{\text{sat}}(T_C)$

De plus, comme  $N_{\text{sat}}(T) \propto T^3$ ,

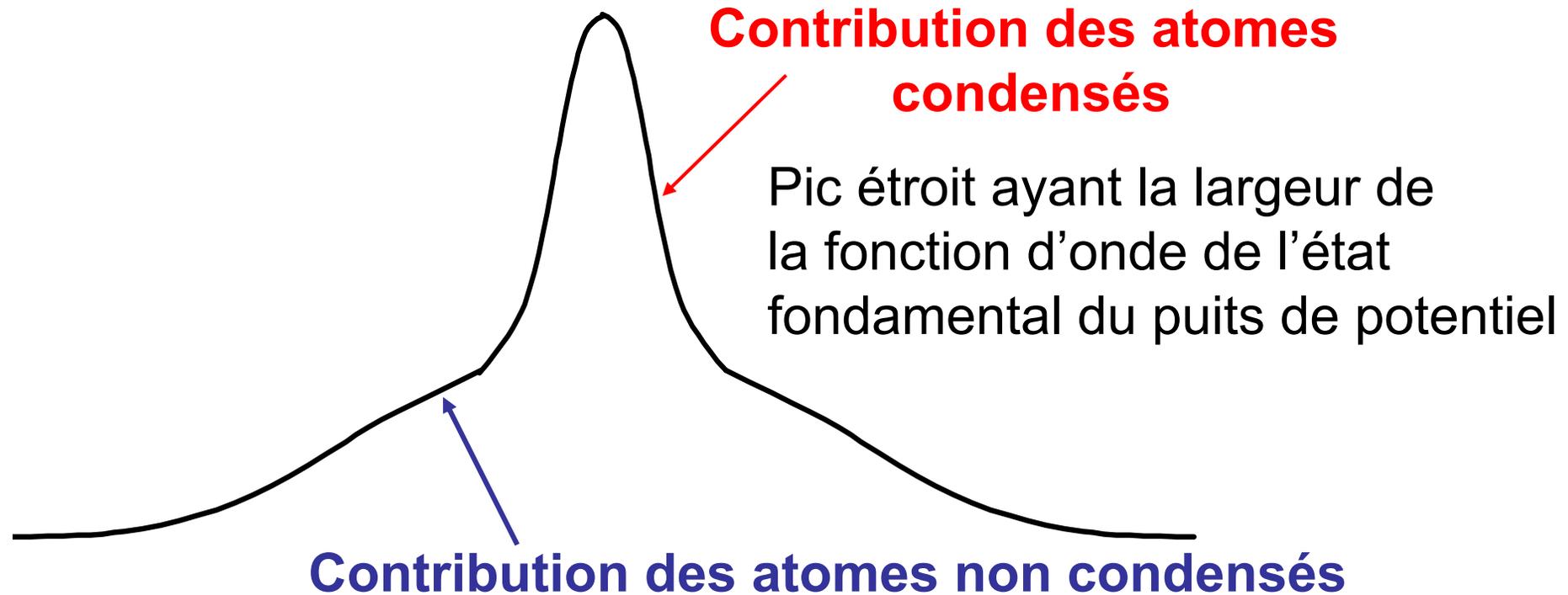
$$N_{\text{sat}}(T) = N_{\text{sat}}(T_C) \left( T / T_C \right)^3 = N \left( T / T_C \right)^3$$

On en déduit que  $N = N_0 + N \left( T / T_C \right)^3$  et donc que :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_C} \right)^3$$



# Structure bimodale de la distribution spatiale des bosons



Piédestal large provenant du nuage d'atomes non condensés qui sont répartis dans les états excités du puits décrits par des fonctions d'onde plus larges que celle de l'état fondamental

# Phénomène de condensation

## Interprétation ondulatoire

La température critique  $T_C$  correspond à une situation où la longueur d'onde de de Broglie, qui augmente quand la température diminue, devient de l'ordre de la distance moyenne entre atomes. Les paquets d'ondes des divers atomes commencent alors à se recouvrir et à interférer. Plus précisément, on peut montrer à partir de l'expression de  $T_C$  que:

$$n_0(T = T_C) [\lambda_{dB}(T = T_C)]^3 = 2.612$$

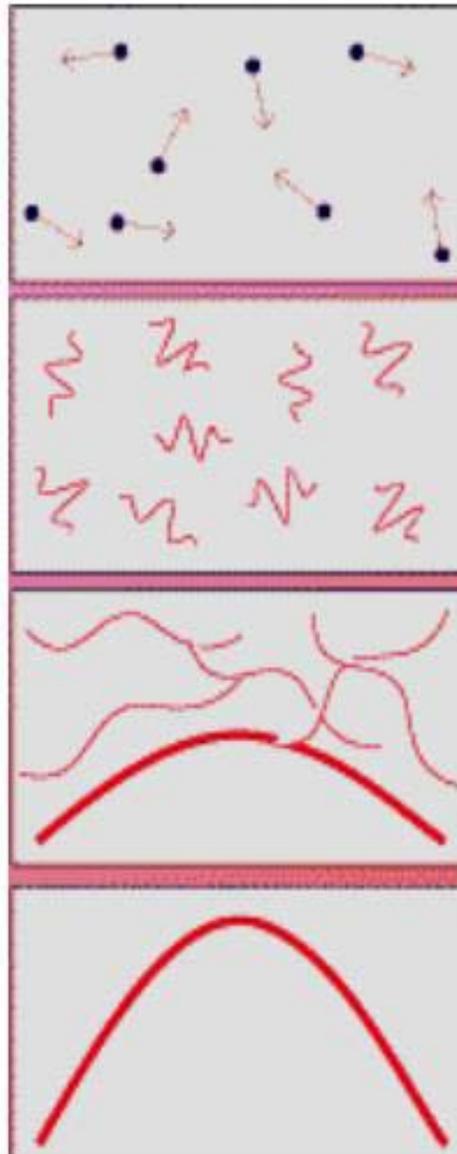
où  $n_0(T=T_C)$  est la densité spatiale au centre du piège pour  $T=T_C$  et où:

$$\lambda_{dB}(T = T_C) = \sqrt{\frac{\pi \hbar^2}{2mk_B T_C}}$$

La même relation entre  $n_0$  et  $\lambda_{dB}$  demeure valable pour des bosons dans une boîte, la densité spatiale étant alors uniforme.

Allure des ondes associées aux atomes piégés

Evolution de ces ondes quand  $T$  décroît d'une valeur très supérieure à  $T_C$  à une valeur très inférieure



$$T \gg T_C$$

$$T > T_C$$

$$T \approx T_C$$

$$T \ll T_C$$

W. Ketterle

# Longueurs caractéristiques

## Les divers régimes

### Longueurs caractéristiques

$r_0$  : Portée du potentiel d'interaction  $V(r)$  entre 2 atomes.

$d$  : Distance moyenne entre atomes ( $d=n^{-1/3}$  où  $n$  est la densité spatiale)

$\lambda_{dB}$  : Longueur d'onde de de Broglie

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{\pi \hbar^2}{2m k_B T}}$$

Régime :  $\lambda_{dB} \ll r_0 \ll d$

Gaz classique.

Aussi bien les collisions entre atomes que les populations d'équilibre des niveaux d'énergie peuvent être décrites classiquement.

**Régime** :  $r_0 \ll \lambda_{dB} \ll d$

Les populations d'équilibre des niveaux d'énergie obéissent toujours à la statistique de Maxwell Boltzmann. Le gaz est non dégénéré puisque  $\lambda_{dB} < d$ .

Par contre, les collisions entre atomes identiques sont affectées par la statistique quantique puisque  $r_0 < \lambda_{dB}$ .

Gaz classique avec propriétés de transport quantiques.

**Régime** :  $r_0 \ll d \ll \lambda_{dB}$

Gaz quantique dégénéré puisque  $\lambda_{dB} > d$ . La statistique classique de Maxwell Boltzmann n'est plus valable.

Les collisions ne peuvent toujours pas être décrites classiquement puisque  $r_0 < \lambda_{dB}$ .

Le gaz reste dilué puisque  $r_0 < d$ .

# **BREF HISTORIQUE**

# Transport quantique dans un gaz de fermions polarisés

2 fermions identiques polarisés ne peuvent pas être au même point de l'espace (principe de Pauli).

Ils ne peuvent donc pas entrer en collision dans l'onde s ( $l=0$ ).

Dans l'onde p ( $l=1$ ), leur distance minimale d'approche est de l'ordre de  $\lambda_{dB}$ . Si  $\lambda_{dB} \gg r_0$ , les 2 fermions ne ressentent plus leur interaction  $V(r)$  et le gaz se comporte comme un gaz parfait.

Modification des propriétés de transport (conductivité thermique, viscosité), ondes de spin...

**C. Lhuillier, F. Laloë**

**J. de Physique, 40, 239 (1979)**

**J. de Physique, 43, 127 and 225 (1982)**

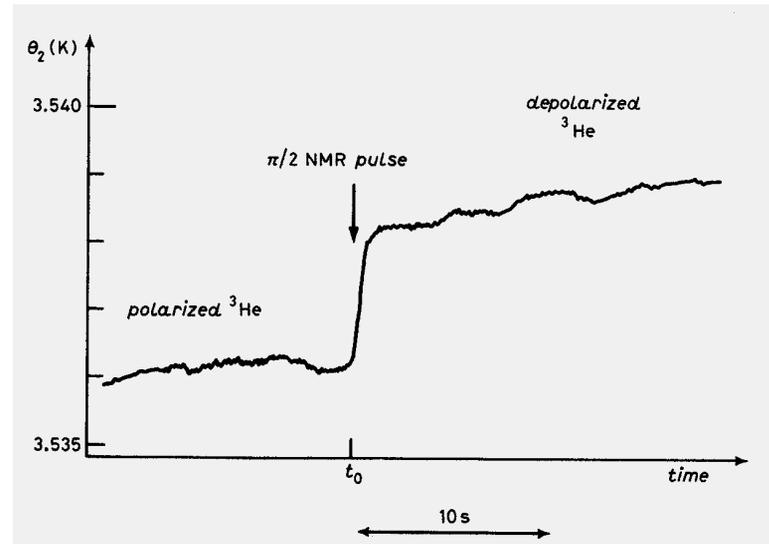
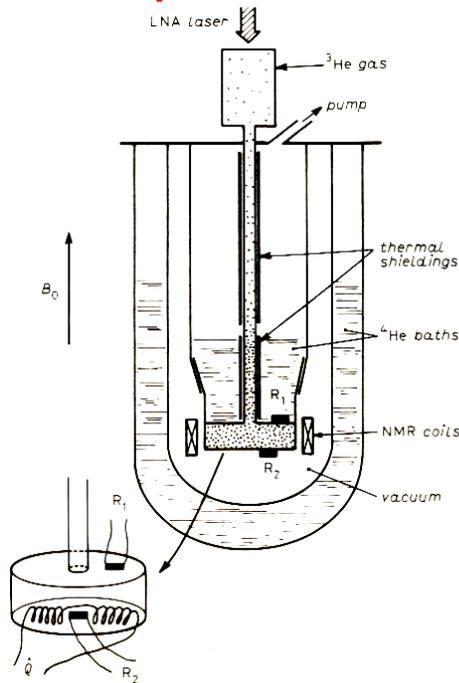
**Série de colloques « SPOQS » (Spin Polarized Quantum Systems)**

# Transport quantique dans He<sup>3</sup> polarisé

Intérêt de He<sup>3</sup> polarisé: faible masse, possibilité de refroidissement cryogénique → grandes valeurs de  $\lambda_{dB}$ .

## Exemple de résultat expérimental

Modification de la conductivité thermique d'un gaz de He<sup>3</sup> quand on le polarise



M. Leduc, P-J. Nacher, D. Betts, J. Daniels, G. Tastevin, F. Laloë  
Europhys. Lett. 4, 59 (1987)

# La recherche d'effets de dégénérescence quantique sur un système gazeux- Bref historique

## Pourquoi est-ce un défi?

Les effets de dégénérescence apparaissent quand  $\lambda_{dB}$  devient de l'ordre de la distance  $d$  entre particules.

Pour les valeurs de  $d$  correspondant à un gaz, la température  $T$  requise pour réaliser  $\lambda_{dB}$  de l'ordre de  $d$  est si basse que le système est à l'état liquide ou solide.

C'est pourquoi le phénomène de condensation d'un gaz parfait de bosons identiques, prévu par Einstein en 1924, a longtemps été considéré comme purement académique.

London suggère en 1938 que la transition superfluide de He4 à 2.17 K pourrait être reliée à une condensation de Bose-Einstein, mais le système est loin d'être un gaz parfait!

Voir la conférence de S. Balibar au séminaire Poincaré sur la condensation de Bose-Einstein.

Site WEB : [www.lpthe.jussieu.fr/poincare](http://www.lpthe.jussieu.fr/poincare)

## Le renouveau d'intérêt sur ces sujets (au milieu des années 1970)

W. Stwalley et L. Nosanow (P.R.L. 36, 910, 1976) soulignent que l'hydrogène polarisé doit rester gazeux à toute température et que la température de condensation de Bose-Einstein est accessible par des méthodes cryogéniques.

### Intérêt scientifique d'un tel système

- Les interactions entre atomes sont faibles dans un gaz. Elles sont bien connues, surtout pour H, et leur effet peut être calculé de manière précise.
- La superfluidité n'avait jamais été observée dans un gaz.
- Retombées technologiques possibles (maser H)

Démarrage de nombreuses recherches théoriques et expérimentales sur l'hydrogène polarisé.

Équipes de D. Kleppner et T. Greytak à MIT, de I. Silvera et J. Walraven à Amsterdam, de Y. Kagan à Moscou...

## Les avantages de l'hydrogène

- Masse la plus faible ( $\lambda_{dB}$  varie comme  $m^{-1/2}$ )
- Reste gazeux à toute température
- Entièrement calculable
- Facile à polariser dans un champ magnétique réalisable

## Les difficultés

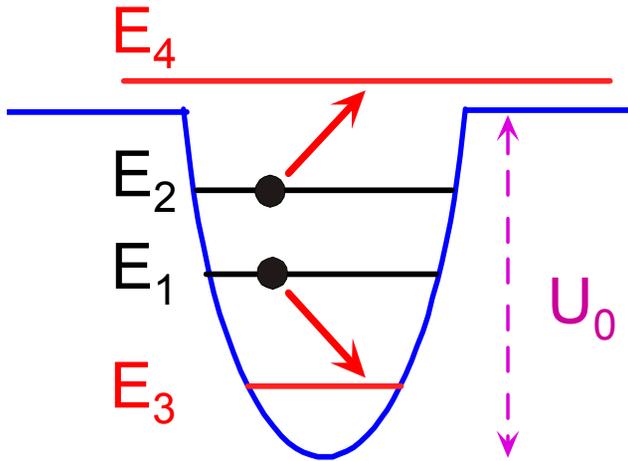
- La raie de résonance de l'hydrogéné ( $Ly \alpha$ ) tombe dans l'ultra violet et les sources laser à ces fréquences ne sont pas faciles à réaliser
- Les limites Doppler (4 mK) et de recul (400  $\mu$ K) du refroidissement laser sont élevées.
- La détection optique des atomes n'est facile. Pas de diagnostic simple pour détecter la condensation.
- Il faut éviter la formation de molécules par basculement de spin d'un atome, ou par collisions à 3 corps en phase gazeuse ou dans la phase adsorbée dans le film d'hélium liquide sur la surface des parois.

# Les diverses stratégies suivies pour condenser l'hydrogène

- 1 – Augmentation de la pression à température constante  
(De l'ordre de 0.1 K sur la paroi recouvert d'hélium)  
Les pertes dues aux collisions à 3 corps en volume ou sur la surface sont trop élevées et ne permettent pas d'atteindre la densité critique.
- 2 – Diminution de la température à une pression suffisamment faible pour réduire les pertes  
Invention du refroidissement évaporatif qui va se révéler crucial pour toutes les expériences de condensation.  
Hess, Phys. Rev. B34, 3476 (1986)  
Parallèlement à ce progrès, les atomes sont piégés magnétiquement pour éviter tout contact avec les parois.

