Introduction générale

A - Résumé du cours 1984 - 85

Le cours de cette année est le premier d'une série de deux cours consacrés à l'étude du piégeage et du refroidissement de particules *chargées*. Rappelons que les cours des deux années antérieures avaient porté sur des problèmes analogues relatifs à des atomes *neutres*. L'objectif général des travaux théoriques et expérimentaux qui sont effectués dans ce domaine de recherche est de ralentir, refroidir, piéger une particule atomique, de manière à pouvoir l'observer dans des conditions aussi pures que possible, et pendant des temps aussi longs que possible (afin d'éliminer toutes les perturbations liées aux collisions, à l'effet Doppler, à l'élargissement dû au temps de transit...).

En ce qui concerne les particules chargées, deux grands domaines d'application sont à distinguer suivant que ces particules sont des leptons (électrons, positrons, muons) ou des ions. Dans le premier cas, la mesure précise du moment magnétique de spin de la particule permet d'évaluer les corrections radiatives à ce moment magnétique (« anomalie g — 2 ») et de tester ainsi des théories et des symétries fondamentales comme l'électrodynamique quantique ou la symétrie particule-antiparticule. Dans le second cas, l'étude à haute résolution des diverses transitions d'un ion piégé a des applications importantes dans divers domaines comme la spectroscopie de masse, la spectroscopie optique et microonde, les standards de fréquence. Le cours de cette année a été consacré à l'étude des électrons et des positrons. Le problème des ions sera abordé au cours de l'année suivante.

Bref historique sur le moment magnétique de spin de l'électron

Le cours débute par une description de l'évolution de nos idées sur le moment magnétique de spin de l'électron et par un survol des diverses étapes qui ont marqué cette évolution : apparition du spin dans la théorie quantique et « théorème » de Bohr interdisant l'observation d'un effet Stern et Gerlach sur l'électron libre ; premières expériences de physique atomique de Rabi, Kusch... mettant en évidence l'anomalie g — 2 et suscitant les premiers calculs de cette anomalie ; premières expériences sur des électrons libres ou faiblement liés et utilisant l'effet Mott ; première proposition faite par F. Bloch d'opérer sur des électrons piégés ; première expérience de H. Dehmelt sur des électrons polarisés par collisions d'échange avec des atomes pompés optiquement ; premières expériences de précession libre... Certains de ces problèmes ont été repris plus en détail dans une conférence présentée par O. Darrigol dans le cadre du séminaire de physique atomique et moléculaire.

Les expériences actuelles qui ont donné les résultats les plus précis sur l'électron utilisent des pièges de Penning.

Avant de décrire de tels pièges, on commence par rappeler les résultats relatifs au mouvement d'un électron dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}_o$, parallèle à Oz. Deux fréquences importantes apparaissent, la fréquence *cyclotron* ω_c de la charge, et la fréquence de précession de *Larmor* ω_L du spin. L'étude quantique de ce problème conduit au diagramme d'énergie de *Landau-Rabi.*

Avec un seul champ $\vec{B}_o$, le mouvement de l'électron n'est pas confiné dans la direction Oz de B_o. L'idée la plus simple consiste alors à appliquer un potentiel électrostatique Φ en z^2, de manière à introduire une force de rappel ramenant l'électron en $z = 0$. En fait, à cause de l'équation de Laplace, le potentiel Φ est nécessairement quadrupolaire : il varie en $2z^2 - (x^2 + y^2)$ et donne donc naissance à une force répulsive qui éloigne l'électron de l'origine dans le plan xoy. Le force de Lorentz due au champ magnétique $\vec{B}_o$ peut cependant compenser cette force répulsive, si B_o est suffisamment grand. Finalement, la combinaison d'un potentiel électrostatique quadrupolaire Φ, de révolution autour de Oz, et d'un champ magnétique $\vec{B}_o$, parallèle à Oz et suffisamment intense, peut confiner le mouvement de l'électron dans les trois directions, et constitue un *piège de Penning.*

Les équations classiques du mouvement de l'électron dans un tel piège sont résolues et mettent en évidence l'existence de 3 fréquences pour le mouvement de la charge (en plus de la fréquence de Larmor ω_L du spin qui demeure inchangée en présence de Φ) : la *fréquence cyclotron modifiée* ω'_c, associée au mouvement cyclotron perturbé par le champ électrique, la *fréquence de vibration axiale* ω_z dans le creux de potentiel de Φ le long de Oz, la *fréquence magnétron* ω_m, associée à une dérive lente de l'orbite cyclotron autour de Oz.

L'hamiltonien quantique de l'électron dans un tel piège est également étudié. Il peut être mis sous la forme d'une somme de 3 hamiltoniens d'oscillateurs harmoniques indépendants, de fréquences ω'_c, ω_z, ω_m. Les fréquences de Bohr apparaissant dans le mouvement des diverses observables de l'électron sont déterminées.

Enfin, compte tenu de la précision avec laquelle l'anomalie $g - 2$ est actuellement mesurée à partir des fréquences ω'_c, ω_z, ω_m, ω_L, on évalue les conséquences sur ces fréquences d'une imperfection éventuelle du piège : défaut de symétrie de révolution, défaut d'alignement entre le champ $\vec{B}_o$ et l'axe de symétrie de Φ.

I-2

Processus de relaxation

Le cours se poursuit par une étude des divers processus physiques couplant l'électron dans le piège de Penning au monde extérieur, et introduisant ainsi un *amortissement* du mouvement de cet électron, de même que du *bruit*. Le vide dans l'enceinte est supposé suffisant pour qu'on puisse négliger les collisions avec le gaz résiduel.

Le premier processus étudié est *l'émission spontanée* de rayonnement qui n'est appréciable que pour le mouvement cyclotron.

Un phénomène beaucoup plus important est lié aux charges induites par l'électron sur les électrodes du piège. La variation de ces charges induites quand l'électron est en mouvement lent fait apparaître un *courant dans les circuits extérieurs*, et par suite, une *dissipation* d'énergie par effet Joule dans les résistances de ces circuits, de même qu'un *bruit* associé aux fluctuations thermiques du voltage dans les résistances. Enfin, l'interaction de l'électron avec les charges qu'il induit sur les électrodes peut modifier légèrement ses fréquences propres.

Tous ces phénomènes sont analysés qualitativement et quantitativement en termes de circuits électriques équivalents.

Détection de la résonance axiale - Observation d'un électron unique

Les électrodes permettant de réaliser le potentiel quadrupolaire Φ sont au nombre de trois : une électrode ayant la forme d'un anneau entourant l'axe Oz et deux électrodes coupelles, perpendiculaires à l'axe Oz et fermant le piège en haut et en bas.

En appliquant entre les 2 coupelles une tension alternative de fréquence ω voisine de ω_z, on excite le mouvement de vibration axiale de l'électron. Le passage à la résonance est détecté sur les variations résonnantes du courant induit par le mouvement de vibration de l'électron dans le circuit reliant les 2 coupelles. La fréquence de vibration axiale peut être déterminée à une fraction de hertz près.

Les expériences correspondantes sont décrites, notamment, celles qui ont permis à D. Wineland, P. Ekstrom et H. Dehmelt de détecter la résonance d'un *électron unique*.

Détection des autres résonances par couplage avec la vibration axiale - Méthode de la bouteille magnétique

Les mouvements cyclotron, magnétron et de spin n'induisent pas de courant dans le circuit des coupelles. La méthode de la *bouteille magnétique*, imaginée par H. Dehmelt, permet de mesurer les fréquences propres de ces

3 mouvements en les couplant au mouvement de vibration axiale, grâce à un champ magnétique inhomogène qui introduit une énergie potentielle effective supplémentaire, variant en z^2, et dépendant des nombres quantiques cyclotron, magnétron et de spin. Toute variation de ces nombres quantiques, produite par une résonance cyclotron, magnétron ou de spin, se traduit donc par un changement de l'énergie potentielle le long de Oz, et donc par une variation de la fréquence de vibration axiale, aisément mesurable.

Une telle méthode est analysée quantitativement. Le calcul de l'hamiltonien de perturbation associé au champ magnétique inhomogène permet de déterminer les termes de couplage entre les divers mouvements et d'obtenir l'expression du déplacement de la fréquence de vibration axiale. On montre également que les diverses résonances sont d'autant plus élargies par les inhomogénéités du champ magnétique que le nombre quantique de vibration axiale est plus élevé.

Plusieurs exemples d'applications sont finalement passés en revue : excitation et détection de la résonance magnétron, de la résonance cyclotron, des résonances mixtes cyclotron-spin, de fréquence $\omega_L - \omega'_c$.

Refroidissement radiatif du mouvement magnétron

Les résonances mixtes, où 2 nombres quantiques varient à la fois, sont intéressantes pour *refroidir* les degrés de liberté d'une particule piégée. Le principe d'une telle méthode, imaginée par D. Wineland et H. Dehmelt, est expliqué sur les résonances mixtes vibration-magnétron à $\omega_z + \omega_m$. L'absorption d'un photon $\hbar(\omega_z + \omega_m)$ augmente le nombre quantique de vibration d'une unité, tout en diminuant le nombre quantique magnétron d'une unité. Or, le mouvement de vibration est le seul a être couplé aux circuits extérieurs. Le nombre quantique de vibration retourne donc rapidement à sa valeur initiale par suite de la dissipation dans le circuit extérieur, alors que le nombre quantique magnétron ne change pas. Il suffit donc de recommencer un grand nombre de fois le cycle précédent pour diminuer de manière appréciable l'énergie magnétron, et donc refroidir les degrés de liberté correspondants.

Une analyse quantitative originale du refroidissement radiatif est présentée. Elle est basée sur les équations de Heisenberg couplées des 2 oscillateurs (associés aux mouvements de vibration axiale et magnétron), auxquelles sont ajoutés des termes de relaxation pour le mouvement de vibration axiale. La résolution de ces équations permet de déterminer la vitesse du refroidissement ainsi que les limites qu'il permet d'atteindre.

I-3

Effet Stern et Gerlach continu
- Analyse d'un processus de mesure portant sur un électron unique

Comme dans l'expérience de Stern et Gerlach, le spin de l'électron interagit avec un gradient de champ, celui de la bouteille magnétique. Cette interaction permet de détecter l'état de spin de l'électron, dans la mesure où la fréquence de vibration axiale ω_z de l'électron dépend de cet état de spin. Comme ω_z peut être mesurée en permanence, une telle expérience a reçu le nom *d'effet Stern et Gerlach continu*. Elle est suffisamment simple, au moins dans des conditions idéales (un seul électron, pas d'autres sources de bruit que la résistance R du circuit de détection), pour qu'on puisse étudier en détail un certain nombre de problèmes relatifs au processus de mesure. Le cours présente et discute les arguments de H. Dehmelt sur ces problèmes.

Tout d'abord, il n'est possible d'affirmer que le spin a basculé que si la variation correspondante, $\delta\omega_z$, de la fréquence de vibration axiale est supérieure au bruit. Or, le bruit, produit par la résistance R, est d'autant plus petit que le temps d'intégration du circuit détectant les variations de ω_z est plus long. Il apparaît ainsi que la mesure de l'état de spin de l'électron doit durer un *temps minimum* T_m, celui pendant lequel il faut moyenner le bruit pour le rendre inférieur au signal. Ce temps T_m est calculé en fonction des divers paramètres de l'expérience.

Le bruit produit par la résistance R a un autre effet, celui de faire varier aléatoirement l'amplitude du mouvement de vibration de l'électron, et donc le champ magnétique moyen « vu » par cet électron. La bouteille magnétique et le circuit électrique de détection (appareil de mesure) introduisent donc un élément aléatoire dans l'évolution du spin (système qu'ils permettent d'étudier). On montre alors que le temps de mesure minimum T_m, introduit plus haut, est aussi le temps au bout duquel l'interaction avec l'appareil a complètement « *brouillé* » *les phases relatives* entre les 2 états de spin de l'électron.

L'étude de l'effet Stern et Gerlach continu permet ainsi, sur un exemple précis, d'étudier en détail la perturbation associée au processus de mesure. D'autre problèmes, comme le « paradoxe de Zénon », sont également discutés sur cet exemple simple.

Extension de la méthode aux positrons

Le cours se poursuit par la description des expériences que P. Schwinberg, R. Van Dyck et H. Dehmelt ont réalisées sur des positrons. Les positrons émis par une source radioactive, sont ralentis électrostatiquement, capturés dans un piège de Penning et refroidis radiativement. Ils sont ensuite transférés dans un second piège de Penning dont les défauts sont compensés avec soin, puis éjectés l'un après l'autre jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un seul positron dans le piège. La mesure de l'anomalie g — 2 est alors effectuée suivant la même méthode que pour l'électron.

Les résultats les plus récents obtenus sur l'électron et le positron sont passés en revue. Près de trois ordres de grandeur ont été gagnés en précision par rapport aux meilleures mesures antérieures. Les facteurs g de l'électron et du positron sont trouvés égaux à 2.10^{-11} près, ce qui constitue un test très sévère de la symétrie matière-antimatière. Notons enfin que la précision expérimentale actuelle sur l'anomalie g — 2 est 30 fois plus élevée que la précision des calculs d'électrodynamique quantique.

Les expériences sur l'anomalie g — 2 des *muons* positifs et négatifs ont été décrites et discutées dans une conférence du Professeur E. Picasso du C.E.R.N., présentée dans le cadre du séminaire de physique atomique et moléculaire.

Corrections relativistes - Bistabiltié et hystérésis d'origine relativiste

La dernière partie du cours est consacrée à l'étude d'un certain nombre d'effets relativistes.

Les corrections relativistes aux différentes fréquences propres de l'électron dans le piège de Penning sont étudiées à partir de la limite non relativiste de l'équation de Dirac, à laquelle est ajouté un terme décrivant l'anomalie g — 2 du moment magnétique de spin de l'électron. La correction la plus importante concerne la fréquence cyclotron qui diminue quand l'énergie cyclotron augmente. L'excitation du mouvement cyclotron entraîne également une correction relativiste de la fréquence de vibration axiale ω_z : ω_z diminue quand le nombre quantique cyclotron n augmente. Par contre, le mouvement cyclotron ne perturbe pas la fréquence d'anomalie $\omega'_a = \omega_L - \omega'_c$ qui n'est sensible qu'au mouvement de vibration axiale.

Le fait que la fréquence cyclotron dépende de l'énergie du mouvement cyclotron entraîne que l'oscillateur associé au mouvement cyclotron acquiert une *anharmonicité* d'origine relativiste. Or, il est bien connu que des effets *d'hysteresis* et de *bistabilité* peuvent apparaître sur un oscillateur anharmonique quand on balaie lentement la fréquence d'excitation par valeurs décroissantes puis croissantes. De tels phénomènes d'hysteresis et de bistabilité d'origine relativiste viennent d'être effectivement observés par G. Gabrielse, H. Dehmelt et W. Kells sur un électron unique capturé dans un piège de Penning. Les expériences correspondantes sont décrites et analysées. Les perspectives ouvertes par l'utilisation d'effets relativistes pour la spectroscopie à très haute résolution de particules piégées sont également discutées.

B – Introduction au cours 1985-86

① Thème choisi

"Ions piégés. Refroidissement radiatif et applications"

Extension aux ions des méthodes décrites l'an dernier et relatives aux électrons – Discussion des méthodes et des applications nouvelles spécifiques des ions

② Ce qu'il y a de nouveau par rapport aux électrons

– Nombreux niveaux d'énergie internes (au lieu des seuls degrés de liberté de spin.

– Possibilité de faire interagir les ions piégés avec un faisceau laser
Méthodes de détection optique (fluorescence)
Contrôle laser des degrés de liberté internes (pompage optique) et externes (refroidissement laser)

– Beaucoup plus d'applications en physique atomique et moléculaire (spectroscopie, collisions, durées de vie... et en métrologie (standards de fréquence)

– Problème théorique intéressant de l'évolution couplée des degrés de liberté externes et internes.

③ Caractéristiques de ces méthodes

Avantages

– Longs temps d'observation.

– Pas d'effet Doppler, ni du 1er ni du 2ème ordre grâce au refroidissement laser
Vraie élimination et non simple compensation

– Perturbations dues aux champs extérieurs faibles et contrôlables.
Localisation dans un petit volume.

– Perturbations dues aux collisions, aux interactions entre ions très faibles.
Très petit nombre d'ions.
Eventuellement étude d'un ion unique.

Limitations

– Petit nombre d'ions (limitation due à la charge d'espace)
Signal faible, en particulier pour les ions moléculaires où le petit nombre d'ions est réparti sur un grand nombre de niveaux.