Voir Cours au Collège de France 1996-97

# Redroissement évaporatif



Atomes piégés dans un puits de potentiel de profondeur finie  $U_0$

2 atomes d'énergies  $E_1$  et  $E_2$  subissent une collision élastique

A l'issue de la collision, les 2 atomes ont de énergies  $E_3$  et  $E_4$ , avec

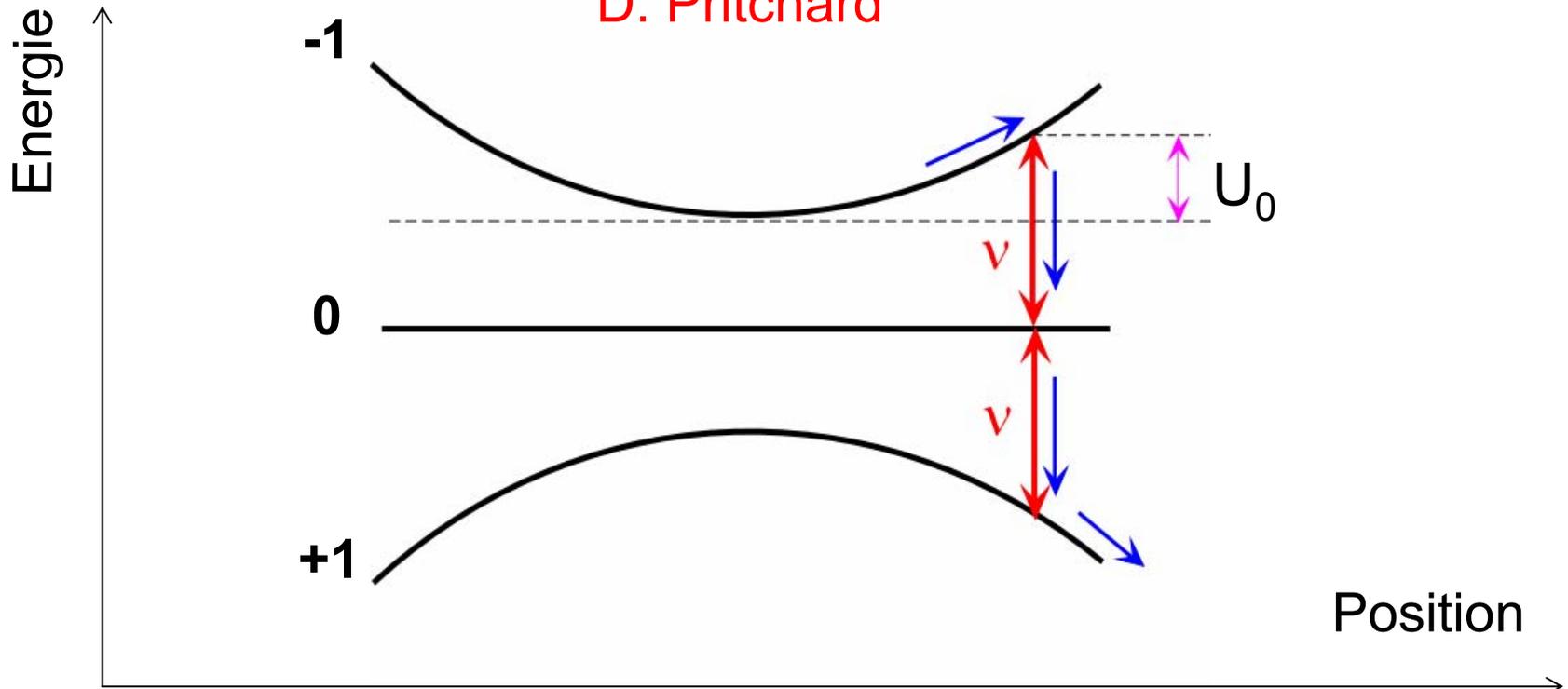
$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4$$

Si  $E_4 > U_0$ , l'atome d'énergie  $E_4$  s'échappe du puits

L'autre atome a une énergie  $E_3$  plus basse. Après rethermalisation des atomes restant piégés, la température de l'ensemble diminue

# Evaporation forcée

D. Pritchard



La profondeur  $U_0$  du puits doit être diminuée quand la température décroît de manière à garder une évaporation efficace.

L'atome est transféré par un champ RF dans un état non piégeant quand son énergie potentielle atteint une valeur  $U_0$  qui dépend de la fréquence  $\nu$  du champ RF et qui peut donc être diminuée à volonté.

## Les avantages des alcalins

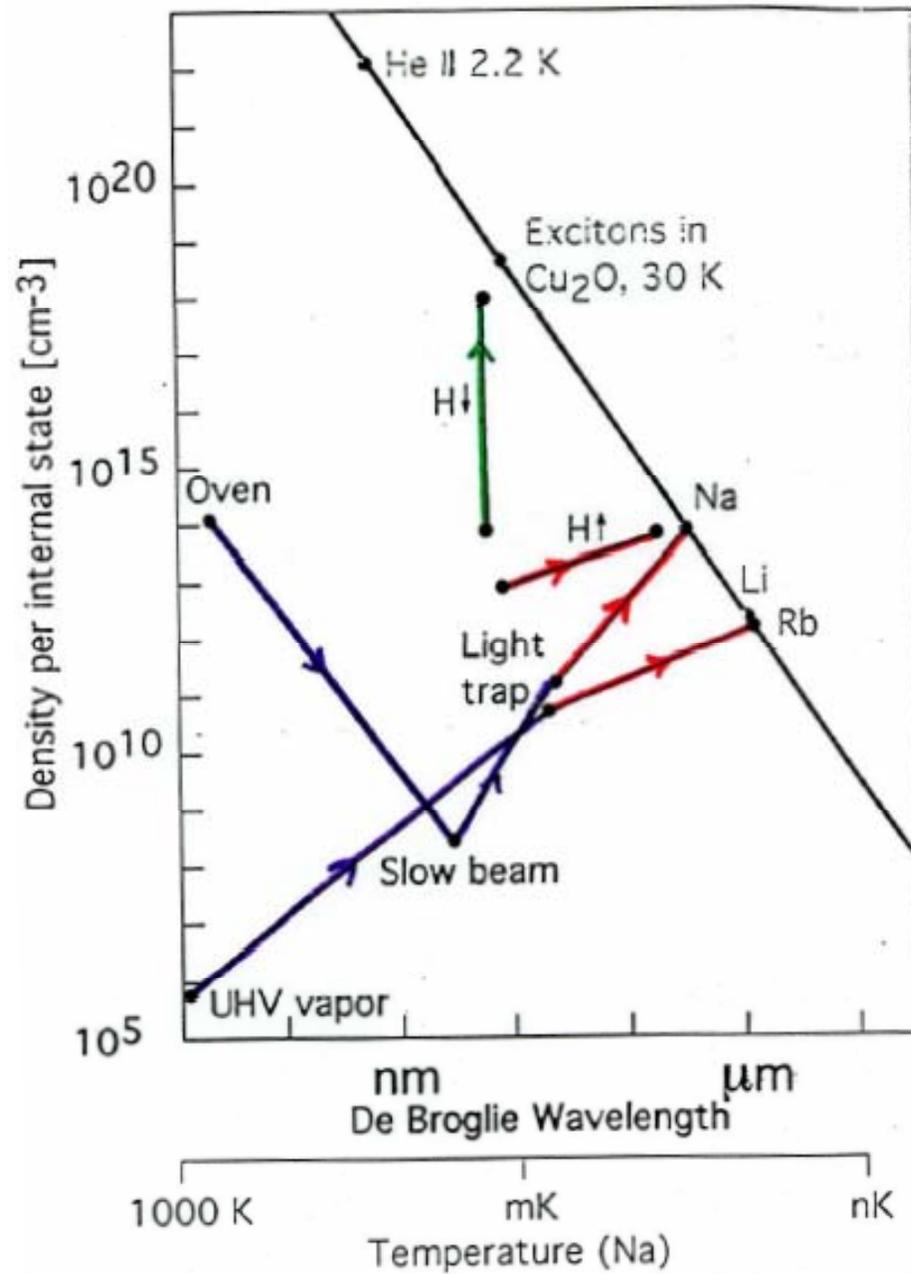
- Faciles à refroidir et à piéger avec des lasers.  
Températures atteintes de l'ordre de quelques  $10^{-6}\text{K}$ .
- Faciles à détecter optiquement

## Les difficultés

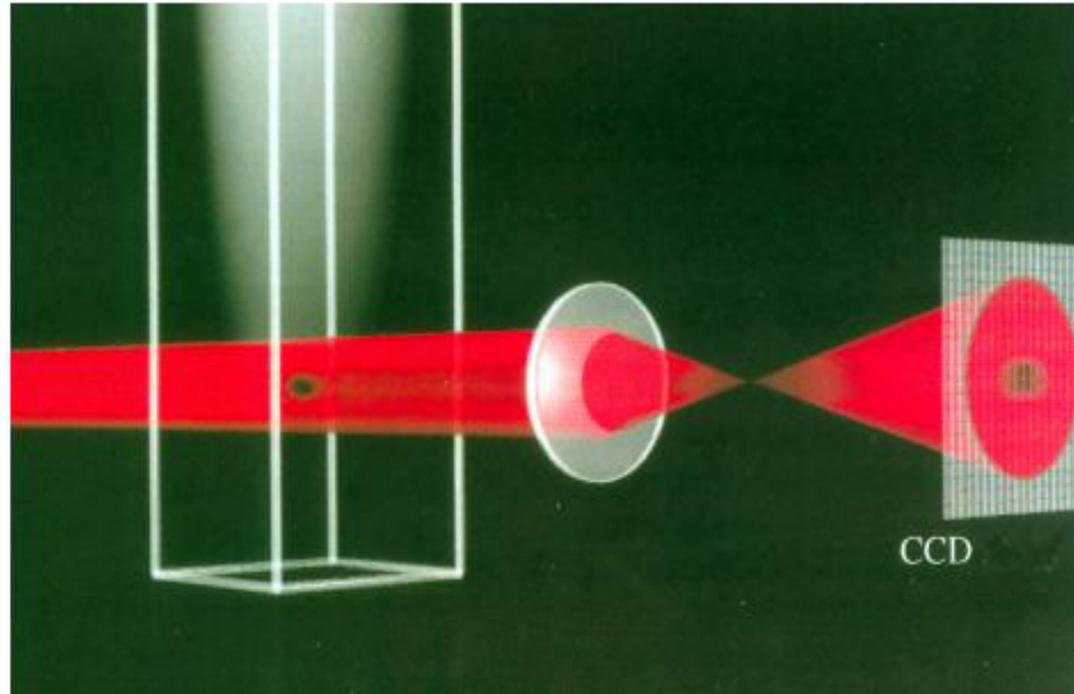
- Le condensat n'est pas l'état d'équilibre thermodynamique.
- Il faut donc éviter les collisions à 3 corps susceptibles de former des molécules et de conduire le système vers le vrai état d'équilibre qui est un solide.
- Les collisions élastiques à 2 corps doivent cependant être efficaces pour assurer une thermalisation efficace et permettre le refroidissement évaporatif.

Le condensat est un état métastable qui doit avoir une durée de vie suffisamment longue pour pouvoir être étudié et un temps de thermalisation suffisamment court.

Ce sont finalement les alcalins qui sont les premiers atomes à être condensés en 1995 à Boulder et au MIT.

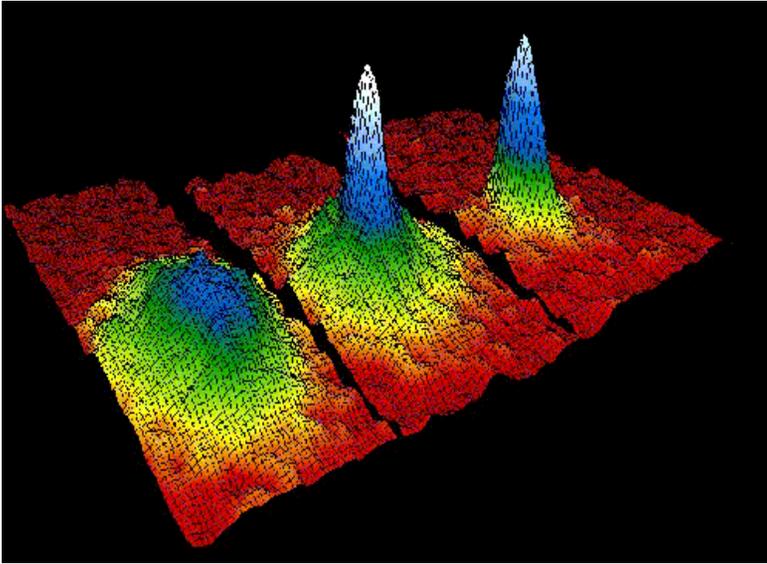


## Visualisation du nuage atomique



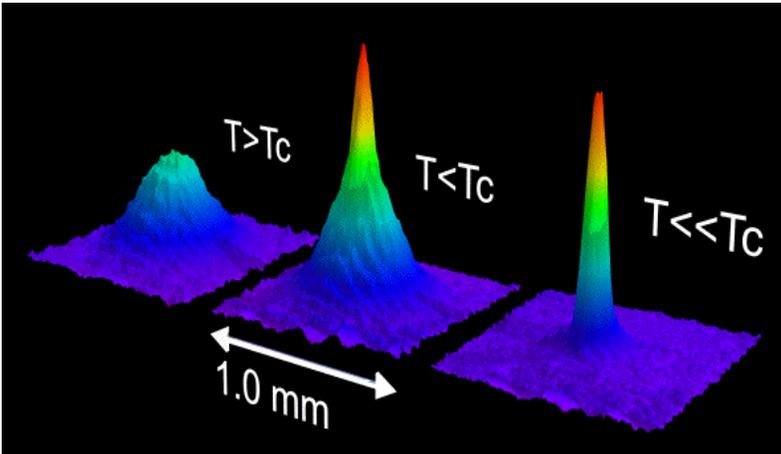
Dépendance spatiale de l'absorption  
d'un faisceau laser sonde par le nuage

JILA



Science, 269, 198 (1995)

MIT



Phys. Rev. Lett. 75, 3969 (1995)

$^{87}\text{Rb}$

Boulder

$^{23}\text{Na}$

MIT

$^7\text{Li}$

Rice

$^1\text{H}$

MIT

$^4\text{He}^*$

Orsay, LKB

$^{41}\text{K}$

Florence

$^{133}\text{Cs}$

Innsbruck

$^{174}\text{Yb}$

Kyoto

# **DESCRIPTION DES INTERACTIONS**

# Description des interactions

Le gaz de bosons piégés n'est pas parfait. Les atomes interagissent lors de collisions. Le gaz est supposé dilué:

$$n r_0^3 \ll 1 \quad n : \text{densité spatiale} \quad r_0 : \text{portée des interactions}$$

Si le gaz est suffisamment dilué, les collisions à 3 corps sont négligeables devant les collisions élastiques à 2 corps (on suppose en plus que les collisions inélastiques à 2 corps négligeables).

Les atomes passent la plus grande partie de leur temps éloignés les uns des autres. Leurs interactions dépendent donc essentiellement de la forme asymptotique des états stationnaires de collision:

$$\psi(r) \underset{r \gg r_0}{\simeq} e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad f(\theta): \text{amplitude de diffusion}$$

À basse température, plus précisément si:

$$r_0 \ll \lambda_{dB} \quad \Leftrightarrow \quad k r_0 \ll 1$$

les collisions élastiques ont lieu dans l'onde s ( $l=0$ ). Les interactions ne dépendent que de l'amplitude de diffusion isotrope  $f_0$  dans l'onde s.

# Amplitude de diffusion dans l'onde s. Longueur de diffusion

On peut montrer (voir références) que :

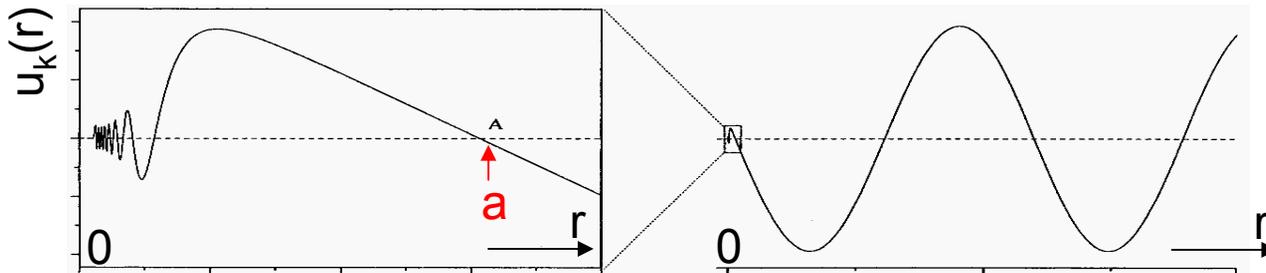
$$f_0 \simeq -\frac{a}{1+ika} \simeq -a \quad \text{si } ka \ll 1 \quad \sigma_{\text{tot}} = 8\pi \frac{a^2}{1+k^2a^2} \simeq 8\pi a^2 \quad \text{si } ka \ll 1$$

où  $a$  est un nombre réel, appelé longueur de diffusion.

**Un seul paramètre,  $a$ , permet donc de caractériser les effets des interactions sur les propriétés physiques du condensat**

## Interprétation graphique de $a$

La fonction d'onde radiale dans l'onde s s'écrit  $u_k(r)/r$ . Pour  $r \gg r_0$ ,  $u_k(r)$  est une sinusoïde.  $a$  est l'abscisse du premier zéro de cette sinusoïde.

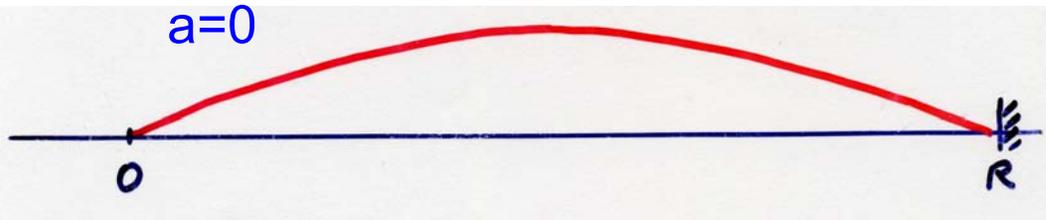


## Références

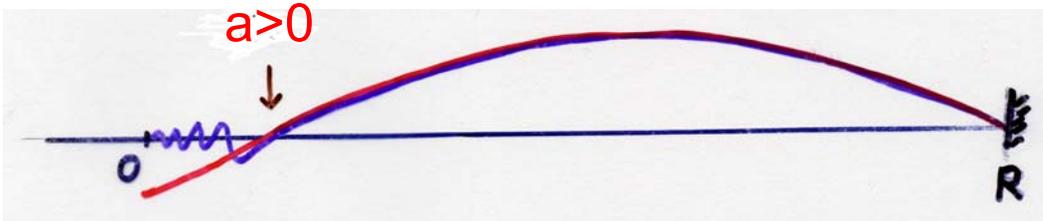
- Cours au Collège de France 1998-99
- J. Dalibard, in Proceedings of Enrico Fermi School, Course CXL, (eds M. Inguscio, S. Stringari, C. Wieman) IOS Press (Amsterdam 1999) p. 321.

# Lien entre le signe de $a$ et le caractère attractif ou répulsif des interactions effectives

En l'absence d'interactions, le spectre de la particule relative est celui d'une particule libre qu'il est commode de discrétiser en enfermant la particule dans une boîte sphérique de rayon  $R$ .

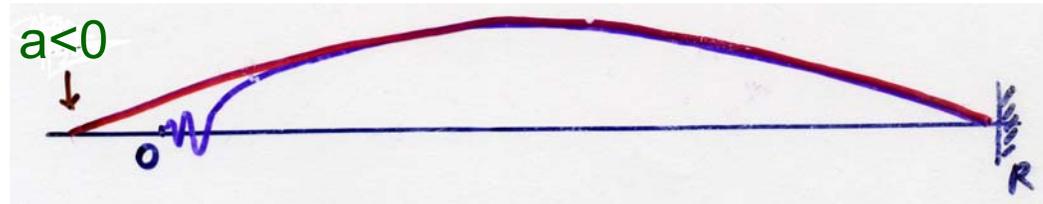


État fondamental :  $\lambda/2 = R$   
 $k = 2\pi/\lambda = \pi/R$   $E_0 = \hbar^2 k^2 / 2\mu$



## Interactions avec $a > 0$

En dehors de la zone d'action de  $V(r)$ , l'énergie est purement cinétique.  $\lambda$  diminue, donc  $k$  et  $E_0$  augmentent

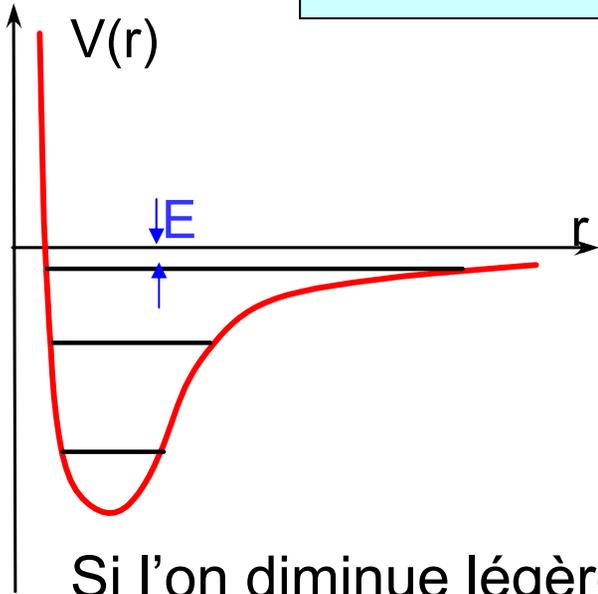


## Interactions avec $a < 0$

$\lambda$  augmente, donc  $k$  et  $E_0$  diminuent

Même si le potentiel  $V(r)$  est toujours attractif, les interactions effectives (à grande distance) entre atomes peuvent être répulsives si  $a > 0$ , attractives si  $a < 0$ , ou nulles si  $a = 0$ .

## Cas où le potentiel $V(r)$ admet un état lié d'énergie de liaison $E$ très faible



Posons :  $E = -\hbar^2 \kappa^2 / 2\mu$        $\kappa \ll 1/r_0$

On peut montrer que  $a$  est alors très grand et positif:

$$a \approx 1/\kappa \gg r_0$$

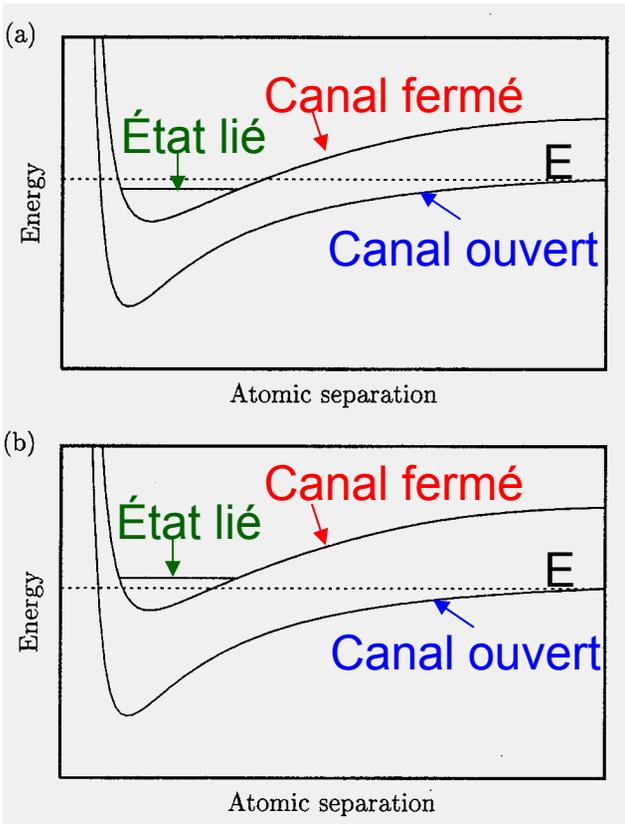
et que l'extension spatiale de l'état lié est de l'ordre de  $a$

Si l'on diminue légèrement la profondeur du puits,  $E$  diminue et s'annule. L'état lié disparaît et passe en quelque sorte dans le continuum pour donner naissance à une résonance de diffusion à une énergie positive très petite.  $a$  est alors négatif et très grand

Quand  $a$  est très grand ( $a \gg r_0$ ), on peut avoir  $ka$  de l'ordre de 1, tout en ayant  $kr_0$  très petit. Il faut alors utiliser l'expression  $8\pi a^2 / (1 + k^2 a^2)$  de la section efficace totale  $\sigma_{\text{tot}}$ , révélant une résonance à énergie nulle. Si  $ka > 1$ ,  $\sigma_{\text{tot}}$  tend vers  $8\pi/k^2$  (limite unitaire).

# Résonances de Feshbach

La particule relative incidente a une énergie  $E > 0$ . Elle appartient à un canal dit « ouvert ». L'énergie  $E$  peut être très proche de celle d'un état lié appartenant à un canal dit « fermé ». Le couplage entre les 2 canaux, dus à des interactions négligées dans la définition des canaux, donne naissance à des variations résonnantes de la longueur de diffusion  $a$ , quand on balaie, au moyen par exemple d'un champ magnétique, la différence entre  $E$  et l'énergie de l'état lié.



Si l'énergie de l'état lié est très proche de  $E$  et inférieure à  $E$ ,  $a$  est positif et très grand.

Si l'énergie de l'état lié est très proche de  $E$  et supérieure à  $E$ ,  $a$  est négatif et très grand en valeur absolue.

Si l'énergie de l'état lié est égale à  $E$ ,  $a$  est infini.

Il est donc possible de manipuler les interactions entre atomes (ne dépendant que de  $a$ ) en balayant un champ magnétique.

# Pseudopotentiel

Dans les théories de champ moyen et à l'ordre le plus bas en  $V$  (approximation de Born), on peut remplacer le vrai potentiel  $V(r)$  par un potentiel d'expression mathématique plus simple conduisant à la même longueur de diffusion  $a$  que  $V(r)$ .

Il est commode alors d'utiliser un potentiel en fonction delta:

$$V_{\text{pseudo}} = g \delta(r)$$

Où la constante de couplage  $g$  est déterminée en égalant à  $a$  la longueur de diffusion associée à  $V_{\text{pseudo}}$ .

$$g = \frac{4\pi \hbar^2}{m} a$$

Le pseudopotentiel  $g \delta(r)$  conduit à des expressions divergentes au-delà de l'approximation de Born. Pour éviter ces divergences, on utilise aussi parfois un autre pseudopotentiel conduisant à la même longueur de diffusion  $a$  et à la bonne valeur de  $f_0$  (voir références)

$$V_{\text{pseudo}} = g \delta(r) \frac{\partial}{\partial r} r$$

# **EQUATION DE GROSS PITAEVSKII**

# Equation de Gross Pitaevskii

## Hamiltonien

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\vec{r}_i) \right] + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} g \delta(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

## Calcul variationnel de l'état fondamental de H

Famille variationnelle d'états où les N bosons sont tous dans le même état  $\varphi$ . Le meilleur état  $\varphi$  est celui qui minimise  $\langle H \rangle$

$$|\psi\rangle = |\varphi(1)\rangle |\varphi(2)\rangle \dots |\varphi(i)\rangle \dots |\varphi(N)\rangle \quad \langle H \rangle = E(\varphi) = \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle}$$

## Résultat du calcul variationnel

$$-\left(\hbar^2 / 2m\right) \Delta \varphi(\vec{r}) + V_{\text{ext}}(\vec{r}) \varphi(\vec{r}) + (N-1) g |\varphi(\vec{r})|^2 \varphi(\vec{r}) = \mu \varphi(\vec{r})$$

$$\varphi(\vec{r}) \text{ normé : } \int d^3 r |\varphi(\vec{r})|^2 = 1 \quad \mu : \text{potentiel chimique}$$

Equation non linéaire décrivant comment chaque boson se déplace dans le potentiel extérieur de piégeage et dans le champ moyen créé par les N-1 autres bosons

# Equation de Gross Pitaevskii (suite)

## Limite de Thomas Fermi

L'équation précédente (équation de G.P. indépendante du temps) permet d'étudier la forme spatiale du condensat. Quand la densité est suffisamment élevée, on peut montrer que le terme d'énergie cinétique en  $\Delta\varphi$  peut être négligé, ce qui conduit alors à une équation algébrique pour la densité spatiale  $n$  :

$$n(\vec{r}) = N |\varphi(\vec{r})|^2 \simeq [\mu - V_{\text{ext}}(\vec{r})] / g$$

Forme de paraboloïde inversé si  $V_{\text{ext}}$  est harmonique.

## Equation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps

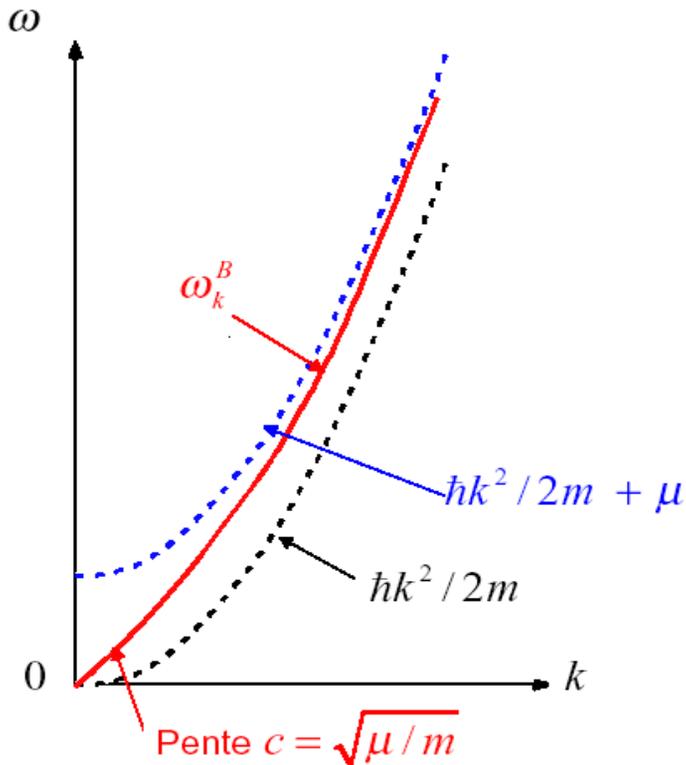
$$i \hbar \frac{\partial \varphi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi(\vec{r}, t) + V_{\text{ext}}(\vec{r}) \varphi(\vec{r}, t) + (N-1) g |\varphi(\vec{r}, t)|^2 \varphi(\vec{r}, t)$$

Étude au moyen de cette équation de divers phénomènes physiques

- Expansion balistique du condensat quand  $V_{\text{ext}}$  est coupé.
- Modes propres de vibration du condensat.
- Excitations élémentaires.

Voir cours au Collège de France 1998-99

# Excitations élémentaires d'un condensat homogène



Étude par la transformation de Bogolubov (voir cours 1998-99)

$$\hbar\omega_k^B = \sqrt{\hbar\omega_k^0(\hbar\omega_k^0 + \mu)}$$

$\omega_k^B$  : fréquence de l'excitation de vecteur d'onde  $k$

$$\hbar\omega_k^0 = \hbar^2 k^2 / 2m$$

$\mu = gn =$  potentiel chimique

$c$  : vitesse du son

La variation linéaire de  $\omega$  avec  $k$  au voisinage de  $k=0$  et la concavité de la courbe sont à l'origine du phénomène de superfluidité (explication de Landau). Une particule sonde se déplaçant dans le fluide avec une vitesse  $v < c$  ne peut pas créer une excitation élémentaire en satisfaisant la conservation de l'énergie et de l'impulsion.

## Autre forme équivalente de l'équation de Gross Pitaevskii

Posons :

$$\varphi(\vec{r}, t) = \sqrt{n(\vec{r}, t)} \exp[iS(\vec{r}, t)]$$

$n(\vec{r}, t)$  : densité spatiale     $S(\vec{r}, t)$  : phase

L'équation de continuité pour  $n$  permet d'introduire un champ de vitesses :

$$\vec{v}(r, t) = (\hbar / m) \vec{\nabla} S(\vec{r}, t)$$

En reportant l'expression de  $\varphi$  en fonction de  $n$  et de  $S$  dans l'équation de G.P., et en négligeant un terme de « pression quantique », petit devant les autres à la limite des densités élevées, on obtient 2 équations pour la densité spatiale et le champ de vitesses analogues aux équations hydrodynamiques irrotationnelles d'un superfluide (équation de continuité + équation d'Euler)

$$\partial n(\vec{r}, t) / \partial t + \vec{\nabla} \cdot [n(\vec{r}, t) \vec{v}(\vec{r}, t)] = 0$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \vec{v} + \vec{\nabla} \left( \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V_{\text{ext}} + g n \right) = 0$$

Equations à la base de nombreux travaux théoriques.

# **GAZ DE FERMİ DÉGÉNÉRÉS**

# Le refroidissement sympathique

Comme pour les bosons, le refroidissement laser seul ne permet pas d'atteindre le régime de dégénérescence quantique  $T < T_F$ .