Possibilité néanmoins de méthodes de détection très sensibles (électriques, optiques)

— Encore peu de sources laser dans l'ultraviolet où se situent la plupart des raies des ions

(4) Les grands domaines d'application

Spectroscopie - Physique atomique et moléculaire

Spectroscopie de masse
Spectroscopie RF, microonde et optique
Ions moléculaires, ions négatifs
Durées de vie longues
Processus de collisions

Métrologie

Standards de fréquence - Horloge
Stabilité - Précision

Problèmes fondamentaux

Limites ultimes imposées par les effets quantiques
Tests des théories fondamentales (relativité générale)
Plasmas froids et fortement couplés ($E_{coulomb} \gg kT$)

Bibliographie : Quelques articles de revue

H.G. Dehmelt Adv. At. Mol. Phys. 3, 53 (1967) et 5, 109 (1969)

H.G. Dehmelt in "Advances in Laser Spectroscopy" (F.T. Arecchi, F. Strumia, H. Walther eds) Plenum (1983) p.153

P.E. Toschek in "New Trends in Atomic Physics", Les Houches XXXVIII 1982 (G. Grynberg et R. Stora eds) Elsevier (1984) p.381

D.J. Wineland, W.M. Itano, R.S. Van Dyck Adv. At. Mol. Phys. 19, 135 (1983)

D.J. Wineland, W.M. Itano, J.C. Bergquist, J.J. Bollinger J.D. Prestage in Atomic Physics 9 (R.S. Van Dyck et E.N. Fortson eds) World Scientific (1984) p.3

Mêmes auteurs : Symposium A. Kastler Paris 1985 à paraître.

Généralités sur le piégeage de particules chargées

Buts de ce cours

- Introduire les idées essentielles à la base des 2 pièges les plus couramment utilisés, le piège de Penning et le piège radiofréquence
- Rappeler, sans entrer dans le détail des calculs (voir pour cela le cours 84-85), les résultats importants relatifs au piège de Penning
- Donner le principe du piégeage d'une particule chargée dans un champ électrique $\vec{E}$ inhomogène oscillant. Le cas où le champ $\vec{E}$ dérive d'un potentiel quadrupolaire (piège de Paul) sera étudié de manière plus approfondie dans le cours suivant.

Plan

Introduction (Transparent 1)

Potentiel électrostatique - Intérêt du potentiel quadrupolaire (T2 à T5)

Le piège de Penning

Principe, fréquences propres, niveaux d'énergie (T6 à T11)

Particule chargée dans un champ $\vec{E}(\vec{r})\cos\Omega t$ inhomogène

Principe, calcul de la force séculaire et du potentiel effectif (T12 à T18)

Piégeage de particules chargées (1)

Plus facile pour une particule chargée que pour un atome neutre car on peut agir sur la charge

Cependant, un potentiel électrostatique ϕ ne peut à lui seul réaliser le piégeage car ϕ n'a pas de minimum ($\Delta\phi = 0$)

Les 2 solutions les plus utilisées

- Utilisation conjointe d'un potentiel électrostatique et d'un champ magnétique uniforme
  ↳ Piège de Penning
- Modulation RF de ϕ donnant naissance à un potentiel effectif qui, lui, a un minimum
  ↳ Piège de radiofréquence (Paul)

Potentiel électrostatique ϕ (2)

Solution générale de $\Delta\phi = 0$

$$\phi = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} c_\ell^m \, r^\ell \, Y_\ell^m(\theta,\varphi)$$

$\boxed{\ell=0}$ Constante sans intérêt physique

$\boxed{\ell=1}$ Champ $\vec{E}$ uniforme non intéressant pour piéger

$\boxed{\ell=2}$ Potentiel quadrupolaire

Cas où le potentiel a la symétrie de révolution autour de Oz (Y_2^0)

$$\phi(x,y,z) = A(r^2 - 3z^2) = A(x^2+y^2-2z^2)$$

Si ϕ piège une particule chargée le long de Oz en $z=0$, il la repousse loin de O dans le plan xOy

Intérêt de se limiter à $l=2$ (3

Piège de Penning

- Force électrique $q\vec{E} = -q\vec{\nabla}\phi$
  linéaire en x, y, z, si $\phi = r^2 Y_2^0$
- Force magnétique $q\vec{v}\times\vec{B}_0$
  linéaire en $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$, si $\vec{B}_0$ uniforme

↳ Les équations du mouvement forment un système différentiel linéaire, homogène, du 2ème ordre

↳ Fréquences propres du mouvement indépendantes de l'amplitude du mouvement et de la position de la particule dans le piège

Piège de Paul

Potentiel effectif proportionnel à $\vec{E}^2$, et donc fonction quadratique de x, y, z

↳ Mouvement harmonique

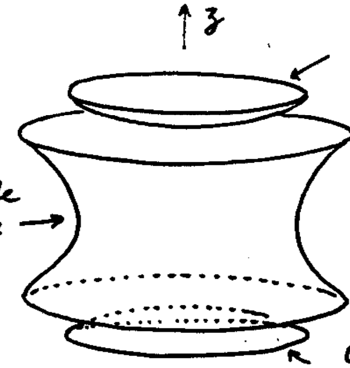
Identité des prédictions classiques et quantiques

Surfaces équipotentielles (4

$$\phi(x,y,z) = A(x^2+y^2-2z^2) = C^{te}$$

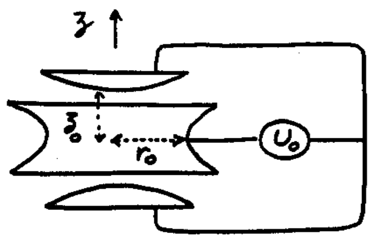
Hyperboloïdes de révolution autour de Oz

Matérialisation par des électrodes



Une électrode en forme d'anneau
Deux électrodes en forme de coupelle

Paramètres importants de ϕ (5



Lien entre U_0 et A

$$U_0 = \phi(r_0,0,0) - \phi(0,0,z_0) = A(r_0^2+2z_0^2)$$

Fréquence de vibration le long de Oz

$$q\phi(0,0,z) = -2qAz^2 = \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2$$

(on suppose $qA<0$)

$$\omega_z^2 = \frac{-4qA}{m} = \frac{-4qU_0}{m(r_0^2+2z_0^2)}$$

Energie potentielle $V = q\phi$

$$V(x,y,z) = \frac{1}{2}m\omega_z^2\left[z^2 - \frac{x^2+y^2}{2}\right]$$

Piège de Penning (6

Principe

Compenser la force électrique centrifuge dans le plan xOy par une force magnétique centripète produite par un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0$ parallèle à Oz

Fréquence cyclotron ω_c

Si $\vec{B}_0$ était seul, le mouvement transverse de la particule serait un mouvement circulaire à la vitesse angulaire uniforme

$$\omega_c = -\frac{qB_0}{m}$$

Potentiel vecteur $\vec{A}_0$

$$\vec{A}_0 = -\frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{B}_0$$

Equations classiques du mouvement (7)

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{q}{m}\vec{\nabla}\phi + \frac{q}{m}\dot{\vec{r}}\times\vec{B}_0$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\omega_z^2}{2}x - \omega_c\dot{y} \\ \ddot{y} = \frac{\omega_z^2}{2}y + \omega_c\dot{x} \\ \ddot{z} = -\omega_z^2 z \end{cases}$$

- Système différentiel linéaire homogène du $2^{\text{ème}}$ ordre
  Solutions de la forme $r_0 e^{i\lambda t}$
  3 valeurs possibles pour λ
- Structure reste la même si $\vec{B}_0$ n'est pas aligné sur un axe de symétrie de ϕ, et si ϕ n'est pas de révolution, tout en restant quadrupolaire ($l=2$, avec plusieurs valeurs de m)
- Pour un piège parfait, découplage du mouvement sur Oz et du mouvement transverse

Fréquences propres (8)
(pour un piège parfait)

Fréquence de vibration axiale ω_z

Mouvement harmonique le long de Oz

Fréquence cyclotron modifiée ω'_c

$$\omega'_c = \frac{\omega_c}{2} + \frac{\omega_c}{2}\sqrt{1-\frac{2\omega_z^2}{\omega_c^2}}$$

Diminution de ω_c due à la présence de ϕ

Fréquence magnétron ω_m

$$\omega_m = \frac{\omega_c}{2} - \frac{\omega_c}{2}\sqrt{1-\frac{2\omega_z^2}{\omega_c^2}}$$

Dérive lente de l'orbite cyclotron due au champ $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$

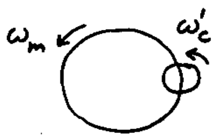
En général, $\omega'_c \gg \omega_z \gg \omega_m$

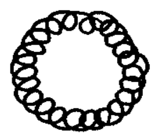
Quelques relations

$$\omega'_c + \omega_m = \omega_c$$

$$\omega'_c\,\omega_m = \frac{\omega_z^2}{2}$$

Allure du mouvement transversal (9)





Composition d'une rotation rapide à ω'_c et d'une rotation lente à ω_m

Cas d'un piège imparfait

ϕ quadrupolaire, non de révolution. $\vec{B}_0$ uniforme, non aligné sur les axes de symétrie de ϕ

A partir de l'équation donnant les 3 fréquences propres $\bar{\omega}_c, \bar{\omega}_z, \bar{\omega}_m$, on démontre que

$$\bar{\omega}_c^2 + \bar{\omega}_z^2 + \bar{\omega}_m^2 = \omega_c^2$$

L.S. BROWN, G. GABRIELSE
Phys. Rev. A 25, 2423 (1982)

Etude quantique (10)

Hamiltonien

$$H = \frac{1}{2m}(\vec{p} - q\vec{A}_0)^2 + V$$

$$\vec{A}_0 = -\frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{B}_0 = \left\{-y\frac{B_0}{2}, x\frac{B_0}{2}, 0\right\}$$

$$V = \frac{1}{2}m\omega_z^2\left[z^2 - (x^2+y^2)/2\right]$$

Forme quadratique hermitique en x, y, z, p_x, p_y, p_z, pouvant être décomposée en 3 modes normaux de vibration indépendants

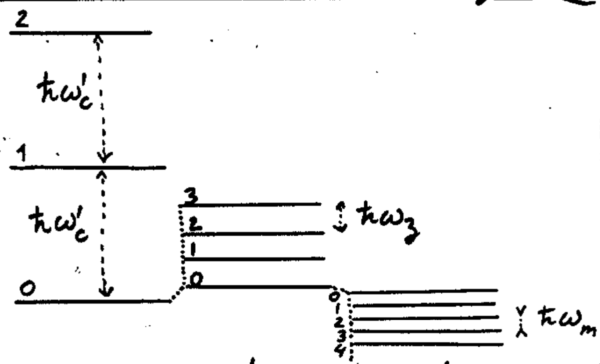
$$H = \hbar\omega'_c(N_c+\tfrac{1}{2}) + \hbar\omega_z(N_z+\tfrac{1}{2}) - \hbar\omega_m(N_m+\tfrac{1}{2})$$

$$N_c = a_c^+ a_c \qquad N_z = a_z^+ a_z \qquad N_m = a_m^+ a_m$$

a_c et a_m sont des superpositions linéaires de x, y, p_x, p_y, qui sont les opérateurs d'annihilation d'un quantum cyclotron ou magnétron

Bien noter le signe $-$ pour $\hbar\omega_m$

Allure des niveaux d'énergie (11



n	k	s
Valeur propre de N_c	Valeur propre de N_z	Valeur propre de N_m

Quand s augmente, la dimension de l'orbite magnétron augmente, et l'énergie potentielle décroît plus vite que l'énergie cinétique n'augmente

Explication du signe − de $\hbar\omega_m$

Instabilité du mouvement magnétron

Particule chargée dans un champ $\vec{E}(\vec{r})\cos\Omega t$ inhomogène (12

Etude générale qualitative et non limitée à un champ $\vec{E}(\vec{r})$ dérivant d'un ϕ quadrupolaire

La particule vibre à la fréquence Ω dans le champ $\vec{E}(\vec{r})\cos\Omega t$

La moyenne temporelle (sur $2\pi/\Omega$) de la force instantanée, appelée force séculaire, n'est pas nulle et est dirigée vers les régions où $\vec{E}^2$ est minimum

On se limite dans ce chapitre au cas où la fréquence Ω est très élevée devant les fréquences du mouvement lent dû à la force séculaire

Limite adiabatique

Explication du mécanisme sur un modèle simple (à une dimension : $\vec{E}$ parallèle à Oz) (13

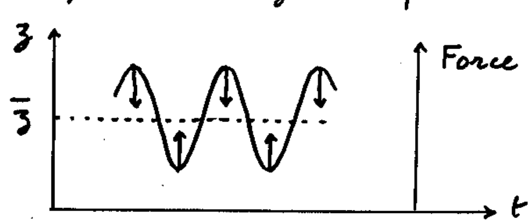
① Inhomogénéités de $\mathcal{E}$ négligées

$$m\ddot{z} = q\mathcal{E}\cos\omega t$$

Vibration autour du point $\bar{z}$

$$z = \bar{z} + \zeta = \bar{z} - \frac{q\mathcal{E}}{m\Omega^2}\cos\Omega t$$

La force $q\mathcal{E}\cos\Omega t$ et le mouvement de vibration $\zeta = -q\mathcal{E}\cos\Omega t/m\Omega^2$ sont toujours en opposition de phase, quel que soit le signe de q

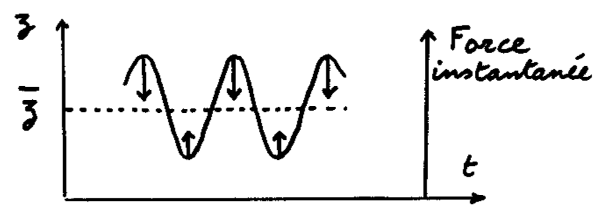


Moyenne temporelle de F nulle

② Effet des inhomogénéités de $\mathcal{E}$ (14

- Pour calculer la vibration ζ, on peut approximer $\mathcal{E}(z)$ par $\mathcal{E}(\bar{z})$
- Par contre, la force instantanée est $q\mathcal{E}(z)\cos\Omega t$ avec $z = \bar{z} + \zeta$

Cas où $|\mathcal{E}(z)|$ croît avec z



Les régions où ζ est maximal contribuent plus que celles où ζ est minimal

La moyenne temporelle de la force instantanée n'est plus nulle

Comme ζ et F_{inst} sont en opposition de phase, $F_{séculaire} = \overline{F_{instantanée}}$ est dirigée en sens opposé de $d|\mathcal{E}(z)|/dz$

15

Calcul plus précis de la force séculaire

Mouvement de la particule

(à 3 dimensions $i = 1, 2, 3$)

$$x_i = \bar{x}_i + \xi_i$$

x_i : position instantanée

$\bar{x}_i$: centre de l'oscillation

ξ_i : oscillation à Ω dans

$$\vec{E}(x_i, t) = \vec{E}(x_i)\cos\Omega t$$

Pour calculer ξ_i, on prend $\vec{E}(x_i) \simeq \vec{E}(\bar{x}_i)$

$$\hookrightarrow \quad \xi_i = -\frac{q\,\mathcal{E}_i(\bar{x}_j)}{m\Omega^2}\cos\Omega t$$

Force instantanée

$$F_i = q\,\mathcal{E}_i(x_j, t) = q\,\mathcal{E}_i(\bar{x}_j + \xi_j)\cos\Omega t$$

On néglige la force magnétique $q\vec{v}\times\vec{B}$ dans le champ $\vec{B}$ associé à $\vec{E}$ $\left(\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)$

16

Force instantanée

$$F_i = q\,\mathcal{E}_i(\bar{x}_j + \xi_j)\cos\Omega t = q\left[\mathcal{E}_i(\bar{x}_j) + \sum_j \frac{\partial\mathcal{E}_i(\bar{x}_j)}{\partial\bar{x}_j}\,\xi_j\right]\cos\Omega t$$

Notations plus simples (tout est évalué en $\bar{x}_j$)

$$F_i = \left[q\,\mathcal{E}_i + \sum_j q\,\xi_j\,\partial_j\mathcal{E}_i\right]\cos\Omega t$$

Comme on néglige les effets magnétiques on remplace $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ par $\vec{\nabla}\times\vec{E} = \vec{0}$ et donc $\partial_j\mathcal{E}_i$ par $\partial_i\mathcal{E}_j$

[Pour un calcul analogue, conservant les effets magnétiques, voir cours 82-83 pages I-6 et I-7]

$$F_i = \left[q\,\mathcal{E}_i + \sum_j q\,\xi_j\,\partial_i\mathcal{E}_j\right]\cos\Omega t$$

Force séculaire

Comme $\xi_j = -\frac{q\,\mathcal{E}_j}{m\Omega^2}\cos\Omega t$, $\overline{\cos^2\Omega t} = \frac{1}{2}$

$$\overline{F_i} = -\frac{q^2}{2m\Omega^2}\sum_j \mathcal{E}_j\,\partial_i\mathcal{E}_j = -\frac{q^2}{4m\Omega^2}\,\partial_i\vec{E}^2$$

17

Potentiel effectif

La force séculaire, qui régit le mouvement lent de $\bar{x}_i$, dérive d'une énergie potentielle effective

$$V_{eff}(\bar{x}_i) = \frac{q^2}{4m\Omega^2}\vec{E}^2(\bar{x}_i)$$

Cette énergie potentielle effective coïncide avec l'énergie cinétique moyenne du mouvement de vibration rapide

$$\overline{E_c^{rap}} = \frac{m}{2}\sum_i \overline{\dot{\xi}_i^2} = \sum_i \frac{q^2\vec{E}^2(x_i)\,\overline{\sin^2\Omega t}}{2m\Omega^2}$$

$$= \frac{q^2\vec{E}^2(x_i)}{4m\Omega^2} = V_{eff}(\bar{x}_i)$$

Potentiel électrique effectif

$$V_{eff}(x_i) = q\,\psi(x_i)$$

$$\psi(x_i) = \frac{q}{4m\Omega^2}\vec{E}^2(x_i)$$

18

Energie cinétique moyenne totale

$$\overline{E_c^{tot}} = \frac{m}{2}\sum_i \overline{(\dot{\bar{x}}_i + \dot{\xi}_i)^2} =$$

$$= \underbrace{\frac{m}{2}\sum_i \dot{\bar{x}}_i^2}_{E_c^{lent}} + \underbrace{\frac{m}{2}\sum_i \overline{\dot{\xi}_i^2}}_{\overline{E_c^{rap}}} + \underbrace{m\sum_i \overline{\dot{\bar{x}}_i\,\dot{\xi}_i}}_{\sim\,\overline{\sin\Omega t}\,=\,0}$$

Comme $\overline{E_c^{rap}}$ est l'énergie potentielle du mouvement lent

$$\overline{E_c^{tot}} = E_c^{lent} + V_{eff}^{lent} =$$

= Energie cinétique du mvt lent
+ Energie potentielle du mvt lent

= Energie totale du mvt lent

= Constante du mouvement lent

Problème analogue

Force pondéromotrice poussant un electron dans un faisceau laser vers les points d'intensité minimale

Piège de Paul

But de ce cours.