Le refroidissement évaporatif est inefficace pour les fermions dans un piège magnétique qui sont polarisés et ne peuvent donc pas entrer en collision dans l'onde s. Leur distance minimale d'approche, de l'ordre de  $\lambda_{dB}$ , est très grande devant la portée  $r_0$  du potentiel et les collisions élastiques essentielles pour l'évaporation ont une section efficace négligeable.

La solution à ce problème consiste à mélanger des espèces différentes dans le piège: bosons et fermions. Les bosons peuvent être refroidis par évaporation. Les collisions élastiques entre bosons ultrafroids et fermions refroidissent les fermions (refroidissement dit « sympathique »).

Une autre solution consiste à mélanger des fermions dans des états de spin différents de manière à avoir des collisions élastiques importantes.

## Un autre intérêt des mélanges bosons-fermions

La détermination de la température est plus facile sur les bosons par étude de la distribution de vitesses du nuage thermique (par temps de vol)

Si les 2 espèces, bosons et fermions, sont en équilibre thermique, on en déduit la température des fermions.

Même si les bosons et fermions sont 2 isotopes différents du même élément (par exemple  $\text{Li}^7$  et  $\text{Li}^6$ ), le déplacement isotopique de la raie de résonance optique permet d'imager séparément le nuage de bosons et le nuage de fermions.

L'entrée dans le régime de dégénérescence quantique est moins spectaculaire pour les gaz fermioniques que pour les gaz bosoniques car il ne se traduit pas par une condensation (dans l'espace des positions ou dans celui des vitesses).

## **Cours 12**

# **GAZ QUANTIQUES DÉGÉNÉRÉS (Suite)**

## **CONCLUSION GÉNÉRALE**

## Les condensats de Bose Einstein

Des objets fascinants consistant en un grand nombre d'atomes (de l'ordre du million) agglutinés tous dans le même état quantique.

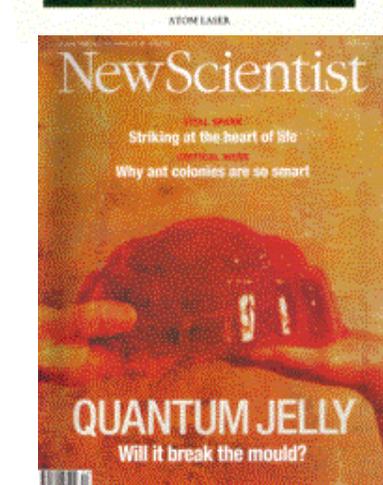
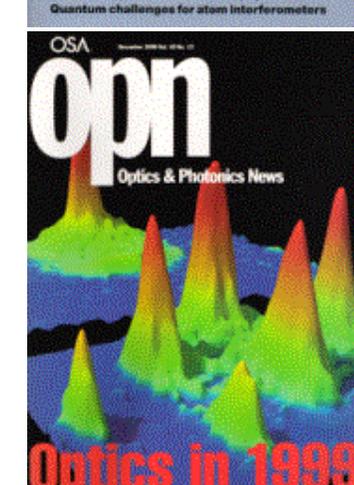
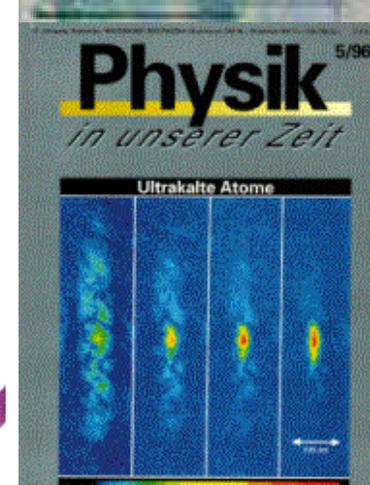
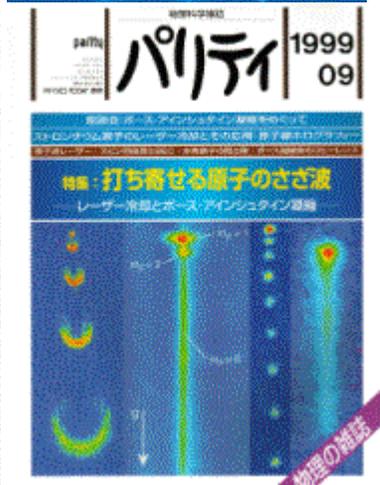
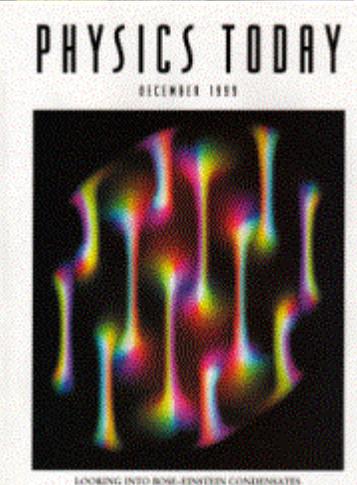
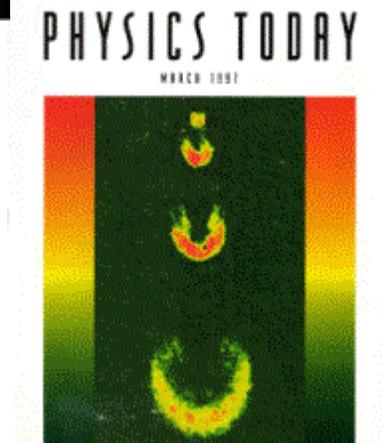
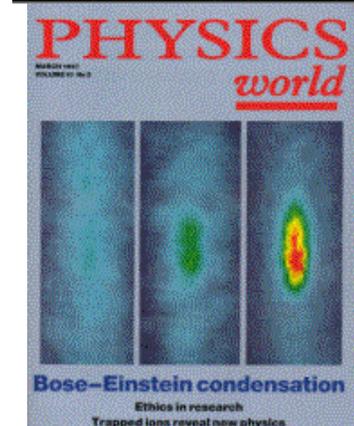
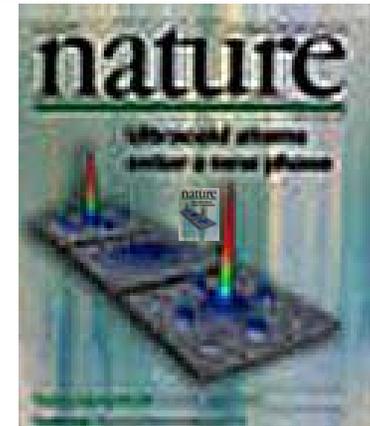
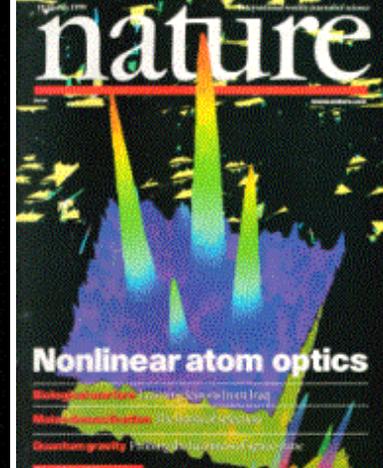
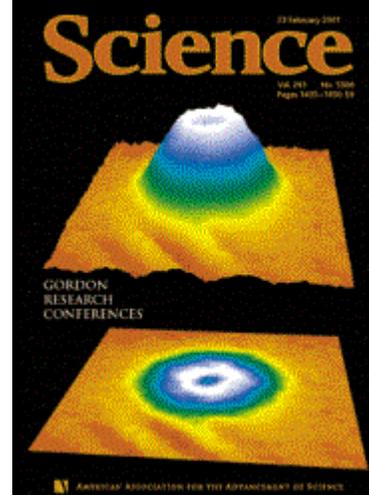
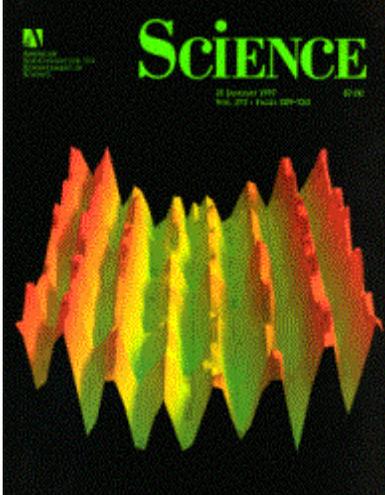
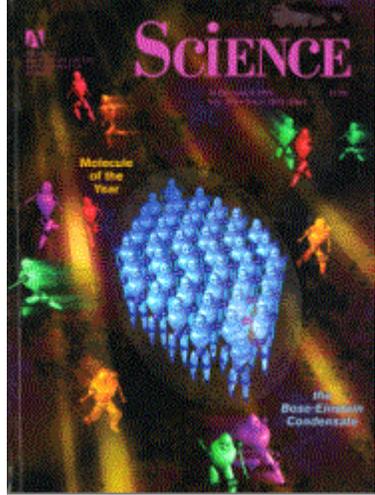
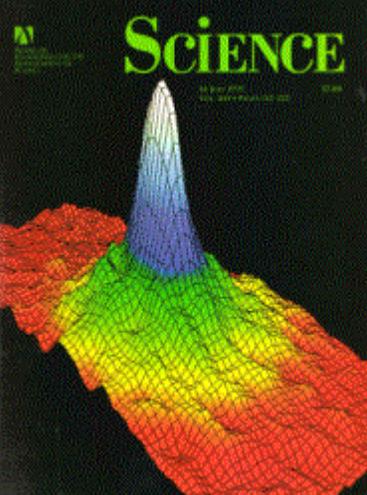
Des ondes de matière macroscopiques.

## Les gaz de Fermi dégénérés

Des atomes empilés dans des états quantiques successifs, un atome par état comme les électrons dans un métal.

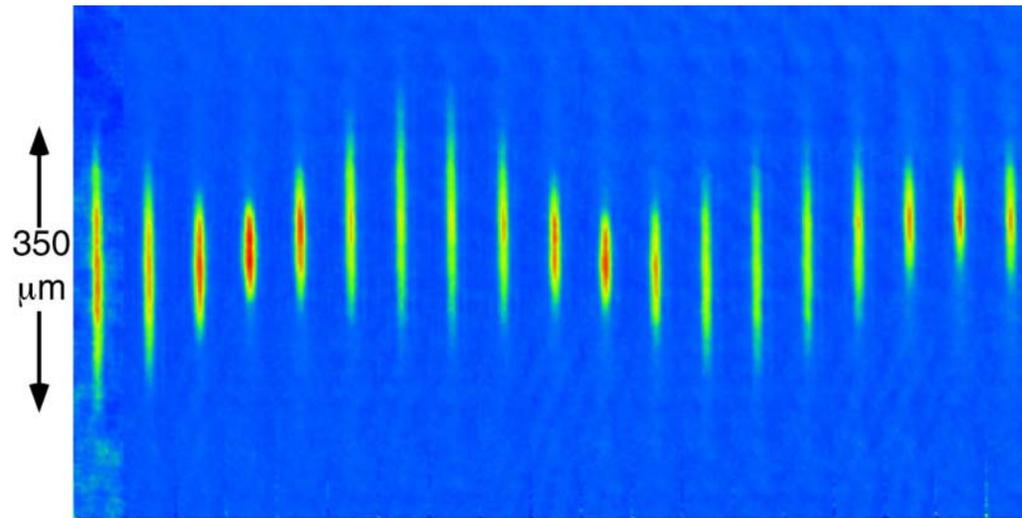
## Explosion du nombre d'études sur ces systèmes

De l'ordre du millier de publications par an.



# Oscillation du centre de masse et vibration d'un condensat

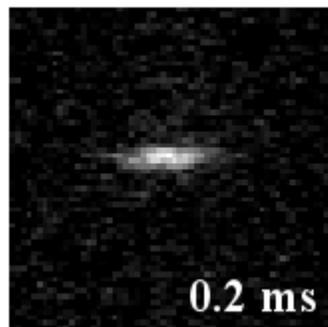
Na  
MIT



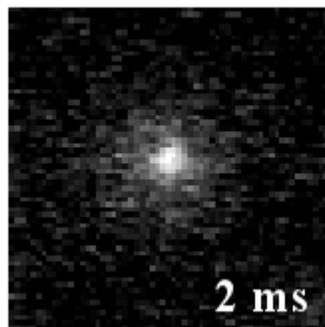
5 milliseconds per frame

# Expansion balistique anisotrope

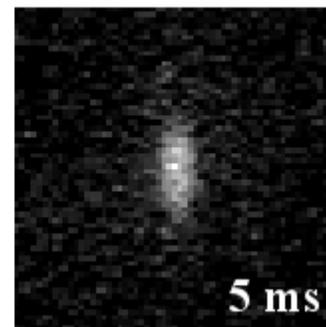
He\*  
Paris



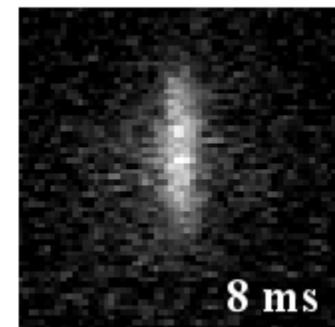
0.2 ms



2 ms



5 ms



8 ms

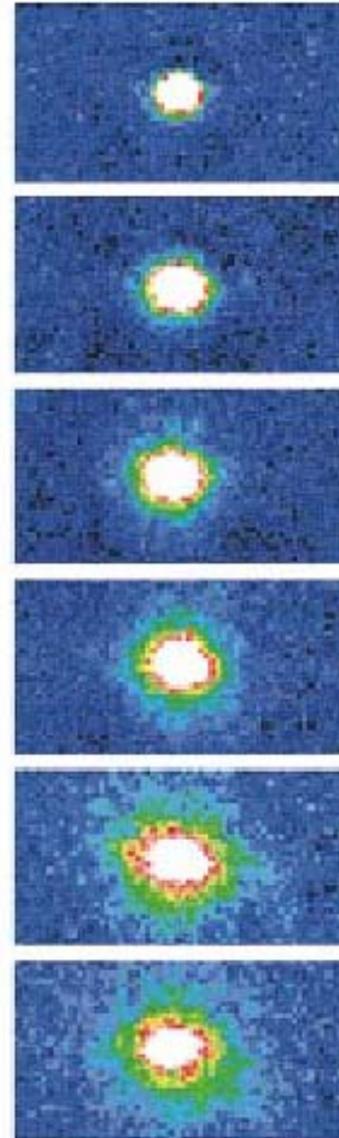
Cigare → Crêpe

# Explosion d'un condensat de longueur de diffusion négative

Le condensat de peut être stable que si l'énergie cinétique de confinement est plus grande que l'énergie d'attraction entre bosons.

Au delà d'un nombre critique de bosons, le condensat subit un effondrement analogue à l'effondrement gravitationnel d'une supernova.

On commence par produire le condensat avec une longueur de diffusion a positive. Puis, en utilisant une résonance de Feshbach et en balayant le champ, on rend brusquement a négatif.



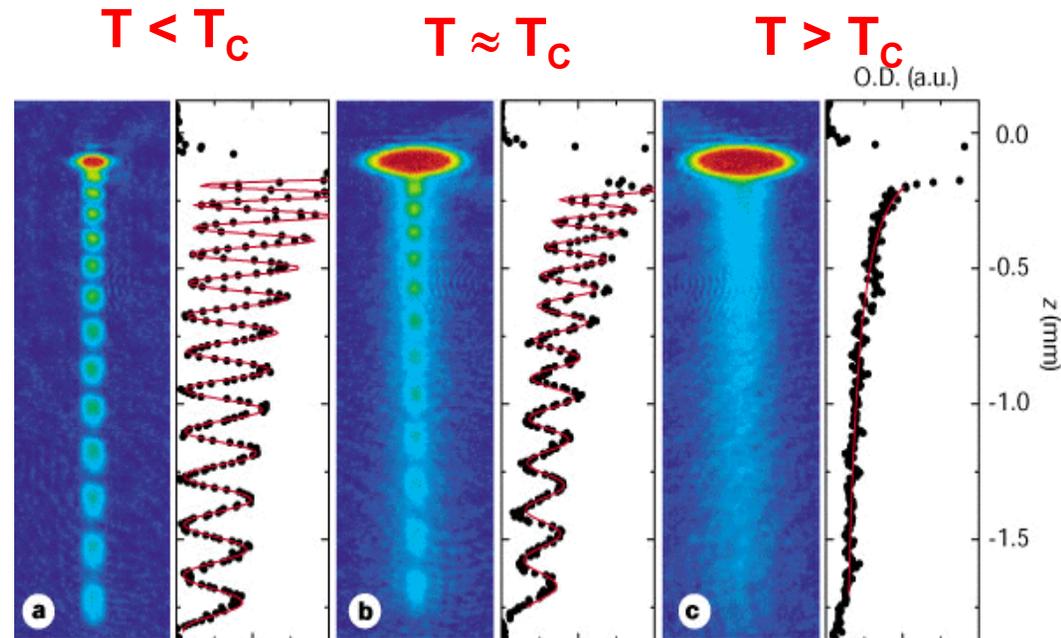
**Rb<sup>85</sup>**  
**JILA**

« Bosenova »

# Interférences entre 2 ondes de matière extraites d'un condensat

Les 2 ondes sont extraites du condensat à 2 hauteurs différentes.

- Pour  $T > T_C$ , pas de battements. Les 2 ondes sont incohérentes.
- Pour  $T < T_C$ , battements de contraste 1. Les 2 ondes sont cohérentes.

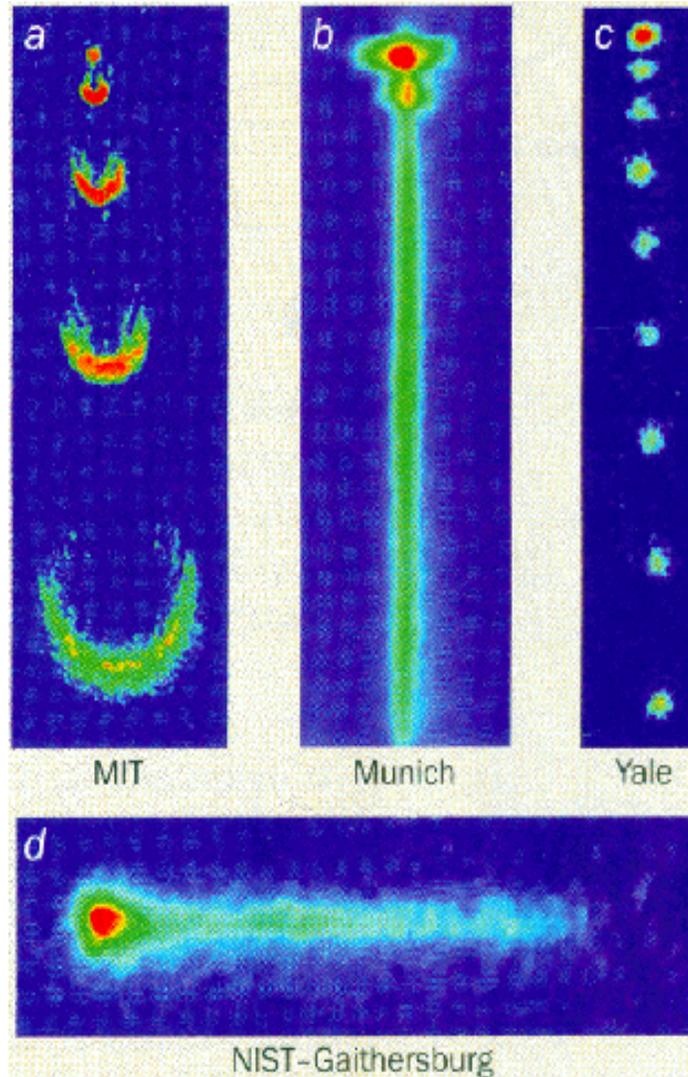


**Munich**

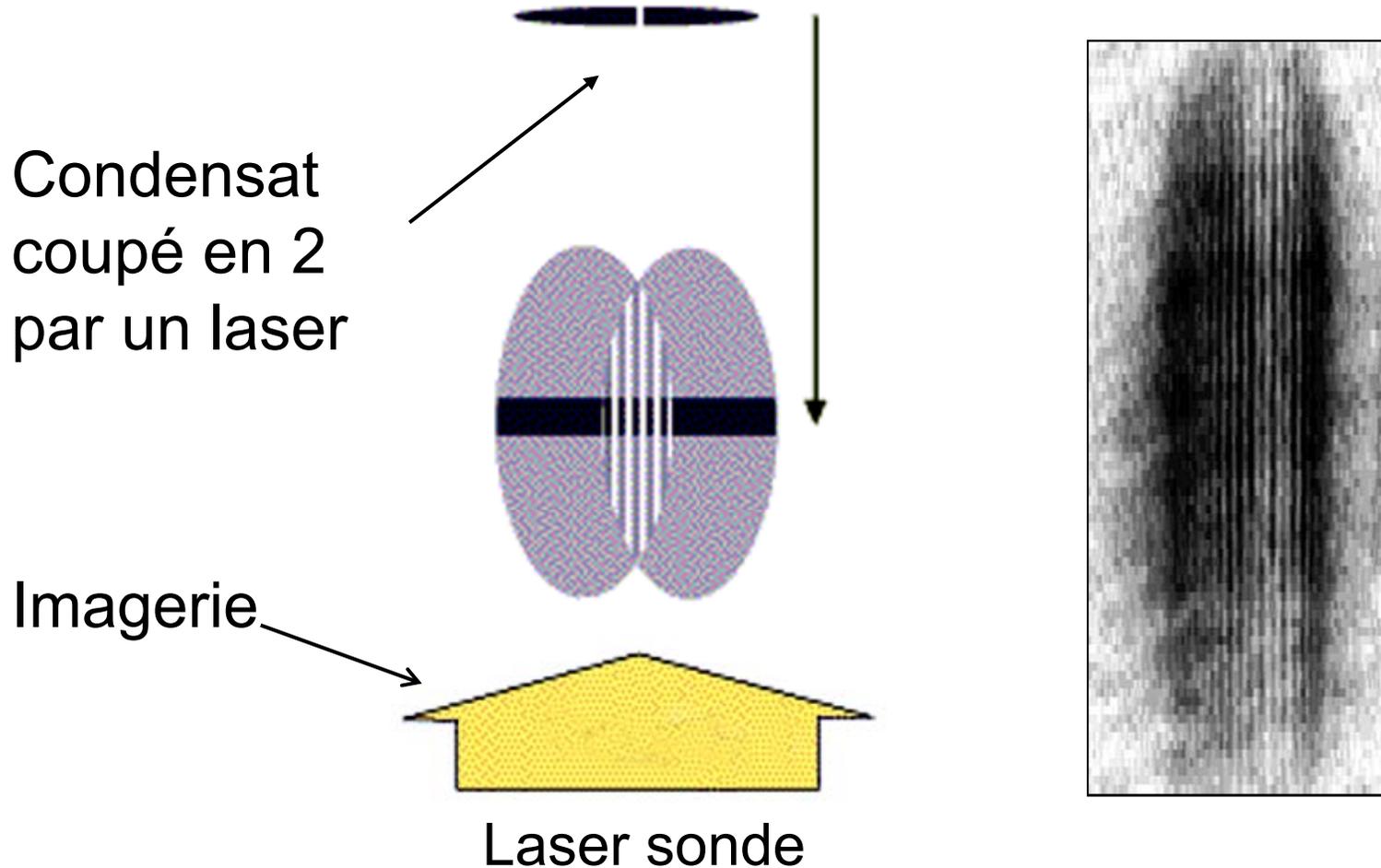
**Mesure de la longueur de cohérence du condensat.**

**Plusieurs autres expériences (MIT, NIST) montrent aussi que la phase de l'onde de matière est la même sur toute l'étendue du condensat**

# Lasers à atomes



# Interférence entre 2 condensats

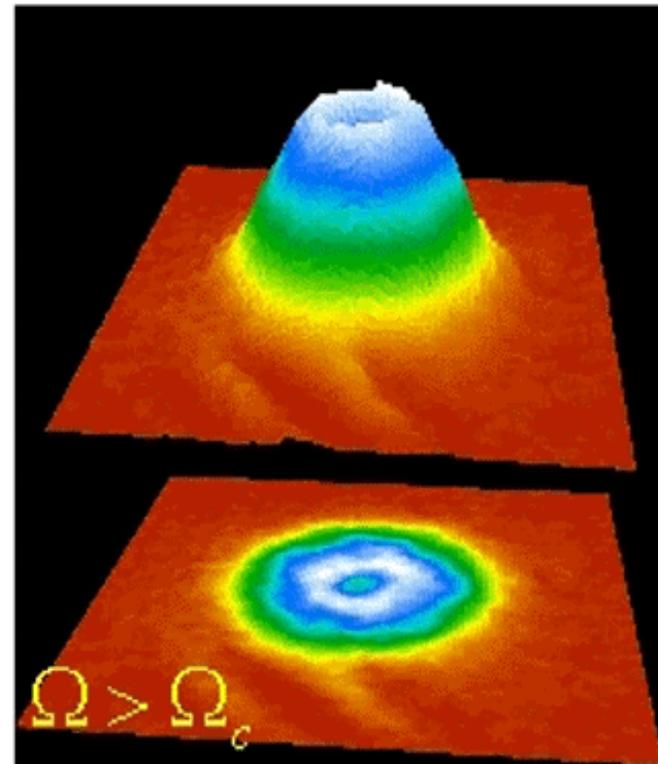
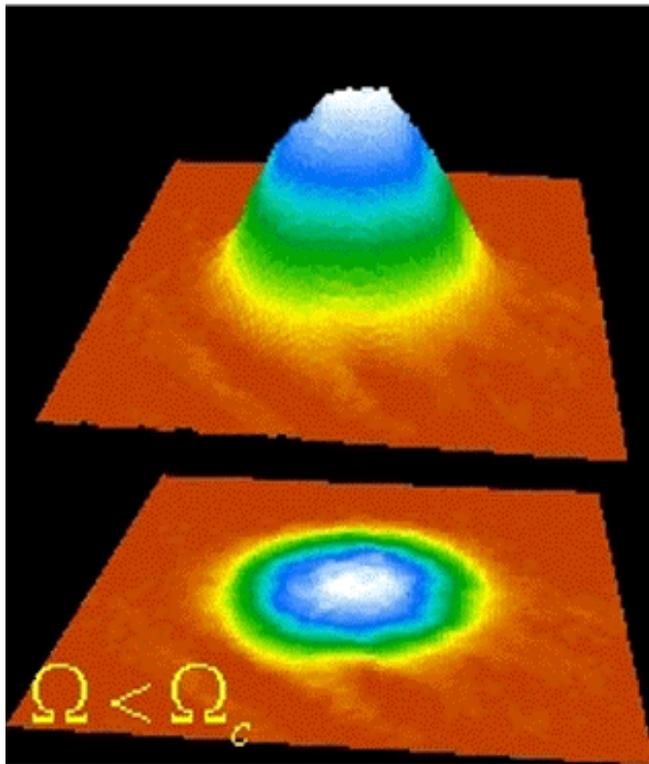


Analogie avec les interférences observées avec 2 faisceaux laser indépendants.

Problème de l'émergence d'une phase relative entre les 2 condensats.

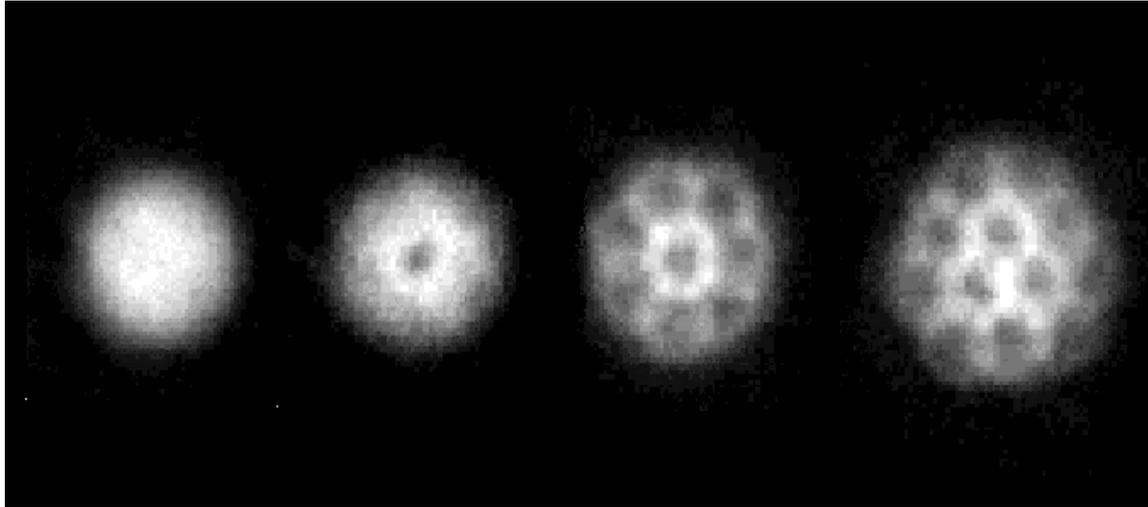
# Tourbillon quantique dans un condensat de Rubidium 87