Etude du mouvement d'une particule dans un potentiel quadrupolaire oscillant. Les problèmes liés à la présence de plusieurs particules (collisions, charge d'espace) seront abordés ultérieurement.

1 - Introduction (Transparent T 1)

2 - Limite adiabatique

Potentiel effectif, fréquences lentes (T 2)
Mouvement de la particule (T3 à T4)
Profondeur du puits (T5 à T7)
Visualisation expérimentale (T8)

3 - Etude générale

Equation de Mathieu (T9)
Propriétés générales de la solution (T10 à T15)
Domaine de stabilité du piège (T16 à T20)
Selectivité en q/m - Filtre de masse (T21 à T22)

4 - Etude quantique (T 23 à T 26)

5 - Comparaison entre le piège de Paul et le piège de Penning (T 27 à T 28)

Références page II - 9

Piège de Paul (1)

$$\phi(\vec{r},t) = A(x^2+y^2-2z^2)\cos\Omega t$$

Potentiel quadrupolaire modulé à la fréquence Ω

Limite adiabatique

Cas où la vibration à Ω est très rapide devant le mouvement séculaire

Notion de potentiel effectif

Images physiques simples

Résultats analytiques

Etude générale

Ne nécessite pas l'existence de 2 fréquences très différentes.

Equation de Mathieu

Recherche des solutions stables de cette équation

Limite adiabatique (2)

$$\phi(\vec{r},t) = A(x^2+y^2-2z^2)\cos\Omega t$$

Champ au point $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ $\quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$

$$\vec{E}(\bar{x},\bar{y},\bar{z},t) = \vec{\mathcal{E}}(\bar{x},\bar{y},\bar{z})\cos\Omega t$$

$$\mathcal{E}_x = -2A\bar{x} \quad \mathcal{E}_y = -2A\bar{y} \quad \mathcal{E}_z = 4A\bar{z}$$

Potentiel effectif

$$V_{eff}(\bar{x},\bar{y},\bar{z}) = \frac{q^2\vec{\mathcal{E}}^2}{4m\Omega^2} = \frac{q^2A^2}{m\Omega^2}\left[\bar{x}^2+\bar{y}^2+4\bar{z}^2\right]$$

Potentiel harmonique dans les 3 directions. Minimum en $\bar{x}=\bar{y}=\bar{z}=0$

V_{eff} indépendant du signe de q

Fréquences du mouvement lent

$$V_{eff}(\bar{x},\bar{y},\bar{z}) = \frac{m}{2}\left[\bar{\omega}_x^2\bar{x}^2+\bar{\omega}_y^2\bar{y}^2+\bar{\omega}_z^2\bar{z}^2\right]$$

$$\bar{\omega}_z = 2\bar{\omega}_x = 2\bar{\omega}_y = 2\sqrt{2}\,qA/m\Omega$$

Vibration lente à $\bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y, \bar{\omega}_z$

Traitement valable si $\Omega \gg \bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y, \bar{\omega}_z$

Mouvement de la particule (3

$$x_i = \bar{x}_i + \xi_i = \bar{x}_i - \frac{q\,\mathcal{E}_i(\bar{x},\bar{y},\bar{z})}{m\Omega^2}\cos\Omega t$$

Par exemple, pour $i = 3$

$$z = \bar{z} - \frac{4Aq}{m\Omega^2}\,\bar{z}\cos\Omega t$$

Mouvement lent — Mouvement rapide

Expression de $\bar{z}$

$$\bar{z} = \bar{z}_m \cos\bar{\omega}_z t$$

$\bar{z}_m$: Amplitude de la vibration lente à $\bar{\omega}_z = 2\sqrt{2}\,qA/m\Omega$

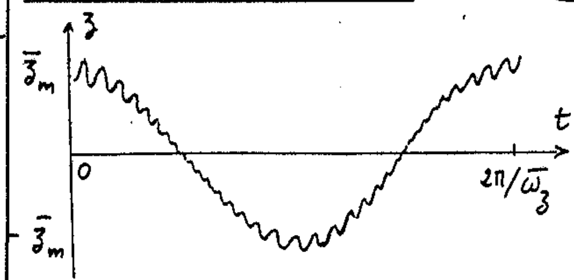
$$\frac{4Aq}{m\Omega^2} = \sqrt{2}\,\frac{\bar{\omega}_z}{\Omega} \ll 1$$

Finalement

$$z = \bar{z}_m \cos\bar{\omega}_z t\left[1 - \sqrt{2}\,\frac{\bar{\omega}_z}{\Omega}\cos\Omega t\right]$$

Fréquences : ω_z , $\Omega \pm \omega_z$

Allure du mouvement (4



Amplitude de la vibration rapide proportionnelle à la distance au centre, et très petite devant $\bar{z}_m$ (réduction par $\sqrt{2}\,\bar{\omega}_z/\Omega \ll 1$)

Vitesse associée au mouvement lent

$$\dot{\bar{z}} = -\bar{z}_m\bar{\omega}_z \sin\bar{\omega}_z t$$

Vitesse associée au mouvement rapide

$$\dot{\xi} \simeq -\bar{z}_m\sqrt{2}\,\frac{\bar{\omega}_z}{\Omega}\,\Omega\sin\Omega t = -\bar{z}_m\sqrt{2}\,\bar{\omega}_z \sin\Omega t$$

Vitesses comparables

Profondeur du puits effectif (en volts) (5

Profondeur le long de Oz : $\bar{D}_z$

$$\bar{D}_z = \frac{1}{q}\left[V_{eff}(0,0,z_0) - V_{eff}(0,0,0)\right] = \frac{4qA^2 z_0^2}{m\Omega^2}$$

$$\frac{1}{2}m\bar{\omega}_z^2 z_0^2 = q\bar{D}_z$$

Profondeur le long de Ox et Oy : $\bar{D}_x = \bar{D}_y$

$$\frac{1}{2}m\bar{\omega}_x^2 r_0^2 = q\bar{D}_x$$

Comme $\bar{\omega}_z = 2\bar{\omega}_x$, $\bar{D}_x = \bar{D}_z$ si $r_0 = 2z_0$

Lien avec la différence de potentiel appliqué entre les electrodes

$$\phi = A(x^2+y^2-2z^2)\cos\Omega t$$

$$V_0\cos\Omega t = \phi(r_0,0,0,t) - \phi(0,0,z_0,t) = A(r_0^2+2z_0^2)\cos\Omega t$$

$$\hookrightarrow\quad A = \frac{V_0}{r_0^2+2z_0^2}$$

$$\bar{D}_z = \frac{4qV_0^2 z_0^2}{m(r_0^2+2z_0^2)^2\Omega^2} \qquad \bar{\omega}_z = \frac{2\sqrt{2}\,q V_0}{m(r_0^2+2z_0^2)\Omega}$$

Comparaison avec la profondeur du puits statique (pour $\Omega = 0$) (6

$$D_z = \phi(0,0,z_0) - \phi(0,0,0) = -2Az_0^2 = -\frac{2V_0 z_0^2}{r_0^2+2z_0^2}$$

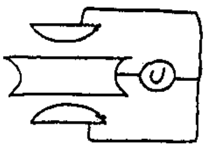
(On suppose $V_0 < 0$)

$$\frac{\bar{D}_z}{D_z} = \frac{-2qV_0}{m(r_0^2+2z_0^2)\Omega^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\bar{\omega}_z}{\Omega}$$

Comme $\bar{\omega}_z \ll \Omega$, le puits de potentiel effectif est beaucoup moins profond que le puits statique (pour $\Omega = 0$)

Il ne faut pas oublier cependant qu'avec $\Omega = 0$, on ne peut pas avoir de puits de potentiel dans les 3 directions à la fois

Combinaison d'un potentiel effectif et d'un potentiel statique (7



$$U = U_0 + V_0 \cos \Omega t$$

$$\phi = \frac{U}{r_0^2 + 2z_0^2}(x^2 + y^2 - 2z^2)$$

Potentiel effectif (provenant de $V_0 \cos \Omega t$)

$$\psi = \frac{q V_0^2}{m \Omega^2 (r_0^2 + 2z_0^2)^2}(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + 4\bar{z}^2)$$

Potentiel statique (provenant de U_0)

$$\phi_{st} = \frac{U_0}{r_0^2 + 2z_0^2}(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - 2\bar{z}^2)$$

Potentiel total $\quad \phi_{tot} = \phi_{st} + \psi$

Isotrope si $\quad U_0 = q V_0^2 / m\Omega^2 (r_0^2 + 2z_0^2)$

Ordres de grandeur

$r_0 = \sqrt{2}\, z_0 = 1.13$ cm, $\Omega/2\pi = 524$ kHz, $U_0 = +8$ V

$V_0 = 297$ V $\longrightarrow$ $D_r = D_z = 12$ eV

$\bar{\omega}_z/2\pi = 69$ kHz $\quad \bar{\omega}_x/2\pi = 49$ kHz

Visualisation expérimentale (8

Petites sphères chargées en aluminium ($\phi \simeq 20 \mu m$), piégées dans un piège de Paul. Illuminées par un arc et observées directement

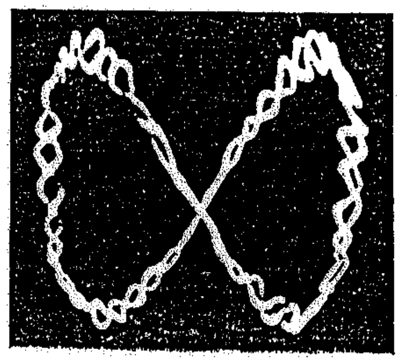
Voir référence (5)

Exemple de résultat

$U_0 = 0 \quad V_0 = 500$ V $\quad \Omega/2\pi = 200$ Hz

$q/m = 0.0053$ Coulomb / Kg

Comme $\bar{\omega}_z = 2\bar{\omega}_{x,y}$, on observe une courbe de Lissajous 2 : 1 pour le mouvement lent (Figure extraite de 5)



Equations du mouvement (9

$$\phi = \frac{U}{r_0^2 + 2z_0^2}(x^2 + y^2 - 2z^2)$$

$U = U_0 + V_0 \cos \Omega t \quad \begin{cases} \text{d.d.p. statique} \\ + \text{ d.d.p. modulée} \end{cases}$

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\dfrac{q}{m}\dfrac{\partial \phi}{\partial x} = \dfrac{-2q}{m(r_0^2 + 2z_0^2)}\left[U_0 + V_0 \cos \Omega t\right] x \\ \ddot{z} = -\dfrac{q}{m}\dfrac{\partial \phi}{\partial z} = \dfrac{4q}{m(r_0^2 + 2z_0^2)}\left[U_0 + V_0 \cos \Omega t\right] z \end{cases}$$

Changement de variables

$\Omega t = 2\tau \qquad x_1 = x \quad x_2 = y \quad x_3 = z$

$$a_3 = a_z = -16\, q\, U_0 / m\Omega^2 (r_0^2 + 2z_0^2)$$

$$q_3 = q_z = 8\, q\, V_0 / m\Omega^2 (r_0^2 + 2z_0^2)$$

$$a_1 = a_2 = a_r = -\frac{a_z}{2} \qquad q_1 = q_2 = q_r = -\frac{q_z}{2}$$

$$\boxed{\frac{d^2 x_i}{d\tau^2} + (a_i - 2q_i \cos 2\tau)\, x_i = 0}$$

Equation de Mathieu

Forme générale de la solution (10

- Equation différentielle linéaire du 2ème ordre avec coefficients fonctions périodiques de τ, de période $T = \pi$ (Floquet)
- Si $x(\tau)$ solution, $x(\tau + \pi)$ aussi
- Soient $g(\tau)$ et $h(\tau)$ 2 solutions linéairement indépendantes de l'équation. Toute solution $x(\tau)$ peut s'écrire

$$x(\tau) = A\, g(\tau) + B\, h(\tau)$$

en particulier $g(\tau + \pi)$ et $h(\tau + \pi)$

$$\begin{cases} g(\tau + \pi) = \alpha_1\, g(\tau) + \alpha_2\, h(\tau) \\ h(\tau + \pi) = \beta_1\, g(\tau) + \beta_2\, h(\tau) \end{cases}$$

Recherche de solutions telles que

$$x(\tau + \pi) = \mu\, x(\tau)$$

$$(A\alpha_1 + B\beta_1)\, g + (A\alpha_2 + B\beta_2)\, h = \mu A g + \mu B h$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} (\alpha_1 - \mu) A + \beta_1 B = 0 \\ \alpha_2 A + (\beta_2 - \mu) B = 0 \end{cases}$$

En général, 2 valeurs possibles pour μ

Fonctions $x_1(\tau)$ et $x_2(\tau)$ (11

$$\begin{cases} x_1(\tau+\pi) = \mu_1\, x_1(\tau) \\ x_2(\tau+\pi) = \mu_2\, x_2(\tau) \end{cases}$$

Forme générale de $x_i(\tau)$ $(i=1,2)$

Posons $\mu_i = e^{\sigma_i \pi} \rightarrow \sigma_i = \frac{1}{\pi}\operatorname{Log}\mu_i$

et $\chi_i(\tau) = e^{-\sigma_i\tau}\, x_i(\tau)$

$$\chi_i(\tau+\pi) = e^{-\sigma_i(\tau+\pi)}\, \underbrace{x_i(\tau+\pi)}$$

$$= \mu_i\, x_i(\tau) = e^{\sigma_i\pi}\, x_i(\tau)$$

↳ $\chi_i(\tau+\pi) = e^{-\sigma_i\tau}\, x_i(\tau) = \chi_i(\tau)$

↳ $x_i(\tau) = e^{\sigma_i\tau}\,\chi_i(\tau) =$

$$= e^{\frac{\tau}{\pi}\operatorname{Log}\mu_i}\,\chi_i(\tau) = (\mu_i)^{\frac{\tau}{\pi}}\,\chi_i(\tau)$$

Finalement,

$$\boxed{\begin{array}{l} x_i(\tau) = (\mu_i)^{\frac{\tau}{\pi}}\,\chi_i(\tau) \\ \chi_i(\tau) : \text{périodique de période } \pi \end{array}}$$

Propriétés de μ_1 et μ_2 (12

① De l'équation de Mathieu, on déduit

$$\ddot{x}_1\, x_2 - \ddot{x}_2\, x_1 = 0$$

↳ $\frac{d}{d\tau}(\dot{x}_1 x_2 - x_1\dot{x}_2) = 0 \rightarrow \dot{x}_1 x_2 - x_1 \dot{x}_2 = C^{te}$

$$\dot{x}_1(\tau+\pi)\,x_2(\tau+\pi) - x_1(\tau+\pi)\,\dot{x}_2(\tau+\pi) =$$

$$\underbrace{W(\tau+\pi)}_{\text{Wronskien}} = W(\tau)$$

Or, $x_i(\tau+\pi) = \mu_i\, x_i(\tau)$ et $\dot{x}_i(\tau+\pi) = \mu_i\,\dot{x}_i(\tau)$ entraînent que

$$W(\tau+\pi) = \mu_1\mu_2\, W(\tau)$$

On en déduit $\boxed{\mu_1\mu_2 = 1}$

② Réalité des coefficients de l'équation de Mathieu

Si $x(\tau)$ solution, $x^*(\tau)$ aussi

↳ L'ensemble $\{\mu_1, \mu_2\}$ doit coïncider avec l'ensemble $\{\mu_1^*, \mu_2^*\}$

Les 2 possibilités pour μ_1 et μ_2 (13

① $\mu_1 = \mu_1^*$ $\mu_2 = \mu_2^*$

↳ $\mu_1 = 1/\mu_2$ μ_1, μ_2 réels

$\mu_1 = e^{\sigma\pi}$ $\mu_2 = e^{-\sigma\pi}$ σ réel

Forme des solutions

$e^{\sigma\tau}\,\chi_1(\tau)$	$e^{-\sigma\tau}\,\chi_2(\tau)$

② $\mu_1 = \mu_2^*$ $\mu_2 = \mu_1^*$

↳ $\mu_2 = 1/\mu_1 = \mu_1^* \longrightarrow |\mu_1|^2 = 1$

$\mu_1 = e^{i\beta\pi}$ $\mu_2 = e^{-i\beta\pi}$

β réel, compris entre 0 et π

Forme des solutions

$e^{i\beta\tau}\,\chi_1(\tau)$	$e^{-i\beta\tau}\,\chi_2(\tau)$

La 1ère situation conduit à des solutions qui divergent en général

La 2ème situation conduit à des solutions qui restent bornées

Problèmes analogues (14

① Etude des solutions de l'équation de Schrödinger pour un potentiel spatial périodique