Paris

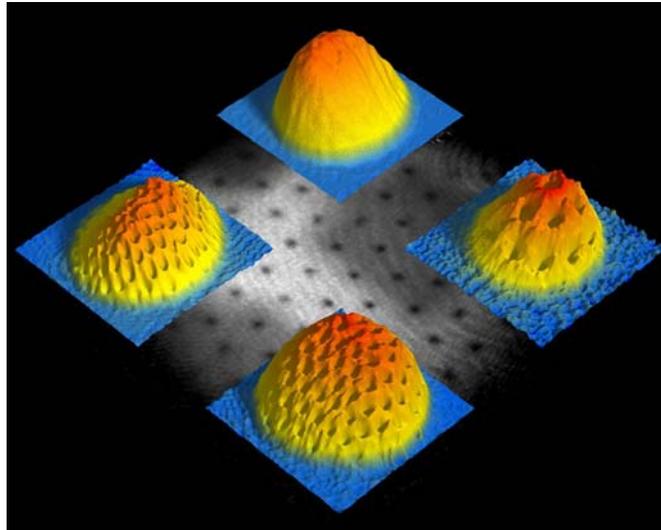


# Réseau de tourbillons quantiques

Paris



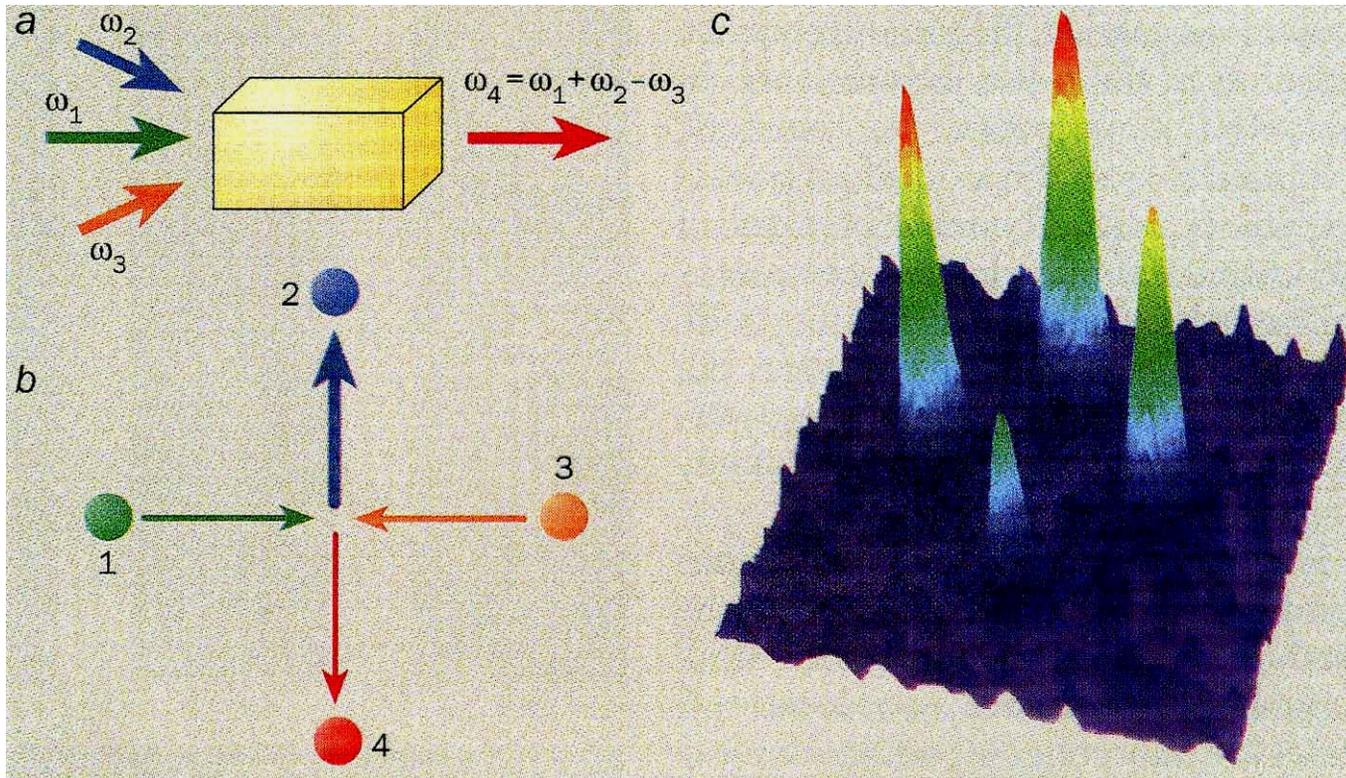
MIT



Analogie avec les réseaux d'Abrikosov  
dans les supraconducteurs

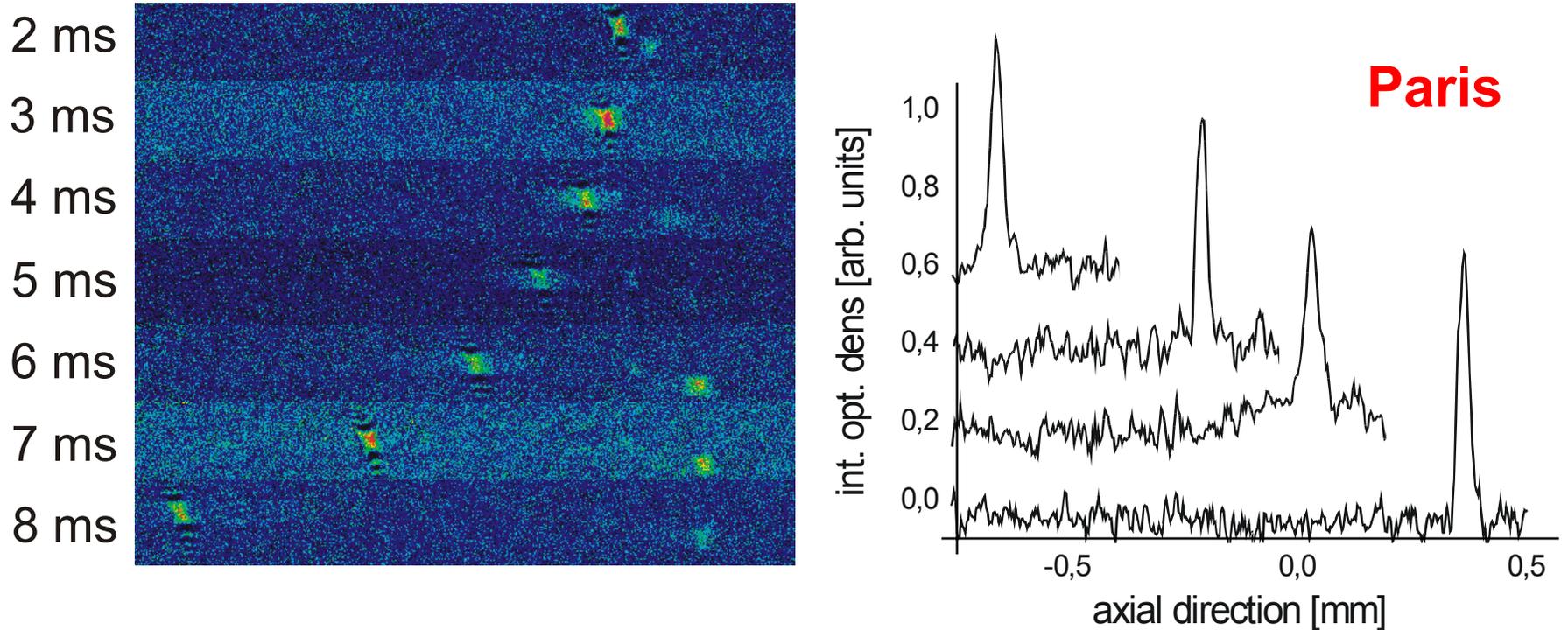
# Optique atomique non linéaire

## Mélange à 4 ondes



**NIST**

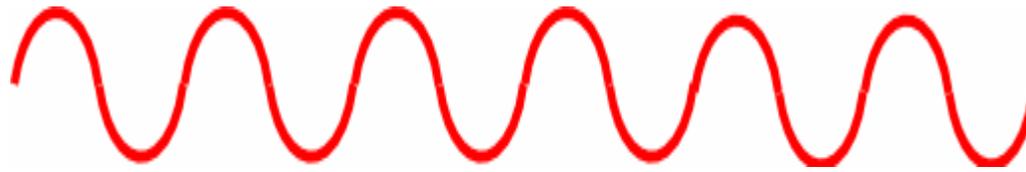
# Soliton brillant



**Propagation sans déformation du condensat pour une longueur de diffusion négative.**

**Compensation entre l'étalement dû à la dispersion des ondes de de Broglie et la contraction due à l'attraction effective entre atomes.**

# Condensat dans un réseau optique

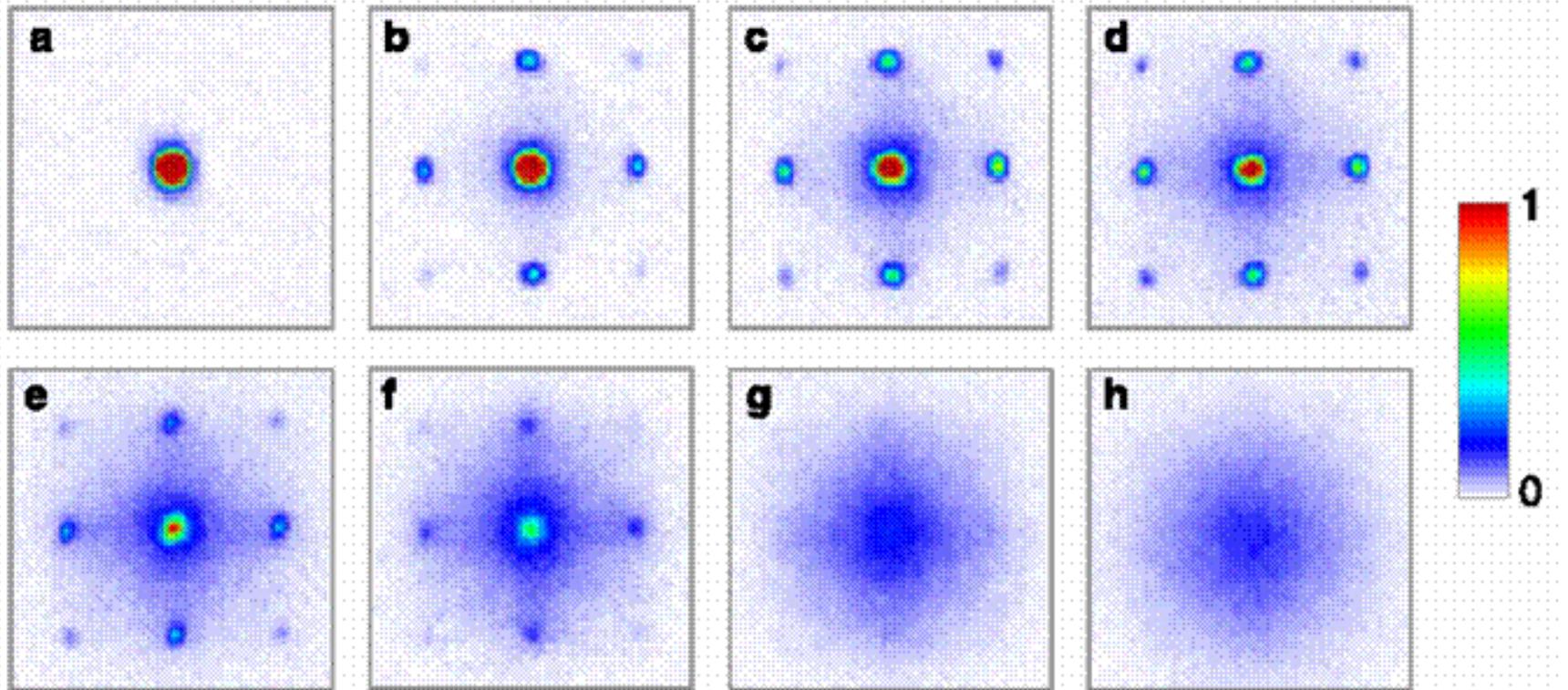


Compétition entre

- l'effet tunnel entre puits voisins qui tend à délocaliser les atomes sur l'ensemble du réseau, avec une cohérence de phase entre les ondes de matière dans les divers puits
- les interactions entre atomes dans un même puits qui tendent à égaliser les nombres d'atomes dans chaque puits et à détruire la cohérence de phase entre les ondes de matière dans les divers puits.

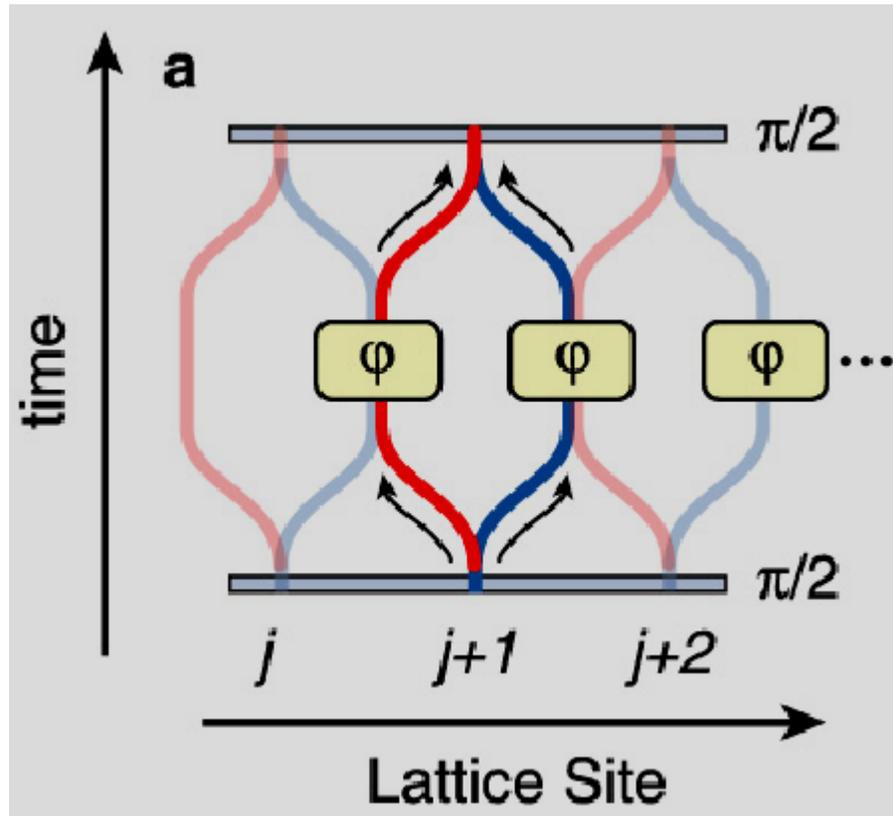
Augmentation progressive de la profondeur des puits et étude de la transition d'un régime à l'autre par observation du contraste des interférences entre les ondes de matière issues des divers puits après expansion balistique.

# Transition superfluide-isolant de Mott



**Munich**

# Intrication par transport cohérent

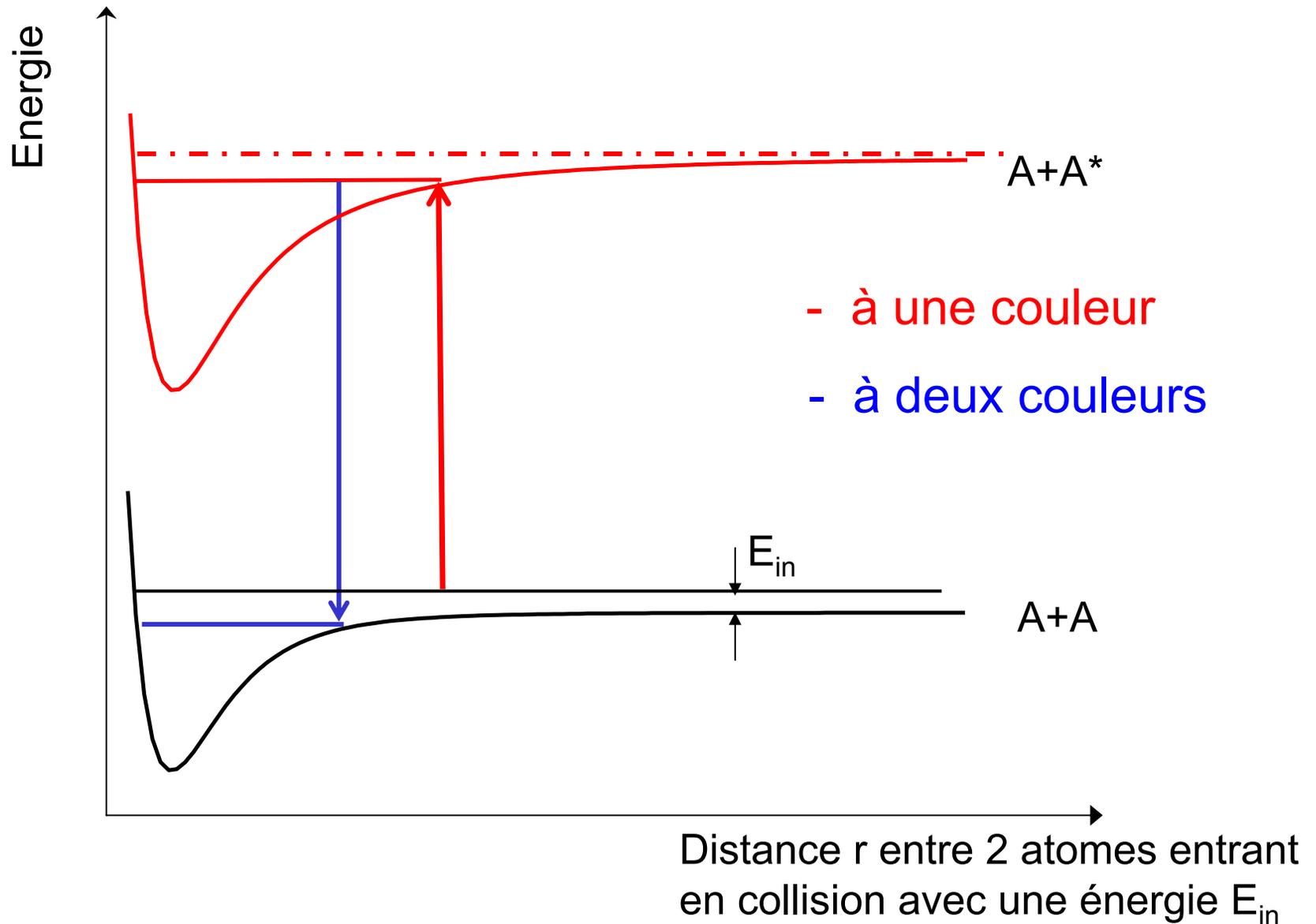


Munich

Avantage : parallélisme massif de l'intrication

Un système très prometteur pour l'information quantique

# Photo-association d'atomes ultrafroids



# Molécules ultrafroides

## Production par photoassociation d'atomes ultrafroids

- Production de molécules ultrafroides de Cs (Labo Aimé Cotton)
- Production de molécules ultrafroides de Rb<sup>87</sup> à partir d'un condensat par photoassociation à 2 couleurs (Rice).
- Production de dimères géants à partir de He\* (Paris).

## Utilisation d'une résonance de Feshbach

Balayage du champ d'une région  $a < 0$  vers une région  $a > 0$  où existe un état lié dans le puits de potentiel d'interaction.

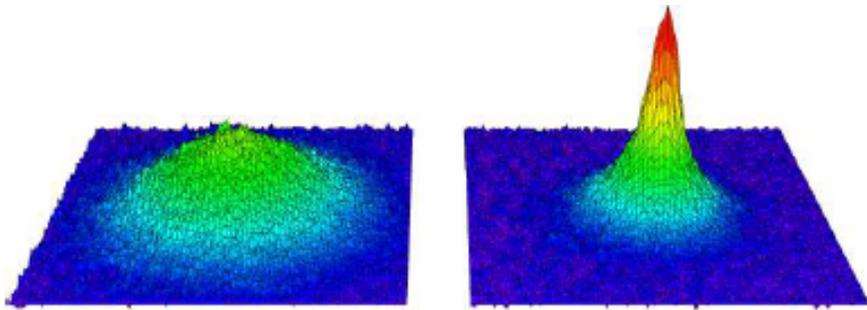
Production de molécules ultrafroides dans un tel état lié.

Molécules formées, soit à partir de 2 bosons, soit à partir de 2 fermions (JILA, Paris, Rice, Innsbruck, Stanford, Duke, ...)

Couplage cohérent entre les paires d'atomes entrant en collision et les molécules formées (JILA)

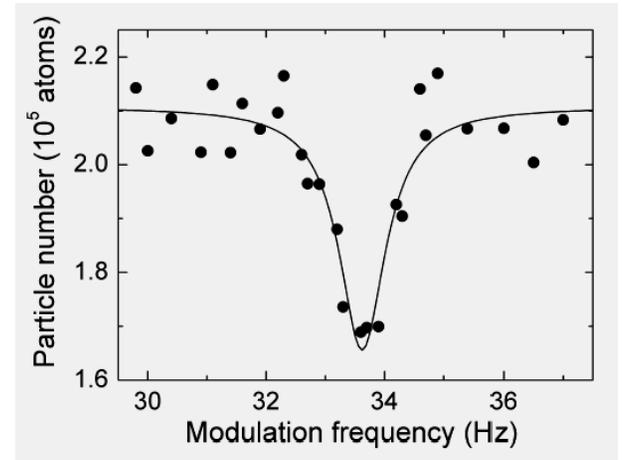
Condensats moléculaires ✗

# Condensats moléculaires



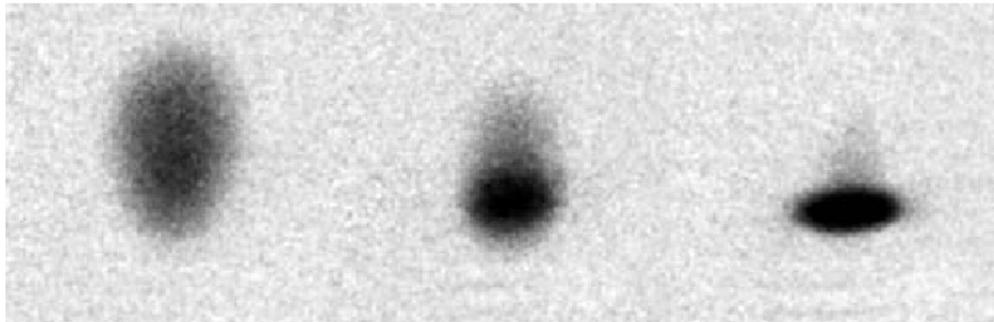
$^{40}\text{K}$

**JILA**



$^6\text{Li}$

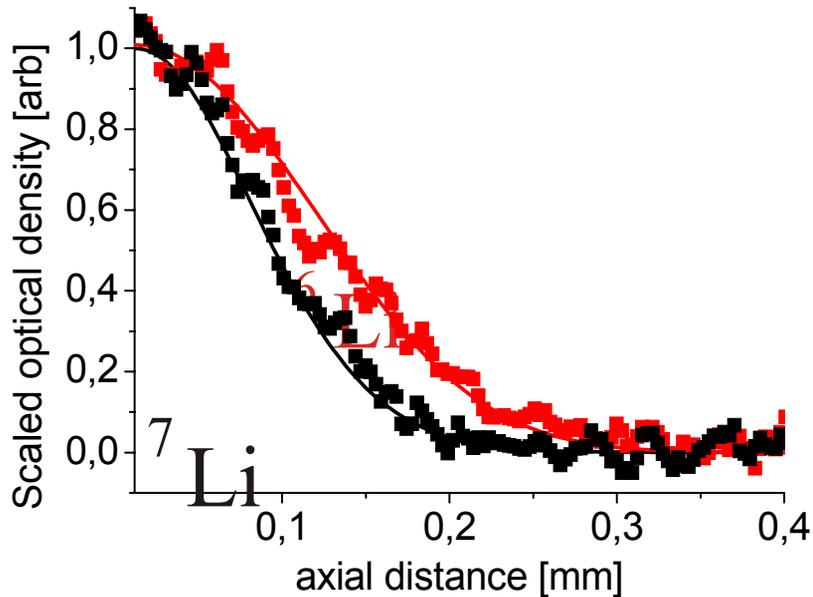
**Innsbruck**



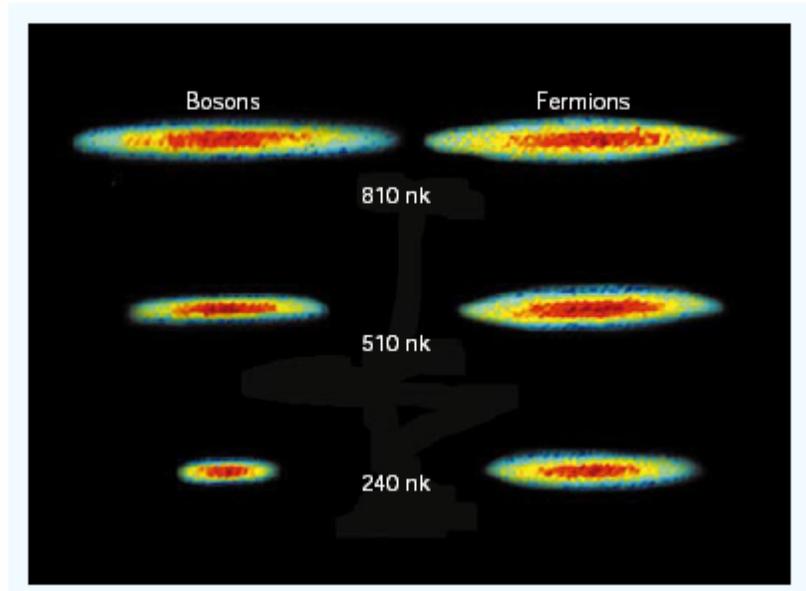
**MIT**

$^6\text{Li}$

# Pression de Fermi



**Paris**

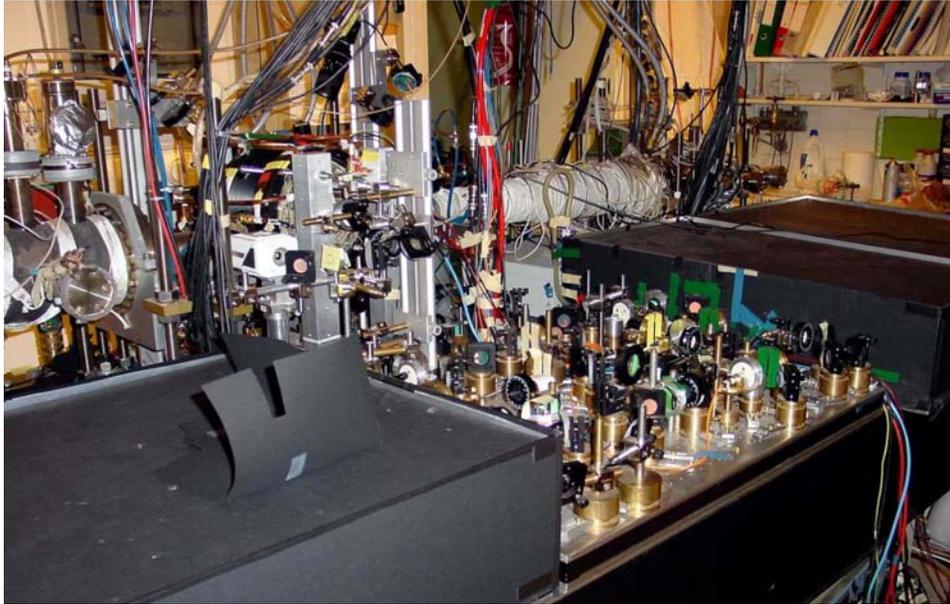


**Rice**

La distribution spatiale des fermions ( $\text{Li}^6$ ) est plus large que celle des bosons ( $\text{Li}^7$ ).

Vers une transition superfluide de type BCS (Bardeen Cooper Schrieffer) par formation de paires d'atomes analogues aux paires de Cooper en supraconductivité?

## Une expérience typique d'atomes froids



## Condensats sur des "puces"



**Munich**

Munich, Heidelberg, Tübingen,  
Sussex, Harvard, JILA, Orsay...

# CONCLUSION

COLLÈGE DE FRANCE

---

CHAIRE DE PHYSIQUE ATOMIQUE  
ET MOLÉCULAIRE

---

LEÇON INAUGURALE

*faite le Mardi 11 Décembre 1973*

PAR

M. CLAUDE COHEN-TANNOUJJI

Professeur

---

## Quelques thèmes possibles de cours

- Condensats dans des réseaux optiques.
- Transition superfluide de type BCS dans un gaz de Fermi.
- Molécules ultrafroides. Condensats moléculaires.
- Systèmes de dimensionnalité réduite.
- Limites ultimes des interféromètres atomiques.
- Les agrégats.
- Le chaos quantique.

## Annonce de cours

La superfluidité

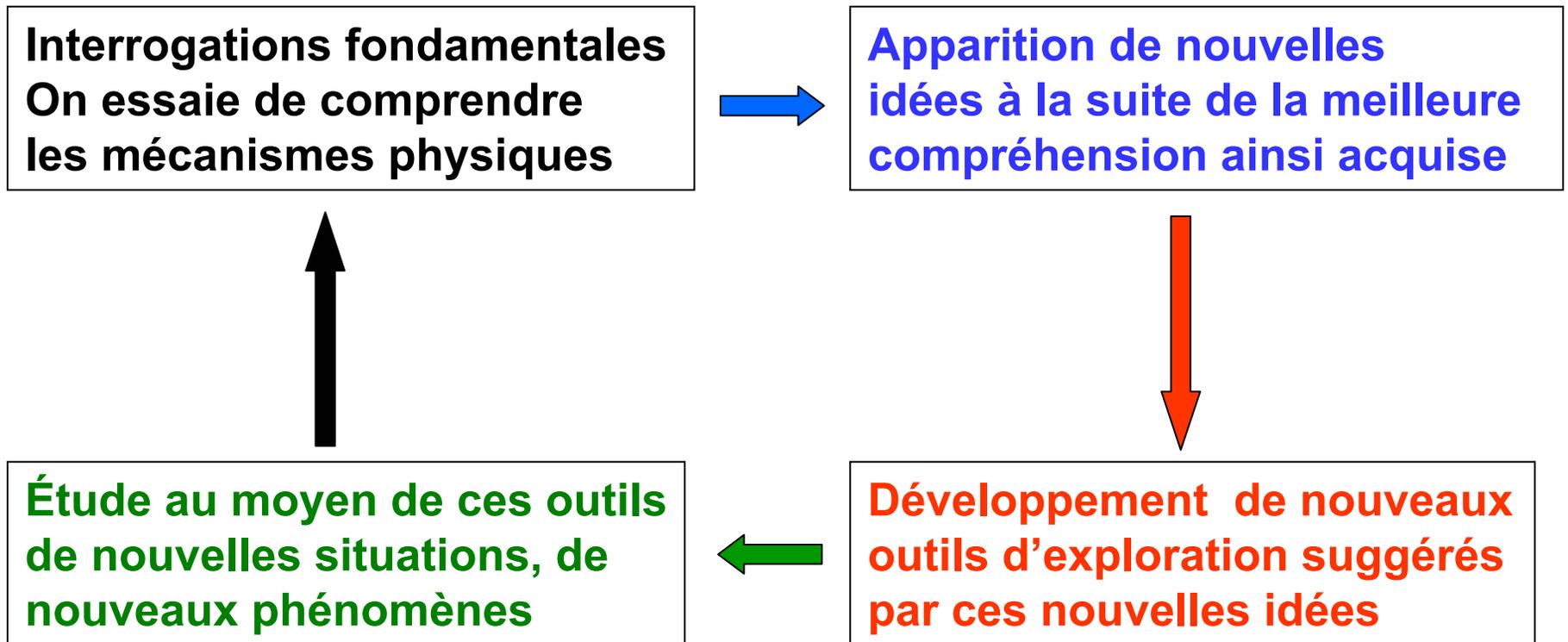
Sandro Stringari

Titulaire de la Chaire Européenne  
du Collège de France  
pour l'année 2004-2005

Peut-on comprendre l'origine de la vitalité dont ont fait preuve la physique atomique et moléculaire et l'optique au cours des dernières décennies?

Quelles sont les caractéristiques spécifiques et originales de ce domaine de recherche?

# Un schéma général pour comprendre l'évolution d'un domaine de recherche



# L'exemple du laser

- L'émission induite introduite par Einstein en 1917 pour expliquer la loi de Planck.
- Les situations hors d'équilibre et les manières de les réaliser (pompage optique, collisions,...).
- La possibilité d'amplifier le rayonnement par émission stimulée dans un milieu hors d'équilibre (Townes).
- Le développement de nouvelles sources de rayonnement (masers, lasers) de plus en plus performantes.
- Des nouvelles spectroscopies, des nouveaux champs de recherche, des nouveaux objets comme les condensats de Bose Einstein voient le jour.
- Des nouveaux problèmes, des nouvelles questions, surgissent à propos des ces nouveaux objets.
- Et ainsi de suite...

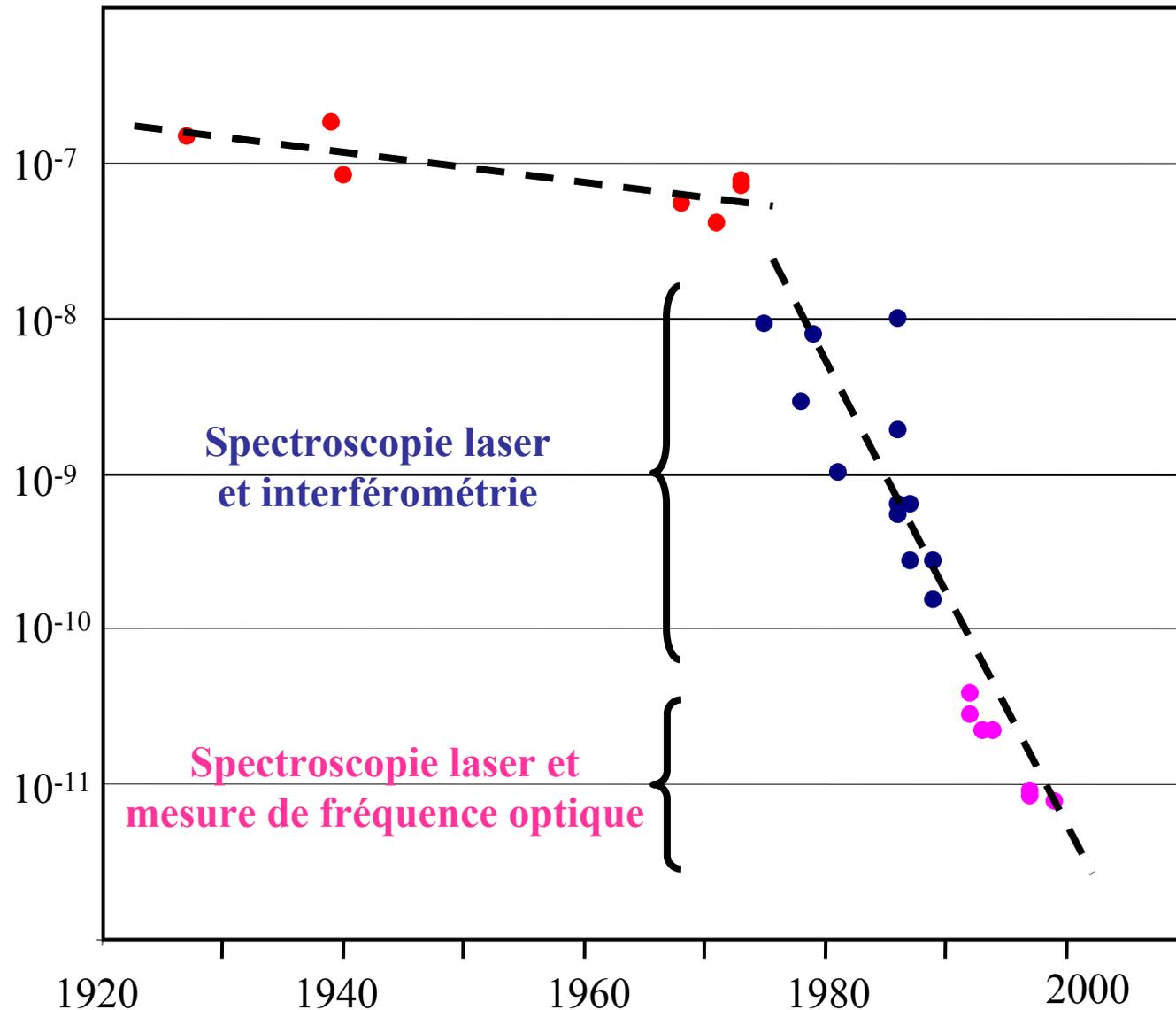
Caractère artificiel de la distinction entre recherche fondamentale et recherche appliquée.