- Solutions divergentes
  Bandes interdites
  (Etats de surface)
- Solutions bornées
  Bandes permises
  (Fonctions de Bloch)

② Equation de Schrödinger avec une pertubation dependant du temps périodique

Hamiltonien de Floquet-Shirley

Quasiénergies

Lien avec l'hamiltonien de "l'atome habillé" (voir cours 76-77)

Signification de β pour $\beta \ll 1$ (15

Solution stable $x(\tau) = e^{i\beta\tau} \chi(\tau)$

$\chi(\tau)$ périodique, donc développable en série de Fourier

$$\chi(\tau) = c_0 + c_1 e^{2i\tau} + \dots$$

$$x(\tau) = c_0 e^{i\beta\tau} + c_1 e^{i(2+\beta)\tau} + \dots$$

Retour à t $\quad \Omega t = 2\tau$

$$x(t) = c_0 e^{i\beta\Omega\frac{t}{2}} + c_1 e^{i\Omega t} e^{i\beta\Omega\frac{t}{2}} + \dots$$

Si $\beta \ll 1$, $\frac{\beta\Omega}{2}$ apparaît comme la fréquence $\bar{\omega}$ du mouvement lent apparaissant à la limite adiabatique

$$x(t) = c_0 e^{i\bar{\omega}t} + c_1 e^{i\bar{\omega}t} e^{i\Omega t} + \dots$$

Si $\beta \ll 1$, on a donc

$$\beta = 2\,\frac{\bar{\omega}}{\Omega}$$

Frontières entre solutions stables et instables (16

$\mu = e^{i\beta\pi}$ devient réel pour

$\beta = 0 \qquad \mu_1 = \mu_2 = 1$

$\beta = 1 \qquad \mu_1 = \mu_2 = -1$

Dans ce cas, la solution $x(\tau)$ est périodique, de période π (pour $\beta = 0$) ou 2π (pour $\beta = 1$)

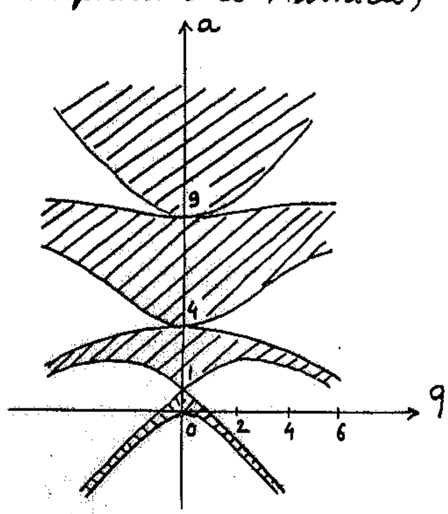
Les valeurs de a et q pour lesquelles l'équation de Mathieu

$$\ddot{x} + (a - 2q\cos 2\tau)x = 0$$

admet des solutions périodiques, de période 2π ($\mu_1 = \mu_2 = \pm 1$) tombent sur des courbes caractéristiques $f(a,q) = 0$, séparant le plan a, q en régions de stabilité et régions d'instabilité

Allure des courbes caractéristiques (17

(Déduites des relations de récurrence obtenues en portant le développement de Fourier de $x(\tau)$ dans l'équation de Mathieu)



Les régions de stabilité sont hachurées

Cas particulier $q = 0$ (18

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + a x = 0$$

$a > 0 \quad$ Solutions stables $e^{\pm i\sqrt{a}\,\tau}$

$a < 0 \quad$ Solutions instables $e^{\pm\sqrt{|a|}\,\tau}$

Pour $a^2 = 0, 1, 4, 9, 16 \dots n^2 \dots$, solution périodique de période π ou 2π ($\beta = +1$ ou -1)

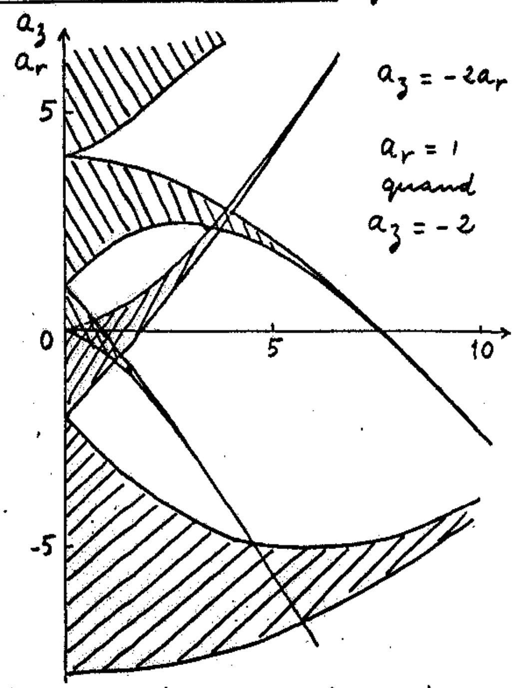
↳ Les courbes caractéristiques doivent passer en ces points

Interprétation de l'instabilité apparaissant au voisinage de $a^2 = 1$ quand q devient non nul

Si $q = 0$, oscillateur de fréquence $\Omega/2$. Quand q devient non nul, modulation de la force de rappel à la fréquence Ω

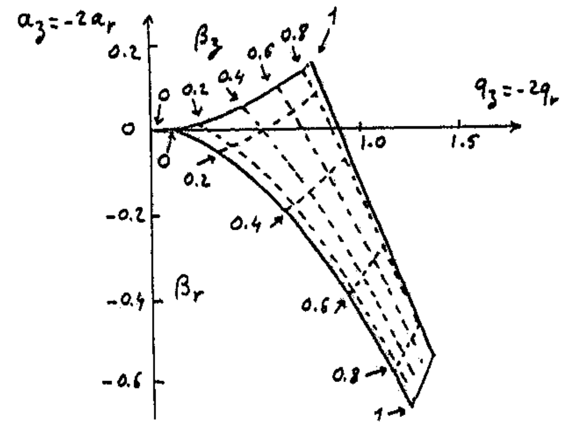
↳ Résonance paramétrique (Excitation d'une balancoire)

Domaine de stabilité de z (19
Domaine de stabilité de x, y (r)



Intersection des 2 zones de stabilité
Mouvement stable dans le piège

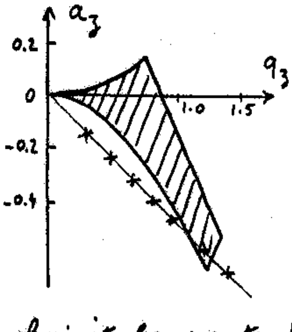
Premier domaine de stabilité (20
(le plus utilisé



Réseau de courbes "iso-β"
Chaque point correspond à un β_r et un β_z bien définis
Pour $a = 0$ (pas de d.d.p. statique, piège RF pur), on vérifie que, pour q petit, $\beta_z = 2\beta_r$, ce qui correspond au résultat $\bar{\omega}_z = 2\bar{\omega}_r$ de la limite adiabatique

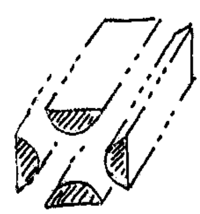
Sélectivité en q/m (21

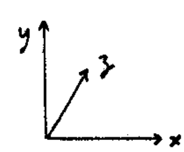
Pour un piège donné ($r_0, z_0, \Omega, U_0, V_0$ fixés), les divers points a, q correspondant à diverses valeurs de q/m se placent sur une droite passant par O



Si l'on choisit la pente de la droite de manière à passer près d'un bord du diagramme de stabilité, le piège ne garde que les ions pour lesquels q/m a la bonne valeur

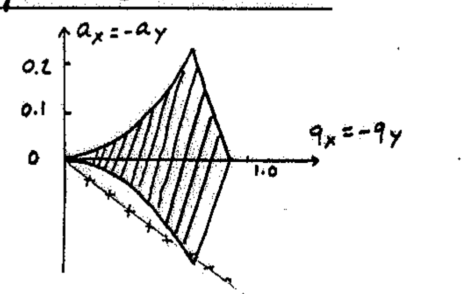
Filtre de masse (22
Utilisé comme analyseur de gaz résiduels
Structure des électrodes





Potentiel : $A(x^2 - y^2)/2r_0^2$

Jet d'ions envoyé le long de l'axe avec une vitesse parallèle à Oz
Diagramme de stabilité



Etude quantique (23

Problème

- Dans tout ce qui précède, la position $\vec{r}$ et l'impulsion $\vec{p}$ de la particule sont traitées classiquement
- Les résultats concernant le domaine de stabilité et les fréquences du mouvement demeurent-ils valables lorsque $\vec{r}$ et $\vec{p}$ sont traités quantiquement ?

Réponse

Oui, parce que le potentiel quadrupolaire est quadratique en x, y, z

Importance de ne pas avoir de termes $l > 2$ dans le développement du potentiel ϕ en Y_l^m

Voir référence (11), et dernière partie de la référence (12)

Esquisse d'une démonstration (24

- Description de l'état de la particule quantique en termes de fonction de Wigner $w(\vec{r},\vec{p})$, reliée très simplement à la matrice densité $\langle \vec{r}|\sigma|\vec{r}'\rangle$ de la particule en représentation $\vec{r}$

$$w(\vec{r},\vec{p}) = \frac{1}{h^3}\int d^3u \; e^{-i\vec{p}.\vec{u}/\hbar} F(\vec{r},\vec{u})$$

$$F(\vec{r},\vec{u}) = \langle \vec{r}+\frac{\vec{u}}{2}|\sigma|\vec{r}-\frac{\vec{u}}{2}\rangle$$

- Intérêt de $w(\vec{r},\vec{p})$
- • Description complète
- • Ressemble beaucoup à la densité classique dans l'espace des phases (Mais peut prendre des valeurs négatives : w est une densité de "quasi probabilité")

Voir Cours 1983-84
Pages VII-1 à VII-9

Equation d'évolution de w (25

Particule dans un potentiel $V(r,t)$ pouvant dépendre de t

L'équation de Schrödinger $i\hbar\dot{\sigma} = [H,\sigma]$ conduit à l'équation d'évolution suivante pour $w(r,p)$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial}{\partial p}\right] w(r,p) = -\frac{\hbar^2}{24}\frac{d^3V}{dr^3}\frac{\partial^3}{\partial p^3} w(r,p) + \cdots$$

1^er membre Même structure que l'équation d'évolution classique (vol libre + effet de la force $-\frac{dV}{dr}$)

2^ème membre Corrections quantiques (proportionnelles à $\hbar$) et faisant intervenir les dérivées spatiales d'ordre 3, 5 ... du potentiel

Nulles pour un V quadratique

Cas d'un potentiel (26

$$V(\vec{r},t) = v(\vec{r})\cos\Omega t$$

Mise de l'équation de Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + v(\vec{r})\cos\Omega t\,\psi$$

sous une forme équivalente, où apparait le potentiel effectif

$$V_{eff}(\vec{r}) = \frac{(\vec{\nabla}v)^2}{4m\Omega^2}$$

Changement de variable

$$\phi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r},t)\, e^{i v(\vec{r})\sin\Omega t/\hbar\Omega}$$

Suggéré par la solution de l'équation de Schrödinger sans le terme $-\hbar^2\nabla^2\psi/2m$

Equation obtenue pour ϕ

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\phi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\phi + \frac{(\vec{\nabla}v)^2}{4m\Omega^2}\phi$$
$$-\frac{(\vec{\nabla}v)^2}{4m\Omega^2}\phi\cos 2\Omega t + \frac{i\hbar}{m\Omega}\left(\vec{\nabla}v.\vec{\nabla}\phi + \frac{\nabla^2 v\,\phi}{2}\right)\sin\Omega t$$

Voir référence (12)

Problème : Comment évaluer l'effet des termes oscillants de la 2^ème ligne ?

Comparaison entre le piège de Penning et le piège RF (27

① Le piège RF peut fonctionner sans champ magnétique $\vec{B}_0$, à la différence du piège de Penning

↳ Pas de limitations liées aux inhomogénéités spatiales et aux instabilités temporelles de B_0.

② Dans un piège de Penning, ω_c décroît comme $1/m$ et ω_z comme $1/\sqrt{m}$ quand m croît.

La condition $\omega_c \gg \omega_z$ est plus difficile à réaliser pour des électrons que pour des ions

③ Profondeur du puits effectif associé à $V_0 \cos \Omega t$ plus petite que celle du puits associé à V_0 (par un facteur $\bar{\omega}/\Omega$). Mais $V_0 \cos \Omega t$ piège dans les 3 directions !

(28

④ Le caractère effectif du potentiel piégeant dans un piège RF fait que des transferts d'énergie peuvent se produire entre le champ RF et le mouvement de l'ion lors de collisions avec un gaz étranger

Chauffage RF (analogue à l'effet Bremsstrahlung inverse pour des électrons dans un faisceau laser)

Dans un piège de Penning par contre, vrai potentiel. Pas de micromouvement rapide

En principe, on peut donc espérer descendre plus bas en température dans un piège de Penning (à condition toutefois que ce piège soit parfait)

Références

Piège de Paul

1 - W. Paul, H. Steinwedel, Z. Naturforsch 8a, 448 (1953)
2 - W. Paul, H. P. Reinhardt, U. von Zahn, Z. fur Phys. 152, 143 (1958)
3 - E. Fischer, Z. fur Phys. 156, 1 (1959)
4 - H.G. Dehmelt, Adv. At. Mol. Phys. 3, 53 (1967)
5 - R.F. Wuerker, H. Shelton, R.V. Langmuir J. Appl. Phys 30, 342 (1959)
6 - P.H. Dawson, Quadrupole mass spectrometry and its application, Elsevier (1976)

Piège cylindrique

7 - M.N. Benilan, C. Audoin, Int. J. Mass. Spectr. Ion. Phys. 11, 421 (1973)

Equation de Mathieu

8 - A. Angot, Compléments de Mathématiques, Masson (1972), 6ᵉ éd. § 7.7
9 - Mc Lachlan, Theory and applications of Mathieu functions, Clarendon (1947)
10 - R. Campbell, Théorie générale de l'équation de Mathieu, Masson (1955)

Théorie quantique

11 - M. Combescure, A quantum particle in a radiofrequency trap, Annales Institut Henri Poincaré, à paraître
12 - R.J. Cook, D.G. Shankland, A.L. Wells, Phys. Rev. A 31, 564 (1985)

22.10.85

Effet des collisions et de la charge d'espace dans un piège de Paul

But de ce cours

Analyser de manière qualitative diverses perturbations (collisions, charge d'espace) qui limitent les performances d'un piège de Paul par augmentation de l'énergie désordonnée (chauffage RF), limitation du nombre d'ions qui peuvent être piégés.

1 - Introduction (Transparents T1 et T2)

2 - Collisions ion-atome neutre
- Effet d'une collision (T3 à T4)
- Influence du rapport entre la masse de l'ion et la masse de l'atome neutre (T5 à T7)
- Observation expérimentale (T8 à T9)

3 - Collisions d'échange de charge (T10 à T11)

4 - Collisions entre ions identiques (T12 à T14)

5 - Effets de la charge d'espace (T15 à T16)

Références : page III-5

Divers types de collisions (1)

① Collisions ion-atome neutre

$$A^+ + B \longrightarrow A^+ + B$$

② Collisions d'échange de charge

$$A^+ + A \longrightarrow A + A^+$$

③ Collisions entre ions

$$A^+ + A^+ \longrightarrow A^+ + A^+$$

Hypothèses

On considère uniquement la limite adiabatique où il est possible de distinguer un mouvement lent et un mouvement rapide

Problème étudié

Quel est l'effet de ces divers types de collisions sur le mouvement lent des ions ?

Produisent-elles un échauffement, un refroidissement, une thermalisation ?

Cas simple d'une particule se déplaçant le long de Oz (2)

$$z = \bar{z} + \zeta$$

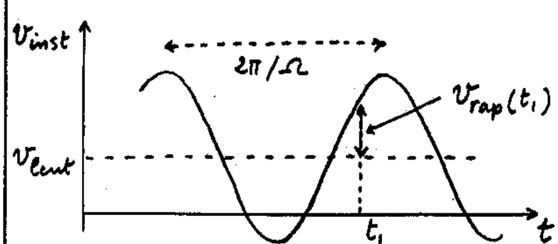
$\bar{z} = \bar{z}_0 \cos \bar{\omega} t$ Mouvement lent à $\bar{\omega}$

$\zeta \simeq -\dfrac{q E(\bar{z})}{m \Omega^2} \cos \Omega t$ Vibration rapide à Ω

Vitesse

$$\dot{z} = \dot{\bar{z}} + \dot{\zeta}$$

$$v_{inst} = v_{lent} + v_{rap}$$



v_{lent} varie beaucoup plus lentement que v_{rap} et peut être considérée comme constante sur quelques périodes $2\pi/\Omega$

Collision ion - atome neutre (3

- Temps de collision τ_c suffisamment court (en particulier devant $2\pi/\Omega$) pour qu'on puisse négliger la présence du champ RF pendant la collision
- L'effet de la collision est de faire varier brusquement la vitesse instantanée de l'ion sans changer sa position (déplacement négligeable pendant τ_c : $\Delta \bar{z} = 0$)
- $v_{rap}(t) = q \dfrac{\mathcal{E}(\bar{z}) \sin \Omega t}{m\Omega}$

La forme de v_{rap} (amplitude et phase) est imposée par le seul champ $\mathcal{E}(\bar{z}) \cos \Omega t$ en $\bar{z}$

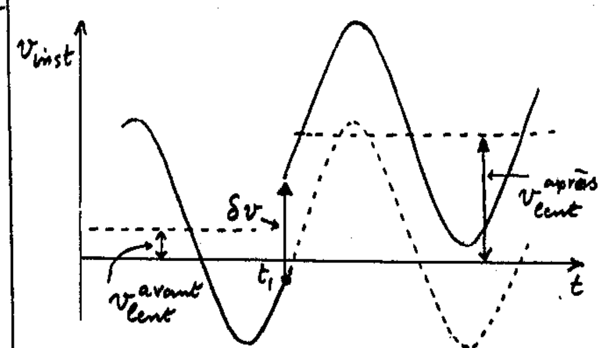
$v_{rap}(t)$ a donc la même forme avant et après la collision

Effet d'une collision se produisant en t_1 et changeant v_{inst} de δv (4

$$v_{inst}(t_1+\varepsilon) - v_{inst}(t_1-\varepsilon) = \delta v$$
$$\tau_c \ll \varepsilon \ll 2\pi/\Omega$$

Comme $v_{rap} = q\,\mathcal{E}(\bar{z}) \sin \Omega t / m\Omega$ ne change pas entre $t_1-\varepsilon$ et $t_1+\varepsilon$ (puisque $\varepsilon \ll 2\pi/\Omega$), on en déduit

$$v_{lent}(t_1+\varepsilon) - v_{lent}(t_1-\varepsilon) = \delta v$$



Translation globale Δv sur la sinusoïde qui garde (localement) la même phase et la même amplitude

Collisions avec un gaz d'atomes neutres B plus lourds que les ions A^+ (5

La vitesse instantanée de l'ion change de manière importante et aléatoire à chaque collision. Peut changer de signe (rebondissement de A^+ sur B)

Changement important de v_{lent} à chaque collision

Dispersion importante apparaissant sur les vitesses lentes

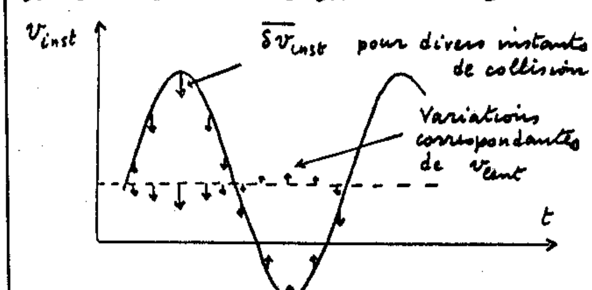
Echauffement du mouvement lent appelé chauffage RF

Sous l'effet de ce chauffage, les dimensions du nuage augmentent et les ions viennent heurter les électrodes

↳ Temps de vie fini d'un ion dans le piège

Collisions avec un gaz d'atomes neutres B plus légers que les ions A^+ (6

La vitesse instantanée de l'ion change très peu à chaque collision et tend à diminuer en module



Suivant l'instant où se produit la collision, v_{lent} diminue ou augmente. Mais, en moyenne sur une période, v_{lent} diminue plus souvent qu'il n'augmente

Amortissement et refroidissement du mouvement lent

Confirmation de cette discussion qualitative par des calculs plus précis (7

- utilisant des modèles de collision (sphères dures ...)
- des équations statistiques décrivant l'évolution de la fonction de distribution des paramètres caractérisant l'état des divers ions sous l'effet de ces collisions
- des résolutions numériques de ces équations

↳ Determination de la répartition spatiale et énergetique des ions, du temps de piégeage...

Voir références (2), (4) à (8)

Observation expérimentale (8 du refroidissement du mouvement lent par collisions avec des particules neutres très légères devant les particules chargées

Petites sphères chargées en aluminium dans un piège de Paul dans lequel on a fait entrer un gaz qui amortit le mouvement lent des sphères

Si l'amortissement est suffisamment important, on observe une "cristallisation".

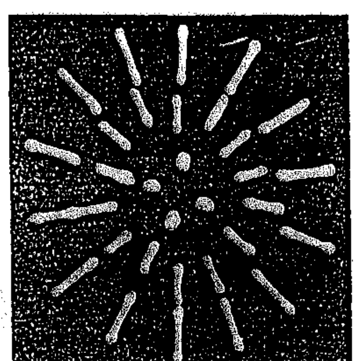
Les petites sphères forment un réseau régulier tel que les répulsions de Coulomb entre elles équilibrent les forces attractives du piège

Observation visuelle de cette "cristallisation", voir référence (3)

Exemples de résultats expérimentaux (9

Figures extraites de (3)

Système de 5 sphères



Système de 32 sphères

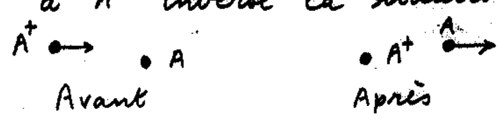
Collisions d'échange de charge (10

$$A^+ + A \rightarrow A + A^+$$

- Comme A^+ est généralement produit par bombardement électronique de A, les atomes A existent sous forme de gaz résiduel dans le piège.
- Dans un piège RF (sans refroidissement laser), la température des ions est beaucoup plus élevée que la température ambiante.

Donc, avant la collision, A^+ est beaucoup plus rapide que A, qui peut être considéré comme étant au repos

- Le passage d'un électron de A à A^+ inverse la situation



Effet global de la collision (11

Tout se passe comme si on avait un ion A^+ dont la vitesse instantanée passe brusquement, à l'instant t_1 de la collision, de v_{inst} à 0

$$\delta v = v_{inst}(t_1+\varepsilon) - v_{inst}(t_1-\varepsilon)$$
$$= 0 - v_{inst}(t_1-\varepsilon) = -v_{lent}^{avant} - v_{rap}(t_1)$$

Or, $v_{lent}^{après} = v_{lent}^{avant} + \delta v$

Donc, $v_{lent}^{après} = - v_{rap}(t_1)$

Comme la collision peut se produire à n'importe quel instant t_1, et que $v_{rap}(t_1) = q\mathcal{E}(\bar{z})\sin\Omega t_1/m\Omega$, il apparait une grande dispersion sur l'énergie cinétique du mouvement lent

Collisions entre ions identiques (12

Notations plus simples

$v_{inst}^{avant} = v$ $\qquad$ $v_{inst}^{après} = v'$

$v_{lent}^{avant} = v_\ell$ $\qquad$ $v_{lent}^{après} = v'_\ell$

$v_{rap}^{avant} = v_r$ $\qquad$ $v_{rap}^{après} = v'_r$

Conservation de l'impulsion et de l'énergie au cours d'une collision

(on peut ignorer le champ RF durant τ_c)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$
$$\tfrac{1}{2}m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_2'^2$$

Si les ions sont identiques, $m_1 = m_2$

↳ $v_1 + v_2 = v'_1 + v'_2$

$v_1^2 + v_2^2 = v_1'^2 + v_2'^2$

Problème

Peut on écrire des équations analogues pour le seul mouvement lent ?

Vitesse du mouvement rapide (13

Dans une collision à courte portée, on peut considérer que les 2 ions "voient" le même champ R.F avant et après la collision. Comme la vitesse du mouvement rapide ne dépend que de ce champ RF,

$$v'_{1r} = v_{1r} = v'_{2r} = v_{2r} \qquad (a)$$

On déduit alors des équations de conservation écrites en (T12) que

$$v'_{1\ell} + v'_{2\ell} = v_{1\ell} + v_{2\ell}$$
$$v_{1\ell}'^2 + v_{2\ell}'^2 = v_{1\ell}^2 + v_{2\ell}^2$$

Les relations (a) et $m_1 = m_2$ entrainent donc que les équations de conservation sont valables pour le <u>seul</u> mouvement lent

Remarque

Si les collisions sont à longue portée, l'inhomogénéité du champ RF entraine que (a) n'est plus valable

Conséquence (14

Les collisions à courte portée entre ions identiques redistribuent l'énergie cinétique du mouvement lent entre ces ions, ce qui permet au mouvement lent de parvenir à un équilibre, puisque, en général, le temps de vie d'un ion dans le piège est très long devant le temps entre collisions

Possibilité de phénomènes comme l'évaporation où un ion prend suffisamment d'énergie aux autres ions pour sortir du piège.

En présence d'effets à longue portée (ou de défauts du piège), les collisions entre ions identiques ne conservent plus l'énergie du mouvement lent et provoquent un échauffement des ions

Charge d'espace (15

En plus du potentiel électrique effectif qui sert à les piéger

$$\psi_{eff} = \frac{V_{eff}}{q} = \frac{q A^2}{m\Omega^2}\left[\bar{x}^2+\bar{y}^2+4\bar{z}^2\right],$$

les ions "voient" le potentiel électrostatique coulombien qu'ils créent eux mêmes

Si $n(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$ est la densité d'ions dans le piège en $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$, (et si l'on néglige les corrections liées au mouvement de vibration rapide), le potentiel Coulombien que ces ions créent (potentiel de charge d'espace) est donné par l'équation de Poisson

$$\Delta\psi_{ce} + \frac{1}{\varepsilon_0} q\, n = 0$$

Contenance maximale du piège (16

Si n est tel que ψ_{ce} devient plus grand que ψ_{eff}, la répulsion entre ions l'emporte sur l'attraction du piège. La densité maximale n_{max} est telle que $\psi_{ce}+\psi_{eff} = C^{te}$, de manière que le champ total $\vec{E}$ soit nul

$$n_{max} = -\frac{\varepsilon_0}{q}\Delta\psi_{ce} = +\frac{\varepsilon_0}{q}\Delta\psi_{eff}$$

$$= \frac{12\,\varepsilon_0 A^2}{m\Omega^2} = \frac{12\,\varepsilon_0 V_0^2}{m\Omega^2(r_0^2+2z_0^2)^2}$$

Ordre de grandeur typique

$\sim$ quelques 10^7 ions / cm^3

En fait, les valeurs observées sont plus faibles à cause du chauffage RF qui fait sortir les ions du piège

Autre effet de la charge d'espace

Modification des fréquences de vibration lente

Références

(1) H.G. Dehmelt, Adv. At. Mol. Phys. 3, 53 (1967)

(2) F.G. Major, H.G. Dehmelt, Phys. Rev. 170, 91 (1968)
(Voir en particulier l'appendice A)

(3) R.F. Wuerker, H. Shelton, R.V. Langmuir, J. Appl. Phys 30, 342 (1959)

(4) J. André J. Physique 37, 719 (1976)

(5) J. André, F. Vedel J. Physique 38, 1381 (1977)

(6) J. André, Thèse d'état, Marseille (1978)

(7) J. André, F. Vedel, M. Vedel J. Physique lettres 40, L633 (1979)
J. Physique 42, 391 (1981)

(8) F. Vedel, J. André, M. Vedel, G. Brincourt, Phys. Rev. A 27, 2321 (1983)

Production et detection des ions

Buts de ce chapitre

Passer en revue diverses méthodes de production et de detection des ions (les méthodes de detection optique feront l'objet de développements ultérieurs)

1 - Production des ions (T1 à T2)

2 - Détection des ions

- Ejection et comptage - Fluorescence laser (T3)
- Calcul du courant induit par le mouvement de vibration du centre de masse (T4 à T10)
- Excitation et detection de la vibration axiale du centre de masse (T11)
- Methode bolométrique (T12 à T16)

Références : page III-9

Production des ions (1)

Méthode la plus directe

Création des ions in situ par bombardement électronique d'un gaz ou d'une vapeur d'atomes neutres

Inconvénient du gaz résiduel d'atomes neutres : collisions d'échange de charge $A^+ - A$ qui produisent un chauffage RF des ions

Particules chargées entrant dans le piège

Il faut leur faire perdre de l'énergie dans le piège pour qu'elles n'en ressortent pas

Exemple des positrons (voir cours 84-85)

Projets sur l'antiproton

Piégeage d'ions multichargés (2)

Création in situ de ces ions sous forme d'ions de recul de faible énergie produits dans un gaz d'atomes neutres traversé par un faisceau d'ions lourds rapides.

Exemple Ne^{10+} (noyau nu) formé par collision de Ne neutre avec un faisceau de Xe^{38+} de 3,5 Mev/u

L'énergie de recul des ions formés est assez faible (quelques volts) pour qu'ils puissent être piégés. [voir référence (4)]

Intérêt Etude de processus faisant intervenir des ions multichargés de basse énergie (par exemple capture d'électrons dans une collision $Ne^{10+} - Ne$.)

Detection des ions (3

Ejection et comptage

Analyse en q/m des ions extraits par application d'une tension

Méthode destructive

Fluorescence laser

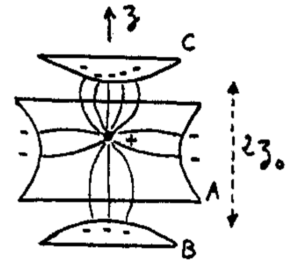
Méthode valable pour des ions ayant des raies de résonance dans un domaine commode de λ

- Etude de la répartition spatiale des ions par déplacement d'un faisceau laser etroit
- Mesure du nombre total d'ions
- Mesure de la température sur la largeur Doppler

Méthode très sensible

Si $\tau_R = 5.10^{-9}$ sec, 10^8 photons émis par seconde par un seul ion (à saturation)

Charges induites sur les coupelles par un ion piégé (4



Ion sur l'axe Oz

Plus proche de C que de B

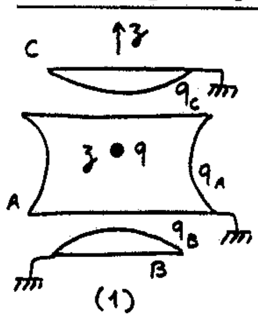
Plus de lignes de champ vont vers C que vers B

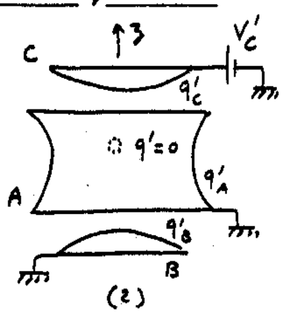
La charge négative q_C induite par l'ion sur C est plus grande (en valeur absolue) que q_B

Lorsque l'ion vibre lentement sur Oz ($2\pi/\omega_z \ll 2z_0/c$), les charges induites q_B et q_C oscillent en opposition de phase : Un courant circule dans le circuit electrique des coupelles

Calcul de q_C (5

Etude de 2 états d'équilibre





Etat (1) Ion q en z $\quad V_A = V_B = V_C = 0$

Etat (2) Pas d'ion en z $\quad V'_A = V'_B = 0 \quad V'_C \neq 0$

Identité de Gauss

$$V_A q'_A + V_B q'_B + V_C q'_C + V(z) q' = V'_A q_A + V'_B q_B + V'_C q_C + V'(z) q$$

$$\hookrightarrow \quad 0 = V'_C q_C + V'(z) q$$

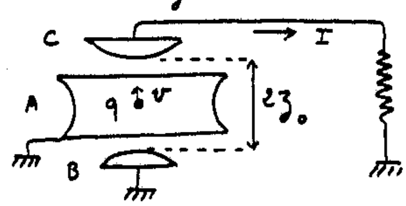
Variation dz de z $\rightarrow$ Variation dq_C de q_C

$$dq_C = -\frac{q}{V'_C}\frac{dV'(z)}{dz}dz = q\,\frac{E'(z)}{V'_C}\,dz$$

(Démonstration due à J.P Faroux)

Expression du courant induit (6

Electron de vitesse v le long de Oz au voisinage du centre du piège



$$I = -\frac{dq_C}{dt} = -q\,\frac{dz}{dt}\,\frac{E'(z=0)}{V'_C}$$

$E'(z=0)$: champ en $z=0$ quand on applique une différence de potentiel V'_C entre C et B, A. Si l'on avait un condensateur plan on aurait

$$E'(z=0) = -\frac{V'_C}{2z_0}$$

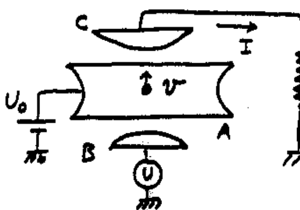
En fait, $E'(z=0) = -\alpha\,\frac{V'_C}{2z_0}$

α : Coefficient géométrique sans dimension

$$\hookrightarrow \quad \boxed{I = \alpha\,\frac{qv}{2z_0}}$$

Circuit électrique équivalent à l'ion (7)

En plus des tensions U_0 permettant de piéger l'ion avec une force de rappel $-m\omega_z^2 z$ sur Oz, on applique une différence de potentiel U à B



$V_C - V_B = -(U-RI)$

↓

$E(z=0) = \frac{\alpha(U-RI)}{2z_0}$

Équation de la dynamique

$$m\ddot{z} = \underbrace{-m\omega_z^2 z}_{\text{Force de rappel}} + \underbrace{q\alpha\frac{(U-RI)}{2z_0}}_{\text{Force due à } U}$$

Or $v = \dot{z} = \frac{2z_0}{\alpha q} I$ $\qquad z = \frac{2z_0}{\alpha q}\int I\,dt$

↳ $U = \ell_1 \dot{I} + \frac{1}{C_1}\int I\,dt + RI$

Ion dans le piège équivalent à un circuit ℓC série résonnant à ω_z

$\ell_1 = 4mz_0^2/\alpha^2 q^2 \qquad \ell_1 C_1 \omega_z^2 = 1$

Cas d'un nuage de N ions (8)

- Dimensions petites devant z_0

↳ Même coefficient α pour chaque ion

- Quand on ajoute les équations de la dynamique pour chaque ion, les forces entre ions disparaissent

↳ Même équation que pour un ion unique avec des valeurs différentes de ℓ et C

$$\ell_N = \frac{4(Nm)z_0^2}{\alpha^2(Nq)^2}$$

$$C_N = N C_1$$

Lien entre le courant I et les variables du centre de masse

$$I = \alpha\frac{q}{2z_0}(v_1 + v_2 + \dots + v_N)$$

$$v_{CM} = \frac{1}{N}(v_1 + v_2 + \dots + v_N)$$

↳ $\boxed{I = \frac{\alpha q}{2z_0} N v_{CM}}$

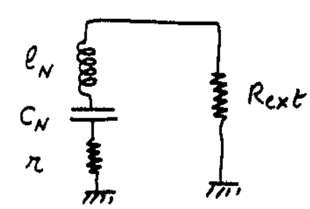
Couplage entre la vibration axiale du centre de masse et les autres degrés de liberté du nuage (9)

Plusieurs phénomènes parasites (collisions avec des neutres, échange de charge, anharmonicités dues à des termes non quadrupolaires du potentiel ...) couplent le mouvement du centre de masse le long de Oz à d'autres degrés de liberté :

Mouvement transversal dans le plan xOy (cyclotron, magnétron, vibration) ; Modes internes où les divers ions vibrent en opposition de phase, le centre de masse restant au repos sur Oz.