Dangers d'un pilotage de la recherche sur des objectifs définis par des programmes prioritaires.

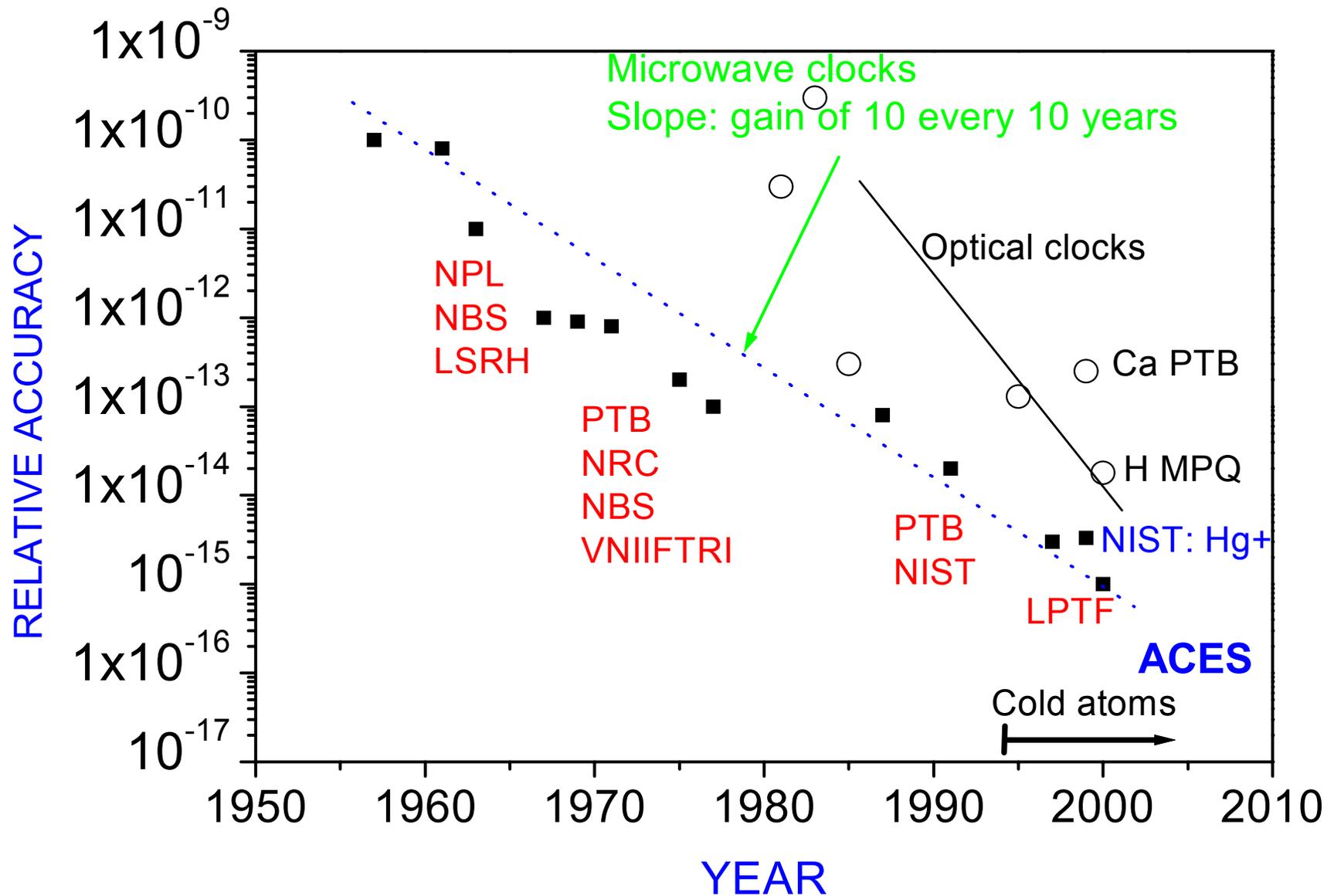
Importance des efforts à long terme

Importance des ruptures technologiques

# Incertitude sur la constante de Rydberg



# ACCURACY OF THE ATOMIC TIME



## Une spécificité importante de ce domaine de recherche

Fournit des situations, des systèmes simples, contrôlables et manipulables avec une grande précision, servant de modèles pour approfondir des concepts et analyser des problèmes plus complexes.

Du système atomique unique (un seul électron, un seul atome, une seule molécule) à la matière condensée.

Du simple au complexe

Développement important d'interfaces avec d'autres domaines scientifiques.

# Pourquoi les gaz quantiques dégénérés sont-ils si intéressants?

Les propriétés de ces gaz les apparentent à d'autres systèmes jusqu'ici rencontrés seulement en physique de la matière condensée (hélium superfluide, supraconducteurs).

L'élément nouveau est que ces propriétés apparaissent ici sur des systèmes gazeux extrêmement dilués, près de 100.000 fois plus dilués que l'air ambiant.

Les interactions entre atomes ont alors un effet beaucoup plus faible qui peut être évalué de manière très précise.

Ces interactions peuvent de plus être modifiées à volonté en grandeur et en signe (attraction ou répulsion) au moyen de « résonances de Feshbach ».

Systeme modèle idéal pour comprendre l'effet des interactions dans le problème à N corps.

# Les agrégats

Comment, en étudiant avec des méthodes de physique atomique des systèmes formés d'un nombre croissant d'atomes, peut-on comprendre l'évolution progressive des propriétés du système.

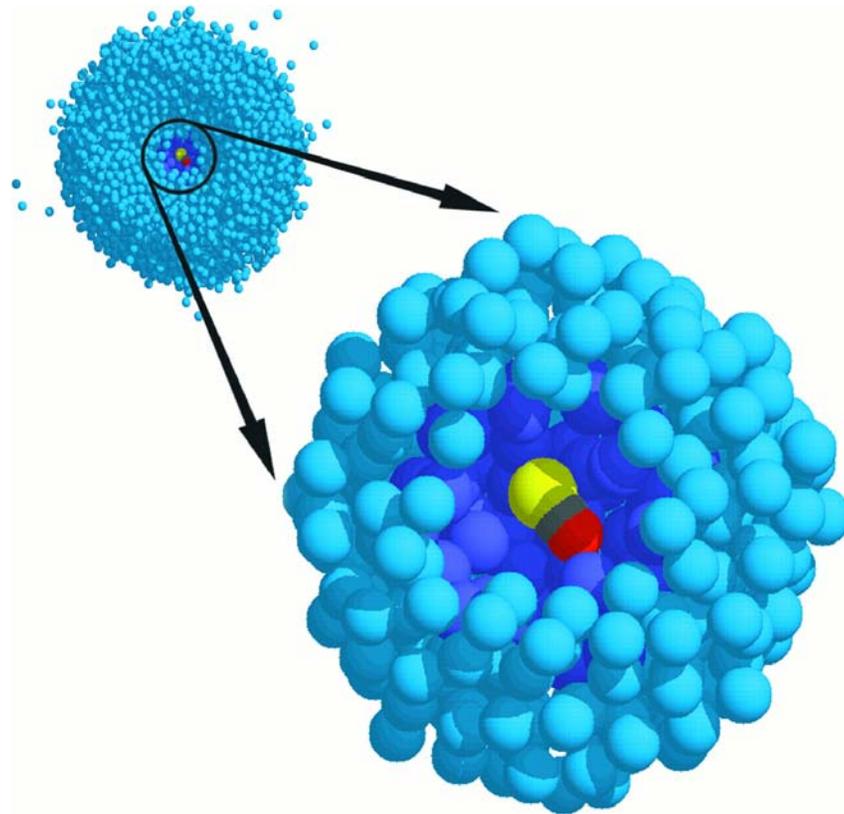
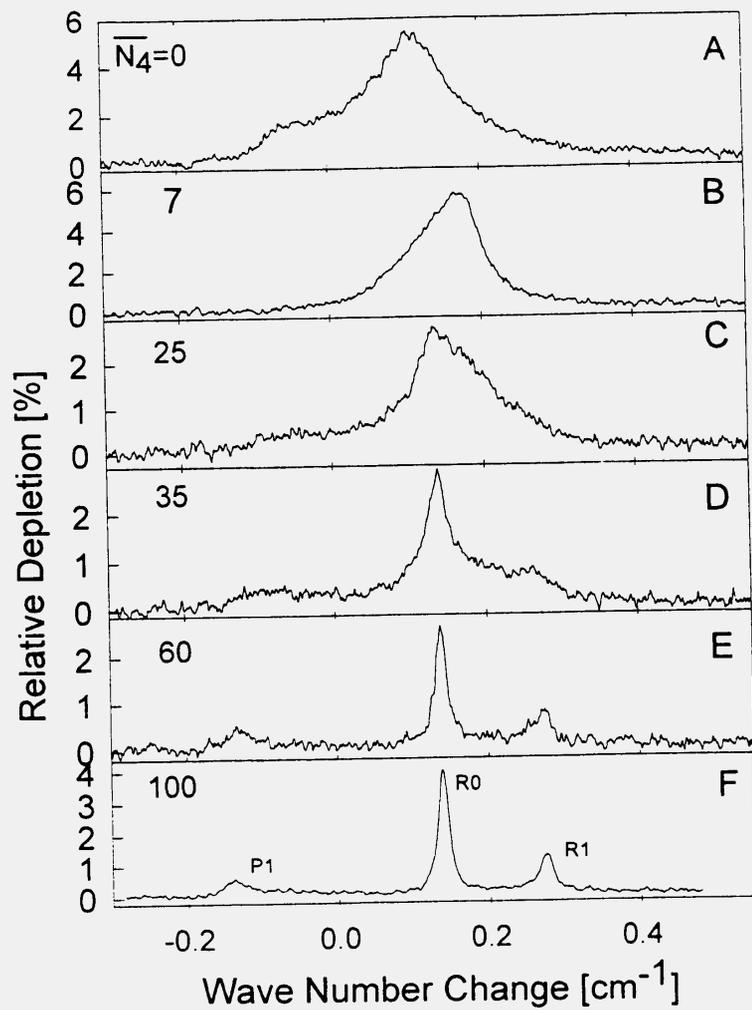
De l'atome isolé à la matière condensée?

## Exemple

Molécule OCS dans une gouttelette de He<sup>3</sup> dans laquelle on introduit un nombre croissant d'atomes de He<sup>4</sup>. Les atomes de He<sup>4</sup> s'agglomèrent autour de la molécule OCS. Les raies du spectre de la molécule s'affinent et deviennent identiques à celles de la molécule libre quand environ 60 atomes de He<sup>4</sup> entourent la molécule.

On peut ainsi étudier à partir de quel nombre d'atomes minimum d'atomes de He<sup>4</sup> les propriétés de superfluidité (à l'origine de la rotation sans friction de la molécule) apparaissent.

Göttingen



Göttingen

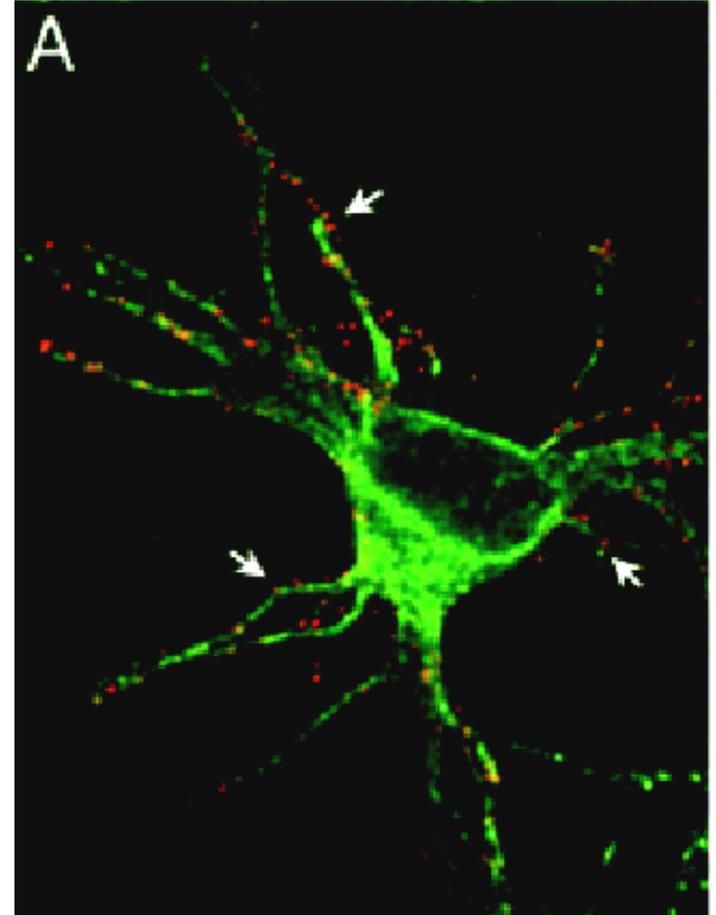
# Nanocristaux semiconducteurs (atomes artificiels ou « quantum dots »)

Dimensions de l'ordre de 5 à 10nm  
Noyaux de CdSe entourés d'une  
coquille de ZnS

Observation de la fluorescence de  
ces nanocristaux qui apparaît dans  
le visible (confinement quantique).

Fluorophores inorganiques  
brillants et photostables.

Etude grâce à cette fluorescence de  
la dynamique des récepteurs impliqués  
dans la transmission entre neurones.



M. Dahan, S. Lévi, C. Luccardini, P. Rostaing, B. Riveau, A. Triller  
Science, 302, 17 Octobre 2003

Couplage théorie expérience

Équipes de recherche pas trop grosses permettant  
des interactions efficaces

Couplage recherche enseignement

# Un nouveau logo de l'ANPE pour... 2,4 millions d'euros

**LE NOUVEAU LOGO** de l'Agence nationale pour l'emploi (ANPE) n'orne pas encore les 870 agences du réseau que, déjà, il est vivement critiqué. Présenté aux personnels cette semaine, il sera rendu public à partir du 1<sup>er</sup> décembre. Oublié l'ancien symbole – carré, jaune et bleu – qui date de près de trente ans, place au rouge pour « *la puissance, la solidité, la dimension institutionnelle* », au vert pour « *la modernité, la vivacité, l'adaptabilité* », explique Laurent Habib, directeur général d'Euro RSCG C & O. Le rond symbolise « *la rencontre, plus humaine, en douceur* » et les deux hémisphères racontent que l'agence doit « *rendre possible la rencontre entre l'offre et la demande* » ; « *anpe* » enfin, en minuscules, pour « *une posture plus modeste* » de l'agence.

Les détracteurs voient autre chose dans ces symboles : les deux parties indiquent la « *fracture sociale, infranchissable, inéluctable* ». Le vert concerne « *les chômeurs d'en haut (...), encore capables de répondre aux besoins de l'entreprise* ». Et le rouge est pour ceux



« *d'en bas, considérés comme "inemployables"* ». Syndicats et associations de chômeurs d'Ile-de-France devaient par ailleurs dénoncer, mardi 25 novembre, « *les orientations prises par le service public de l'emploi* ». « *L'ANPE va être une super-agence d'intérim* », explique Matthieu Dautreppe, du Mouvement national des chômeurs et précaires.

En fait, ces mouvements sont surtout choqués par la somme investie pour cette « *nouvelle identité visuelle* » : 2,4 millions d'euros. « *Ce n'est pas une dépense nouvelle, il s'agit d'un redéploiement interne, d'une économie faite sur le budget de communication 2003*, explique la direction de l'ANPE. *Nous avons demandé à Euro RSCG C & O de nous aider à réfléchir sur notre évolution.* » Résultat : plusieurs mois de consultation interne, 5 000 réponses sur Alice, l'intranet de l'entreprise, des tests auprès de trois « *cibles* », « *les chefs d'entreprise, les demandeurs d'emploi, les partenaires institutionnels* »... et un logo.

**Rémi Barroux**

**Le Monde, 26 Novembre 2003**

# Symposium

**16/01/04**

**Collège de France,  
Amphithéâtre Marguerite de Navarre**

Symposium dédié à la mémoire de Jean Brossel,  
organisé en commun avec Serge Haroche (chaire  
de physique quantique)

**« Manipulation d'atomes et de photons »**

## **Site WEB**

où peuvent être trouvées les notes de cours des années précédentes de la chaire de physique atomique et moléculaire (à partir de 1973) et où sera déposé le cours de cette année.

<http://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france/>