τ_z : Temps caractéristique au bout duquel ces couplages amortissent la vibration axiale du centre de masse

Représentation du nuage d'ions par un circuit électrique (10)



r : résistance (fictive) représentant l'amortissement de la vibration axiale du centre de masse par couplage avec les autres degrés de liberté du nuage

$$\tau_z = \frac{\ell_N}{r}$$

R_{ext} : résistance (vraie) du circuit électrique des coupelles

$$\tau_R = \frac{\ell_N}{R_{ext}}$$

Temps d'amortissement de v_{CM} dû à l'effet Joule dans R_{ext}

Excitation et détection de la vibration axiale du centre de masse (11

Principe de l'expérience

En appliquant une tension $U \cos \omega t$ entre les 2 coupelles, on excite une oscillation forcée du centre de masse le long de Oz

Les variations résonnantes du courant induit, quand ω varie autour de ω_z, sont détectées sur la tension aux bornes de R_{ext}

Paramètres physiques obtenus à partir d'une telle expérience

ω_z, N, τ_z

Sensibilité

Peut être très grande

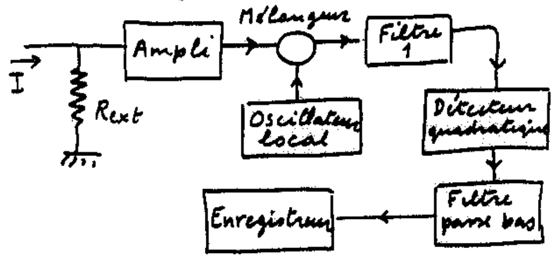
Détection d'un électron unique

(Voir Cours 84-85)

Méthode bolométrique (12

Principe de l'expérience

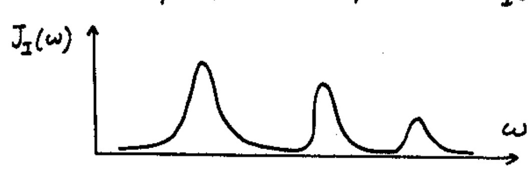
Au lieu d'exciter un mouvement forcé de v_{CM}, on observe le bruit sur v_{CM}, c'est à dire le bruit sur le courant I



En variant la fréquence ω de l'oscillateur local (ou la position de la bande passante du filtre 1), on mesure le spectre de bruit de I, plus précisément la densité spectrale $J_I(\omega)$ de I

Propriétés de $J_I(\omega)$ (13

① La densité $J_I(\omega)$ est centrée sur la fréquence de vibration ω_z de l'ion. S'il y a plusieurs types d'ions, il y a plusieurs pics dans $J_I(\omega)$



② Aire sous un pic donné

$$\int J_I(\omega)\, d\omega \sim \overline{I^2}$$

Moyenne du carré de I produit par les N ions dont la fréquence de résonance ω_z correspond à celle du pic considéré

Comme $I \sim N v_{CM}$

$$\overline{I^2} \sim N^2 \overline{v_{CM}^2}$$

Cas où l'on peut définir une température (pour la vibration axiale du centre de masse) (14

$M \overline{v_{CM}^2} = k T_{CM}$ $\qquad M = N m$

↳ $\overline{I^2} \sim N^2 \overline{v_{CM}^2} \sim N T_{CM}$

L'aire sous un pic donné est proportionnelle au nombre d'ions correspondant à ce pic et à la température de vibration axiale de leur centre de masse

1ère Application : Si T_C reste à peu près constant, les variations de $\overline{I^2}$ reflètent celles de N

Méthode de détection non destructive et sélective

Exemple : étude de la cinétique de divers processus (recombinaison) faisant disparaître des ions

2ème Application (15)

Si N reste à peu près constant, les variations de $\overline{I^2}$ reflètent celles de T_{CM}

Exemple 1

Excitation d'un autre degré de liberté du nuage, par exemple excitation de la résonance cyclotron. L'échauffement ainsi produit est transféré au centre de masse. T_{CM} augmente et $\overline{I^2}$ augmente

"Détection bolométrique" de la résonance cyclotron

Très grande sélectivité en q/m

Exemple 2

Etude de la cinétique du refroidissement radiatif produit par un laser

Exemple de résultats expérimentaux (16)

Détection bolométrique de T_{CM}

Cinétique du refroidissement laser d'ions Mg^+ dans un piège de Penning

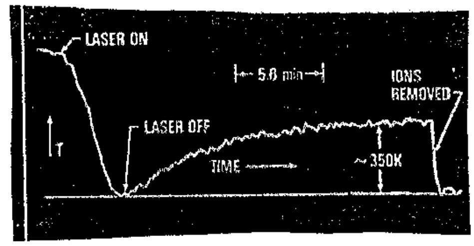


Figure extraite de D.J. Wineland, R.E. Drullinger, F.L. Walls, Phys. Rev. Lett. 40 1639 (1978)

Références

(1) H.G. Dehmelt Adv. At. Mol. Phys. 5, 109 (1969)

(2) H.A. Schuessler, E.N. Fortson, H.G. Dehmelt Phys. Rev. 187, 5 (1969) [voir en particulier la partie IV]

(3) D.J. Wineland, W.M. Itano, R.S. Van Dyck Adv. At. Mol. Phys. 19, 135 (1983)

(4) C.R. Vane, M.H. Prior, R. Marrus, Phys. Rev. Lett. 46, 107 (1981)

(5) D.J. Wineland, H.G. Dehmelt, J. Appl. Phys. 46, 919 (1975)

(6) H.G. Dehmelt, F.L. Walls, Phys. Rev. Lett. 21, 127 (1968)

(7) D.A. Church, H.G. Dehmelt, J. Appl. Phys. 40, 3421 (1969)

(8) F.L. Walls, G.H. Dunn, Physics Today, August 1974, p.30

29.10.85

Emission, absorption, diffusion de photons par un ion piégé

① Introduction - Buts de ce cours (Transparents T1 à T2)

② Hamiltonien de l'ion piégé
Niveaux d'energie - Eléments de matrice de l'hamiltonien d'interaction (T3 à T5)

③ Processus d'émission spontanée
- Allure du spectre d'émission (T6 à T7)
- Intensités relatives des diverses raies d'émission (T8 à T9)
- Limite de Lamb-Dicke (T10 à T12)
- Variation de l'énergie moyenne de vibration après émission spontanée d'un photon (T13 à T15)

④ Processus d'absorption
- Section efficace d'excitation (T16)
- Vitesse de variation de l'énergie moyenne de vibration associée au processus d'absorption (T17)

⑤ Principe du refroidissement radiatif - Autres phénomènes analogues (T18 à T19)

⑥ Processus de diffusion
- Insuffisances du traitement précédent (T20)
- Amplitude de diffusion (T21)
- Vitesse de variation de l'énergie moyenne de vibration associée au processus de diffusion (T22 à T26)
- Calcul analogue pour un ion libre (T27 à T28)

⑦ Aperçu sur une description plus complète des phénomènes (T29 à T32)

Références

(1) Effet Dicke : R.H. Dicke, Phys. Rev. 89, 472 (1953)
(2) Effet Mossbauer : A. Abragam, "L'effet Mossbauer" Gordon and Breach (1964)
(3) Refroidissement radiatif (principe)
3a - D.J. Wineland, H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975)
3b - T.W. Hansch, A.L. Schawlow, Optics Comm. 13, 68 (1975)
(4) Pompage optique et effet luminofrigorique : A. Kastler, J. Phys. Rad. 11, 255 (1950)
(5) Polarisation nucléaire dynamique et refroidissement radiatif
A. Abragam et M. Goldman "Nuclear magnetism, order and disorder" Clarendon (1982) et references in
(6) Diffusion de photons par un ion piégé
6.a D.J. Wineland, W.M. Itano Phys. Rev. A20, 1521 (1979)
6.b W.M. Itano, D.J. Wineland Phys. Rev. A25, 35 (1982)
(7) Equation pilote pour le refroidissement laser d'ions piégés
7.a J. Javanainen, M. Lindberg, S. Stenholm J.O.S.A. B 1, 111 (1984)
7.b. M. Lindberg, S. Stenholm, J. Phys. B17, 3375 (1984)
et references in

Introduction (1

Un ion piégé a 2 types de degrés de liberté

- Des degrés de liberté internes correspondant aux excitations des electrons dans le système du centre de masse

  Transitions optiques de l'ion

- Des degrés de liberté externes correspondant à la vibration du centre de masse de l'ion dans le piège

  L'émission ou l'absorption d'un photon par l'ion change non seulement l'état interne de cet ion, mais également son état externe, et donc son énergie de vibration

Buts de ce cours (2

- Analyser, de manière quantitative, les variations de l'énergie de vibration de l'ion quand cet ion émet, absorbe, ou diffuse des photons quasirésonnants avec une transition interne de l'ion
- Dégager ainsi les éléments permettant de comprendre le mécanisme, la vitesse et les limites ultimes du refroidissement laser qui sera étudié dans le cours suivant
- Etablir des liens avec d'autres effets physiques importants comme l'effet Dicke, l'effet Mossbauer, le pompage optique

Hamiltonien de l'ion piégé (3

$$\mathcal{H} = h + H$$

$\boxed{h}$ Degrés de liberté internes

e —— ↑ $\hbar\omega_0$ —— g

Système à 2 niveaux e, g séparés par $\hbar\omega_0$

Transition optique ou UV

Γ : Largeur naturelle de e

Pbté / unité de temps d'émission spontanée d'un photon à partir de e

$\tau = \Gamma^{-1}$ Durée de vie radiative de e

$\boxed{H}$ Degrés de liberté externes

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2m} + V(\vec{r})$$

$\frac{\vec{P}^2}{2m}$ Energie cinétique du centre de masse de l'ion

$V(\vec{r})$ Potentiel piégeant l'ion

Par exemple, on peut prendre

$$V(\vec{r}) = V_1(x) + V_2(y) + V_3(z)$$

somme de potentiels harmoniques dans les 3 directions

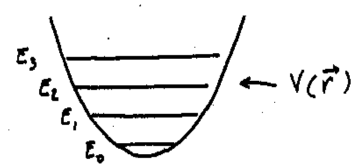
Niveaux d'énergie de l'ion (4

2 nombres quantiques

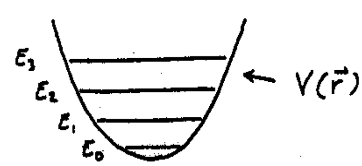
e ou g (internes)

n (externes) $\quad H|\varphi_n\rangle = E_n|\varphi_n\rangle$

e



g



2 niveaux electroniques e et g avec la même structure vibrationnelle associée à la vibration de l'ion dans le potentiel piégeant

Eléments de matrice de l'hamiltonien d'interaction ion-rayonnement (5)

(à l'approximation dipolaire électrique)

Amplitude d'émission d'un photon $\vec{k}\vec{\varepsilon}$ de vecteur d'onde $\vec{k}$, de polarisation $\vec{\varepsilon}$ avec passage de l'ion de $|e,\varphi_n\rangle$ à $|g,\varphi_\ell\rangle$

$$\langle g,\varphi_\ell ; \vec{k}\vec{\varepsilon} \,|\, V \,|\, e,\varphi_n ; 0\rangle$$

$$\sim \underbrace{\langle g|\vec{\varepsilon}.\vec{D}|e\rangle}_{\text{Partie interne}} \; \underbrace{\langle \varphi_\ell | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n\rangle}_{\text{Partie externe}}$$

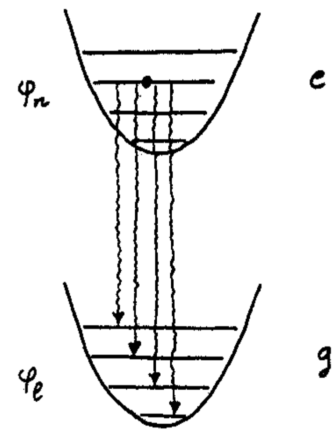
$\vec{D}$: Moment dipolaire électrique interne de l'ion $\quad \vec{d} = \langle g|\vec{D}|e\rangle$

Amplitude d'absorption d'un photon $\vec{k}\vec{\varepsilon}$

$$\sim \langle e|\vec{\varepsilon}.\vec{D}|g\rangle \; \langle \varphi_n | e^{i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_\ell \rangle$$

Finalement, ce sont les éléments de matrice de $e^{i\vec{k}.\vec{r}}$ et $e^{-i\vec{k}.\vec{r}}$ qui interviennent pour les transitions entre états externes

Emission spontanée d'un photon à partir de l'état $|e,\varphi_n\rangle$ (6)



Plusieurs transitions possibles correspondant aux divers états finaux possibles $|g,\varphi_\ell\rangle$

Spectre de raies de fréquences $\omega_0 + \dfrac{E_n - E_\ell}{\hbar}$

Structure vibrationnelle de la raie optique

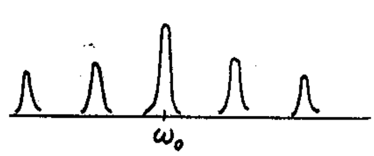
Les deux limites (7)

Liaisons fortes $\quad |E_\ell - E_n| \gg \hbar\Gamma$

Fréquences de vibration grandes devant la largeur naturelle

L'ion vibre plusieurs fois dans le puits pendant la durée de vie de e

Raies d'émission bien séparées (Ecart des raies $\gg$ Largeur des raies)



Liaisons faibles $\quad |E_\ell - E_n| \ll \hbar\Gamma$

Pendant la durée de vie de e, l'ion se déplace très peu dans le puits

Les raies d'émission se recouvrent

On s'attend à trouver des résultats voisins de ceux relatifs à un atome libre

Intensités relatives des diverses raies émises à partir de $|e,\varphi_n\rangle$ (8)

- Comme $|E_\ell - E_n| \ll \hbar\omega_0$, on peut négliger la variation de la densité d'états du photon émis d'une raie à l'autre, et négliger la variation de $|\vec{k}|$ dans $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ d'une raie à l'autre
- Les intensités relatives $I_{n\ell}$ des raies émises dans la transition $|\varphi_n\rangle \to |\varphi_\ell\rangle$ dans la direction $\vec{k}/k$ sont donc

$$I_{n\ell} = |\langle \varphi_\ell | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n \rangle|^2$$

(avec $|\vec{k}| \simeq k_0 = \omega_0/c$)

Ces intensités sont bien normalisées puisque

$$\sum_\ell I_{n\ell} = \sum_\ell \langle \varphi_n | e^{i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_\ell \rangle \langle \varphi_\ell | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n \rangle = \langle \varphi_n | \varphi_n \rangle = 1$$

Réinterprétation de l'amplitude (9

$\langle \varphi_\ell | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n \rangle$

$e^{-i\vec{k}.\vec{r}}$: Opérateur de translation de $-\hbar\vec{k}$ dans l'espace des $\vec{p}$, $\mathcal{E}_p$

$\langle \varphi_\ell | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n \rangle$ est donc l'intégrale de recouvrement (dans $\mathcal{E}_p$) de φ_ℓ par φ_n translaté de $-\hbar\vec{k}$

Cas de $\langle \varphi_n | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n \rangle$

$\Delta x \sim a_0$. Extension spatiale de φ_n

$\Delta p \sim \frac{\hbar}{\Delta x} \sim \frac{\hbar}{a_0}$ Extension en p de φ_n

Il faut donc comparer l'amplitude de la translation, $-\hbar k$, à $\Delta p \sim \hbar / a_0$

Si $\hbar k \ll \hbar / a_0$, c'est à dire encore si $\lambda \ll a_0$, φ_n est translaté en p d'une quantité très faible devant sa largeur et $\langle \varphi_n | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n \rangle$ est très proche de $\langle \varphi_n | \varphi_n \rangle = 1$

Autre forme de la condition de Lamb-Dicke (11

Cas d'un puits harmonique de fréquence de vibration ω_v

Si $|\varphi_n\rangle = |\varphi_0\rangle$ $\quad a_0 \sim \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_v}}$

$$a_0 \ll \lambda \longleftrightarrow \frac{\hbar}{m\omega_v} \ll \lambda^2 = \frac{(2\pi)^2}{k^2}$$

$$\hookrightarrow \quad \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \ll \hbar\omega_v$$

Energie de recul $\ll$ Energie de liaison

Le système émetteur est si rigidement lié qu'il ne peut encaisser tout seul le recul lié à l'émission du photon. C'est le système global ion + piège qui recule

Analogie très étroite avec l'effet Mossbauer : émission sans changement de fréquence d'un photon γ par un noyau rigidement lié dans un cristal (référence (2))

Limite de Lamb-Dicke $a_0 \ll \lambda$ (10

Si $a_0 \ll \lambda$, l'intensité relative $|\langle \varphi_n | e^{-i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_n \rangle|^2$ de la raie $e\,\varphi_n \to g\,\varphi_n$, de fréquence ω_0, est très proche de 1. Cette raie est donc beaucoup plus intense que toutes les autres

Emission d'une raie intense, de largeur Γ, non déplacée.

C'est l'effet Dicke

Les raies émises par un système confiné dans une région suffisamment petite ($a_0 \ll \lambda$), ne subissent aucun déplacement du fait du mouvement du système

(Référence (1))

Interprétation semiclassique (12

Modèle à 1 dimension : Ion vibrant à ω_v le long de Ox et portant un dipole oscillant à la fréquence optique ω_v

Un observateur voit cette lumière modulée en fréquence par suite de l'effet Doppler associé à la vibration à ω_v

Raie centrale à ω_0 et bandes latérales à $\omega_0 + r\omega_v$, $r = \pm 1, \pm 2 \cdots$, d'intensité $J_r^2(kx_0)$

J_r : Fonction de Bessel d'ordre r

x_0 : Amplitude de la vibration

Si $kx_0 \ll 1$, c'est à dire si $x_0 \ll \lambda$, seule la composante centrale, de poids $J^2(kx_0) \simeq 1$, sera appréciable

Variation de l'énergie moyenne de vibration de l'ion (après émission spontanée d'un photon) (13

L'émission d'un photon sur la transition $e\,\varphi_n \to g\,\varphi_\ell$, de poids $I_{n\ell}$, fait varier E_{ext} de $\Delta E = E_\ell - E_n$

Pour obtenir $\langle \Delta E \rangle$, il faut pondérer $E_\ell - E_n$ par $I_{n\ell}$ et sommer sur tous les états finaux φ_ℓ possibles ainsi que sur $\vec{\kappa} = \vec{k}/k$ et $\vec{\varepsilon}$ (moyenne angulaire)

$$\langle \Delta E \rangle = \sum_\ell \sum_{\vec{\kappa}\vec{\varepsilon}} (E_\ell - E_n)\, I_{\ell n} =$$

$$= \sum_\ell \sum_{\vec{\kappa}\vec{\varepsilon}} \langle \varphi_n | e^{i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_\ell \rangle \langle \varphi_\ell | [H, e^{-i\vec{k}.\vec{r}}] | \varphi_n \rangle$$

$$= \sum_{\vec{\kappa}\vec{\varepsilon}} \langle \varphi_n | e^{i\vec{k}.\vec{r}} [H, e^{-i\vec{k}.\vec{r}}] | \varphi_n \rangle$$

$$= \sum_{\vec{\kappa}\vec{\varepsilon}} \langle \varphi_n | \underbrace{e^{i\vec{k}.\vec{r}} H e^{-i\vec{k}.\vec{r}}}_{\frac{1}{2m}(\vec{p}-\hbar\vec{k})^2 + V(\vec{r})} - \underbrace{H}_{\frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r})} | \varphi_n \rangle$$

Transformé de H par translation de $\vec{p}$

Calcul de $\langle \Delta E \rangle$ (14

$$\langle \Delta E \rangle = \sum_{\vec{\kappa}\vec{\varepsilon}} \langle \varphi_n | \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} - \frac{\hbar\vec{k}}{m}.\vec{p} | \varphi_n \rangle$$

$$\sum_{\vec{\kappa}\vec{\varepsilon}} \cdots = \int d\Omega_k\, P(\Omega_k) \cdots$$

$P(\Omega_k)$: Distribution angulaire (normée) de l'émission spontanée à partir de e

$P(\vec{\kappa}) = P(-\vec{\kappa}) \longrightarrow$ le 2ème terme est nul

$$\hookrightarrow \quad \boxed{\langle \Delta E \rangle = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E_{recul} = R}$$

Quel que soit l'état de vibration initial, l'énergie moyenne de vibration augmente de R au cours du processus d'émission spontanée.

L'approche semiclassique donne au contraire $\langle \Delta E \rangle = 0$, car l'égalité $J_r^2 = J_{-r}^2$ entraîne que le spectre d'émission est symétrique autour de ω_0. Résultat visiblement faux pour l'émission spontanée à partir de l'état $e\,\varphi_0$ (φ_0 : état fondamental de vibration)

Cas où $H = H_x + H_y + H_z$ (15

avec $\quad H_x = \frac{P_x^2}{2m} + V(x)$

La même méthode permet de calculer séparément $\langle \Delta H_x \rangle$, $\langle \Delta H_y \rangle$ et $\langle \Delta H_z \rangle$, et donne

$$\langle \Delta H_i \rangle = s_i\, R \qquad i = x, y, z$$

avec

$$\begin{cases} s_x = \int d\Omega_k\, P(\Omega_k) \sin^2\theta \cos^2\varphi \\ s_y = \int d\Omega_k\, P(\Omega_k) \sin^2\theta \sin^2\varphi \\ s_z = \int d\Omega_k\, P(\Omega_k) \cos^2\theta \end{cases}$$

Les s_i dépendent de la polarisation de la transition e-g

$$s_x + s_y + s_z = 1$$

L'énergie de recul R, gagnée en moyenne lors de l'émission, est répartie sur les 3 directions, avec des poids relatifs s_x, s_y, s_z

Etude du processus d'absorption (16

Section efficace totale d'excitation du niveau $e\,\varphi_j$ à partir de $g\,\varphi_\ell$

Comme le niveau $e\,\varphi_j$ a une largeur naturelle Γ, la raie d'absorption $g\,\varphi_\ell \to e\,\varphi_j$ est une lorentzienne, de largeur totale Γ, centrée en $\omega_0 + \frac{E_j - E_\ell}{\hbar}$, de force d'oscillateur $|\langle \varphi_j | e^{i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_\ell \rangle|^2$

$$\sigma_{g\varphi_\ell \to e\varphi_j} = \sigma_0 |\langle \varphi_j | e^{i\vec{k}.\vec{r}} | \varphi_\ell \rangle|^2 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\Gamma/2)^2 + [\omega - \omega_0 - (E_j - E_\ell)/\hbar]^2}$$

σ_0 : Section efficace d'absorption à résonance pour l'ion libre (égale à $3\lambda_0^2/2\pi$ si la polarisation du photon incident correspond à celle de la transition e-g)

Probabilité d'excitation par unité de temps du niveau φ_j à partir de φ_ℓ (17)

$$\frac{I}{\hbar\omega}\,\sigma_{g\varphi_\ell \to e\varphi_j}$$

I Energie incidente par unité de temps et par unité de surface

$\frac{I}{\hbar\omega}$ Flux de photons incidents

Vitesse de variation de l'énergie moyenne de vibration due au processus d'absorption

$\mathcal{P}_\ell$: Probabilité d'occupation du niveau $g\varphi_\ell$

(On suppose les "cohérences" entre $g\varphi_\ell$ et $g\varphi_{\ell'}$ nulles)

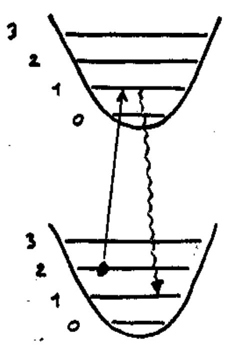
$$\langle \Delta E \rangle = \sum_\ell \mathcal{P}_\ell \sum_j (E_j - E_\ell)\,\frac{I}{\hbar\omega}\,\sigma_{g\varphi_\ell \to e\varphi_j}$$

Moyenne sur l'état initial
Sommation sur l'état final

Idée du refroidissement radiatif (18)

- On peut choisir la fréquence ω des photons incidents
- En jouant sur le caractère résonnant des sections efficaces d'excitation, on peut réduire l'énergie de vibration au cours du processus d'absorption. Il suffit d'accorder le laser sur une bande latérale de fréquence inférieure à ω_0 excitant préférentiellement l'ion de φ_ℓ à φ_j avec $E_j < E_\ell$
- Si l'énergie moyenne regagnée lors du processus d'émission spontanée (égale à R) est inférieure à l'énergie perdue lors du processus d'absorption, l'effet global d'un cycle absorption-émission spontanée est de refroidir les degrés de liberté externes

Analogie avec le pompage optique (19)



Mécanisme de "luminoréfrigération" suggéré par A. Kastler pour refroidir les degrés de liberté Zeeman ou hyperfins, et appliqué ici directement aux degrés de liberté de vibration (ref.(4))

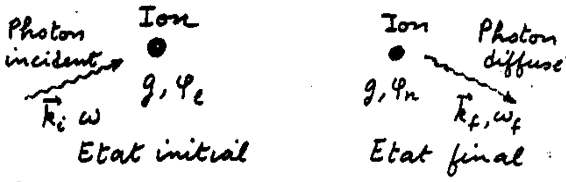
Autres phénomènes analogues

- Polarisation nucléaire dynamique (ref.(5))
- Refroidissement du mouvement magnétron d'électrons piégés (voir cours 84-85)

Questions soulevées par la discussion précédente (20)

- Est il correct de traiter séparément l'effet du processus d'absorption et celui du processus d'émission spontanée?
- Ne faut-il pas plutôt considérer globalement le processus de diffusion, le refroidissement étant dû à des processus de diffusion Raman antiStokes
- Les amplitudes de diffusion correspondant aux divers états excités intermédiaires possibles interfèrent-elles ?
- La description des phénomènes en termes de processus de diffusion n'est valable qu'à faible intensité. (Fréquence de Rabi $\omega_1 \ll \Gamma$). Que se passe-t-il à forte intensité ?

Diffusion d'un photon par un ion piégé (21



Amplitude de diffusion (à l'ordre le plus bas)

$$A(\vec{k}_i\,\omega, g\,\varphi_\ell \to \vec{k}_f\,\omega_f, g\,\varphi_n) \sim \sum_j \frac{\langle \varphi_n | e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}} | \varphi_j\rangle \langle \varphi_j | e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}} | \varphi_\ell\rangle}{\hbar\omega - \hbar\omega_0 + E_\ell - E_j + i\hbar\frac{\Gamma}{2}} \times$$

$$\delta^{(T)}(\hbar\omega + E_\ell - \hbar\omega_f - E_n)$$

Fonction delta de largeur $\hbar/T$

- Conservation de l'énergie globale à $\hbar/T$ près (où T est le temps d'interaction)
- Somme de contributions correspondant à chaque état intermédiaire φ_j. Dénominateur résonnant quand $\hbar\omega + E_\ell = \hbar\omega_0 + E_j$

Probabilité de transition par unité de temps $W(\vec{k}_i\,\omega, g\,\varphi_\ell \to \vec{k}_f\,\omega_f, g\,\varphi_n)$ (22

Possible à définir car $[\delta^{(T)}]^2 \sim T\,\delta^{(T)}$

$$W(\vec{k}_i\,\omega, g\,\varphi_\ell \to \vec{k}_f\,\omega_f, g\,\varphi_n) \sim \left| \sum_j \frac{\langle \varphi_n | e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}} | \varphi_j\rangle \langle \varphi_j | e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}} | \varphi_\ell\rangle}{\hbar\omega - \hbar\omega_0 + E_\ell - E_j + i\hbar\frac{\Gamma}{2}} \right|^2 \times$$

$$\delta^{(T)}(\hbar\omega + E_\ell - \hbar\omega_f - E_n)$$

Vitesse de variation de $\langle H \rangle$ au cours du processus de diffusion

$$\frac{d}{dt}\langle H \rangle = \sum_\ell \mathcal{P}_\ell \sum_n \sum_{\vec{k}_f \vec{\varepsilon}_f} (E_n - E_\ell)\, W(\vec{k}_i\,\omega, g\,\varphi_\ell \to \vec{k}_f\,\omega_f, g\,\varphi_n)$$

$\sum_\ell \mathcal{P}_\ell$: Moyenne sur l'état initial

$\mathcal{P}_\ell$: Population de l'état φ_ℓ

(Pas de cohérences entre φ_ℓ et $\varphi_{\ell'}$)

$\sum_n \sum_{\vec{k}_f \vec{\varepsilon}_f}$ Sommation sur les divers états finaux possibles

Calcul de $d\langle H \rangle/dt$ (23

Sommation sur $|\vec{k}_f| = \omega_f/c$

La présence de $\delta^{(T)}(\hbar\omega + E_\ell - \hbar\omega_f - E_n)$ fait apparaître la densité d'états ρ du photon $\vec{k}_f$ en $\hbar\omega + E_\ell - E_n$

Comme ω est proche de ω_0, que $|E_\ell - E_n| \ll \hbar\omega_0$ et que ρ varie lentement avec ω_f, $\rho(\hbar\omega + E_\ell - E_n) \simeq \rho(\hbar\omega_0)$ indépendant de ℓ et n

$$\hookrightarrow \sum_{|\vec{k}_f|} (E_n - E_\ell)\, W(\vec{k}_i\,\omega, g\,\varphi_\ell \to \vec{k}_f\,\omega_f, g\,\varphi_n) \sim (E_n - E_\ell)\, |\langle \varphi_n | B | \varphi_\ell \rangle|^2$$

où $\quad B = e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}\, C\, e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}$

avec $\quad C = \sum_j \dfrac{|\varphi_j\rangle\langle\varphi_j|}{\hbar\omega - \hbar\omega_0 + E_\ell - E_j + i\hbar\frac{\Gamma}{2}}$

Sommation sur φ_n

$$\sum_n (E_n - E_\ell)\, |\langle \varphi_n | B | \varphi_\ell \rangle|^2$$
$$= \sum_n \langle \varphi_\ell | B^+ | \varphi_n \rangle \langle \varphi_n | [H, B] | \varphi_\ell \rangle$$
$$= \langle \varphi_\ell | B^+ [H, B] | \varphi_\ell \rangle$$

car B est indépendant de φ_n

(24

$$[H, B] = [H, e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}\, C\, e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}]$$

H commute avec $C = \sum_j \dfrac{|\varphi_j\rangle\langle\varphi_j|}{\hbar\omega - \hbar\omega_0 + E_\ell - E_j + i\hbar\frac{\Gamma}{2}}$

$$[H, B] = [H, e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}]\, C\, e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}} + e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}\, C\, [H, e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}]$$

Contribution de $[H, e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}]$ dans $\langle \varphi_\ell | B^+ [H, B] | \varphi_\ell \rangle$:

$$\langle \varphi_\ell | e^{-i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}\, C^+ \underbrace{e^{i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}\, e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}}_{=1}\, C\, [H, e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}] | \varphi_\ell \rangle$$

$$C^+ C = \sum_j \frac{|\varphi_j\rangle\langle\varphi_j|}{[\hbar\omega - \hbar\omega_0 + E_\ell - E_j]^2 + \hbar^2\Gamma^2/4}$$

$$\hookrightarrow \sum_j (E_j - E_\ell)\, \underbrace{\frac{|\langle \varphi_j | e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}} | \varphi_\ell \rangle|^2}{[\hbar\omega - \hbar\omega_0 + E_\ell - E_j]^2 + \hbar^2\Gamma^2/4}}$$

Probabilité d'excitation de φ_j à partir de φ_ℓ

le terme $\sum_j \ldots$ donne (après sommation sur $\vec{k}_f\, \vec{\varepsilon}_f$) la variation d'énergie moyenne après absorption d'un photon $\vec{k}_i$ à partir de l'état $g\,\varphi_\ell$

Contribution de $[H, e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}]$ dans $\langle\varphi_\ell|B^+[H,B]|\varphi_\ell\rangle$ (25

$$\langle\varphi_\ell|e^{-i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}C^+\underbrace{e^{i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}[H,e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}]}C\,e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}|\varphi_\ell\rangle$$

$$e^{i\vec{k}_f\cdot\vec{r}}\,H\,e^{-i\vec{k}_f\cdot\vec{r}} - H = \frac{\hbar^2k_f^2}{2m} - \frac{\hbar\vec{k}_f}{m}\cdot\vec{p}$$

La sommation sur $\vec{\kappa}_f = \vec{k}_f/k_f$ fait disparaître le 2ème terme à cause de la symétrie de l'émission spontanée

$\hookrightarrow$ $$R\langle\varphi_\ell|e^{-i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}C^+C\,e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}|\varphi_\ell\rangle =$$

$$= R\sum_j \frac{|\langle\varphi_j|e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}|\varphi_\ell\rangle|^2}{[\hbar\omega-\hbar\omega_0+E_\ell-E_j]^2+\hbar^2\Gamma^2/4}$$

Variation de l'énergie moyenne au cours du processus d'émission spontanée suivant l'excitation de l'ion à partir de l'état φ_ℓ

Variation égale à R, quel que soit le niveau $|\varphi_j\rangle$ excité.

Pas de contribution des cohérences entre $e\varphi_j$ et $e\varphi_{j'}$ (à cause de la somme sur $\vec{\kappa}_f$)

Résultat final (26

Après réintroduction des constantes de proportionnalité et moyenne sur l'état initial, on obtient

$$\frac{d}{dt}\langle H\rangle = \frac{I\sigma_0}{\hbar\omega}\sum_\ell \mathcal{P}_\ell\sum_j(E_j-E_\ell+R)\,|\langle\varphi_j|e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}|\varphi_\ell\rangle|^2\frac{\Gamma^2/4}{[\omega-\omega_0+\frac{E_\ell-E_j}{\hbar}]^2+\frac{\Gamma^2}{4}}$$

σ_0 : Section efficace résonnante pour l'ion libre

$\frac{I}{\hbar\omega}$: Flux de photons incidents

Pour évaluer la variation d'énergie externe au cours du processus de diffusion, il est donc correct d'ajouter séparément les contributions des processus d'absorption et d'émission spontanée

Calcul analogue pour un ion libre (27

Conservation de l'énergie et de l'impulsion globales dans la diffusion

$$\hbar\vec{k}_i + \vec{P}_i = \hbar\vec{k}_f + \vec{P}_f$$

$$\hbar\omega_i + \vec{P}_i^2/2m = \hbar\omega_f + \vec{P}_f^2/2m$$

$\vec{P}_i$, $\vec{P}_f$: Impulsions initiale et finale

Variation d'énergie externe de l'ion

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{1}{2m}[\vec{P}_f^2-\vec{P}_i^2] = \frac{1}{2m}[\vec{P}_i+\hbar(\vec{k}_i-\vec{k}_f)]^2 - \frac{1}{2m}\vec{P}_i^2$$

$$= \frac{\hbar^2\vec{k}_i^2}{2m} + \frac{\hbar^2\vec{k}_f^2}{2m} + 2\hbar\frac{\vec{k}_i\cdot\vec{P}_i}{m} - 2\hbar\frac{\vec{k}_f\cdot(\vec{P}_i+\hbar\vec{k}_i)}{m}$$

Moyenne sur le photon diffusé

Le dernier terme donne zéro

$$\langle\Delta\mathcal{E}\rangle = R + R + 2\hbar\vec{k}_i\cdot\frac{\vec{P}_i}{m}$$

Recul à l'absorption
Dirigé suivant $\vec{k}_i$

Recul à l'émission
Redistribué sur Ox, Oy, Oz
s_xR, s_yR, s_zR

Si $\vec{k}_i\cdot\frac{\vec{P}_i}{m} = \vec{k}_i\cdot\vec{v}_i$ est négatif, le dernier terme refroidit

Vitesse de variation de $\langle H\rangle$ (28

Section efficace d'absorption d'un photon par un ion libre de vitesse $\vec{P}_i/m = \vec{v}_i$

$$\sigma(\vec{v}_i) = \sigma_0\frac{\Gamma^2/4}{[\omega_i-\omega_0-\vec{k}_i\cdot\vec{v}_i]^2+\Gamma^2/4}$$

Décalage Doppler de la raie d'absorption

[on néglige le décalage dû au recul $R \ll \hbar\Gamma$)

Expression de $d\langle H\rangle/dt$

$$\frac{d\langle H\rangle}{dt} = \int d^3v_i\,\mathcal{P}(\vec{v}_i)\frac{I}{\hbar\omega_i}\sigma(\vec{v}_i)[R+R+2\hbar\vec{k}_i\cdot\vec{v}_i]$$

Moyenne sur les vitesses initiales de la variation d'énergie moyenne pour un ion de vitesse $\vec{v}_i$

Pour obtenir $d\langle H_x\rangle/dt$, il faut remplacer le crochet par

$$[R + Rs_x + 2\hbar k_{ix}v_{ix}]$$

Nous vérifierons ultérieurement que les résultats relatifs à un ion très faiblement lié ($\hbar\omega_v \ll \Gamma$) ressemblent à ceux relatifs à l'ion libre

Limites du traitement précédent (29)

① <u>Limité aux intensités faibles</u>
(Pas d'effet de saturation)

Cette limitation n'est pas trop grave dans la mesure où le refroidissement ne nécessite pas de saturer fortement la transition

Avantage des intensités faibles : possibilité d'ajouter indépendamment les effets de plusieurs faisceaux laser

② <u>Etude limitée à l'énergie moyenne $\langle E \rangle$</u>

Que peut-on dire de la distribution en énergie ?

Peut-on parler d'une température de vibration ?

③ <u>Modèle très simple de piège : potentiel statique $V(\vec{r})$</u>

- Comment fonctionne le refroidissement laser dans un piège de Penning ?
- Effet du mouvement de vibration rapide dans un piège de Paul

Equation pilote pour la matrice densité de l'ion (30)

(incluant les degrés de liberté aussi bien externes qu'internes)

$$\langle a, \varphi_n | \sigma | b, \varphi_\ell \rangle = \sigma_{n\ell}^{ab}$$

$$a, b = e \text{ ou } g$$

Il est possible d'établir des équations d'évolution couplées pour les $\sigma_{n\ell}^{ab}$ incluant :

- les termes d'évolution libre
- les termes de couplage avec le faisceau laser incident
  (Fréquence de Rabi ω_1)
- les termes de <u>relaxation</u> associés à l'émission spontanée
  (Largeur naturelle Γ)

Validité des équations non limitée à $\omega_1 < \Gamma$

Elimination adiabatique des degrés de liberté internes (31)

Recherche d'une équation d'évolution pour la matrice densité réduite

$$\rho_{n\ell} = \sigma_{n\ell}^{aa} + \sigma_{n\ell}^{bb}$$

Trace sur les degrés de liberté internes

Possibilité d'obtenir une équation d'évolution simple pour $\rho_{n\ell}$, grace au fait que les variables internes évoluent beaucoup plus vite (échelle de temps Γ^{-1}) que les variables externes (échelle de temps $\hbar/R$). On a en effet $\hbar\Gamma \gg R$

Voir les travaux de l'école finlandaise [références 7a et 7b] et les calculs analogues faits pour le refroidissement laser d'atomes libres [cours 1983-84]

Résultats d'un tel calcul (32)

(pour une onde laser plane et un puits harmonique)

- Les populations d'équilibre des niveaux de vibration suivent bien une loi de Boltzmann, ce qui permet de définir une température
- Aux faibles intensités, résultats en accord, pour l'énergie moyenne de vibration, avec ceux du traitement perturbatif présenté plus haut (basé sur l'étude du processus de diffusion)

Nous nous contenterons ici de ce traitement perturbatif

Refroidissement dans un piège de Penning

Ce problème sera discuté ultérieurement (de manière qualitative)

5.11.85

Refroidissement des ions piégés

Buts de ce cours

Passer en revue les diverses méthodes de refroidissement, évaluer les limites ultimes du refroidissement laser dans un puits harmonique, expliquer qualitativement le principe du refroidissement laser dans un piège de Penning.

Les expériences de refroidissement laser seront décrites ultérieurement.

① - Introduction - Importance du refroidissement (T1 à T2)

② - Méthodes de refroidissement autres que le refroidissement laser

- Evaporation (T3)
- Collision avec un gaz léger (T4 à T5)
- Dissipation par effet Joule dans le circuit extérieur (T6 à T7)

③ - Refroidissement laser d'un ion piégé dans un puits harmonique Limite des liaisons fortes

- Hypothèses (T8)
- Calcul de la vitesse de variation de l'énergie moyenne de vibration (T9 à T11)
- Résultats (T12)

④ - Refroidissement laser d'un ion piégé dans un puits harmonique Limite des liaisons faibles

- Hypothèses - Interprétation simple - Avantage des ions piégés (T13 à T15
- Calcul de la vitesse de variation de l'énergie moyenne de vibration - Comparaison avec des ions libres (T16 à T19)
- Résultats (T20)

⑤ - Refroidissement laser dans un piège de Penning - Etude qualitative de la limite des liaisons faibles (T21 à T27)

⑥ - Liste des ions ayant déjà été refroidis (T28)

Références

(1) - H.G. Dehmelt Adv. At. Mol. Phys. 3, 53 (1967)
(2) - H.G. Dehmelt in "Advances in Laser Spectroscopy" (F.T. Arecchi, F. Strumia, H. Walther eds) Plenum (1983), p.153
(3) - M. Vedel, J. de Physique 37, L339 (1976)
(4) - F. Plumelle, M. Desaintfuscien, M. Duchene, C. Audoin, Optics Comm. 34, 71 (1980)
(5) - H. Schaaf, U. Schmeling, G. Werth, Appl. Phys. 25, 249 (1981)
(6) - D.A. Church, H.G. Dehmelt, J. Appl. Phys. 40, 3421 (1969)

Pour le refroidissement laser, voir

(7) - D.J. Wineland, W.M. Itano, Phys. Rev. A 20, 1521 (1979)
(8) - W.M. Itano, D.J. Wineland, Phys. Rev. A 25, 35 (1982)

Importance du refroidissement (1

① Compensation de l'échauffement (dû aux défauts du piège, aux collisions), qui risquerait de rendre trop court le temps de séjour d'un ion dans le piège.

② Diminution de l'effet Doppler

Effet Doppler du 1er ordre

Si l'amplitude a du mouvement de vibration dans le piège est petite devant la longueur d'onde λ de la transition étudiée, suppression de l'effet Doppler du 1er ordre

Effet Dicke - Effet Mossbauer

Condition $a < \lambda$ facile à réaliser pour les transitions microondes des ions piégés. Plus difficile pour les transitions optiques

(2

Effet Doppler du 2ème ordre

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \sim \frac{mv^2/2}{mc^2} = \frac{E_K}{mc^2}$$

- Sans refroidissement laser, E_K est de l'ordre de 1 eV (dixième de la profondeur du puits)

Pour $M = 50$ u.a. $\Delta\nu/\nu \sim 2\ 10^{-11}$

(Pour un jet atomique de Cs, $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-14}$)

- Avec refroidissement laser, on peut atteindre $T = 20$ mK pour des ions Mg^+ piégés → $\Delta\nu/\nu \sim 2\ 10^{-16}$

Amélioration spectaculaire

③ Possibilité de controler la position et la vitesse d'une particule (dans les limites imposées par la mécanique quantique)

Obtention de grandes longueurs d'onde de de Broglie

Méthodes de refroidissement (3

(autres que le refroidissement laser)

① Evaporation

Nuage d'ions en équilibre thermodynamique

Certains ions acquièrent une énergie suffisante pour quitter le nuage (et heurter les électrodes)

↳ Perte d'énergie par "évaporation" qui compense l'injection d'énergie (due par exemple au chauffage RF)

Mécanisme qui, à lui seul, permet d'obtenir des températures de l'ordre du dixième de la profondeur du puits

Inconvénient : perte des ions.

Pour une discussion semiquantitative, voir références (1) et (2).

(4

② Collisions contre un gaz léger

Amortissement du mouvement lent dans un piège de Paul

Observation expérimentale de cet effet (le gaz léger est en général de l'helium)

- Diminution des dimensions spatiales du nuage
- Augmentation du temps de séjour dans le piège
- Augmentation du nombre d'ions qui peuvent être piégés

Voir références (3) à (5)

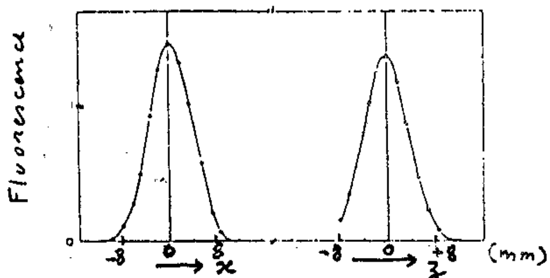
Possibilité de réduire ainsi par un facteur de l'ordre de 3 la température atteinte par la seule évaporation.

Exemples de résultats expérimentaux

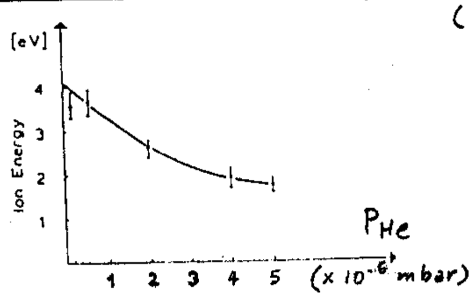
Ions Ba^+ dans un piège RF (5

Mesure de la distribution spatiale par balayage spatial d'un laser

↳ Mesure de T



Effet des collisions avec un gaz léger (He)



Figures extraites de (5)

③ Dissipation d'énergie par effet Joule dans le circuit extérieur (6

Le courant induit par la vibration axiale de l'ion dissipe de l'énergie qui est prise sur l'énergie de vibration de l'ion

Temps d'amortissement $\tau = \frac{l}{R}$

l : self équivalente à l'ion

R : Résistance du circuit

Comme l est proportionnel à la masse m, le couplage au circuit extérieur est beaucoup plus faible pour des ions que pour les électrons.

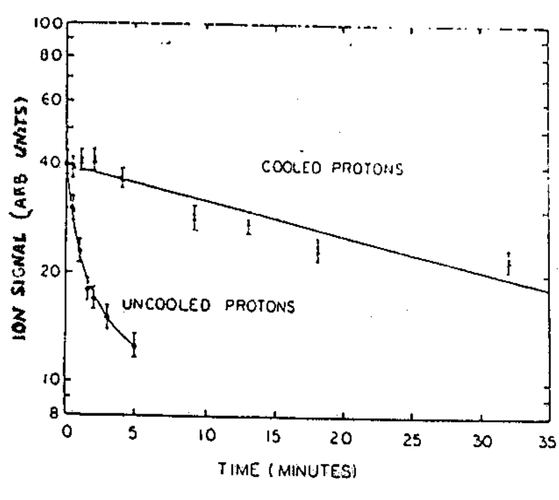
Néanmoins, il suffit que le temps d'amortissement soit plus court que le temps de séjour dans le piège

Observation expérimentale de cet effet sur des protons piégés

Observation de cet effet sur des protons piégés (7

Augmentation de la durée de vie des protons dans le piège quand leur fréquence de vibration axiale est accordée sur la fréquence de résonance du circuit extérieur

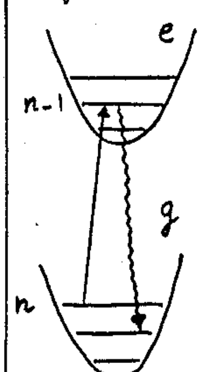
Figure extraite de (6)



Refroidissement laser (8

Puits harmonique - Limite des liaisons fortes ($\omega_v \gg \Gamma$)

Laser dirigé suivant Ox et accordé sur la 1ère bande latérale inférieure $\omega = \omega_0 - \omega_v$



Processus physique permettant de réduire le nombre quantique de vibration n le long de Ox dans l'état g et facilité par le choix $\omega = \omega_0 - \omega_v$

Problème

Jusqu'où peut-on réduire l'énergie moyenne de vibration de l'ion $\langle H_x \rangle$ le long de Ox ?

Valeur limite de $\langle n \rangle$

Vitesse de variation de $\langle H_x \rangle$ (9

D'après le cours IV, $d\langle H_x\rangle/dt =$

$$\frac{I}{\hbar\omega}\sum_n \mathcal{P}_n \sum_{n'}\left[(n'-n)\hbar\omega_v + R s_x\right] I_{n'n}\,\sigma_0\,\mathcal{L}_{n'n}$$

$I/\hbar\omega$: Flux de photons incidents

$\mathcal{P}_n$: Population du niveau $g\,n$

$(n'-n)\hbar\omega_v$: Energie externe gagnée lors du processus d'absorption $g\,n \to e\,n'$

$s_x R$: Energie de recul gagnée sur Ox lors de l'émission spontanée à partir de $e\,n$

$$I_{n'n} = |\langle n'|e^{ikx}|n\rangle|^2$$

Intensité relative de la transition $g\,n \to e\,n'$

σ_0 : Section efficace à résonance de l'ion libre

$$\mathcal{L}_{n'n} = \frac{\Gamma^2/4}{[\omega-\omega_0-(n'-n)\omega_v]^2+\Gamma^2/4}$$

Facteur de résonance décrivant l'effet de l'écart à résonance

Limite de Lamb-Dicke (10

On suppose $R \ll \hbar\omega_v$ et un refroidissement préalable suffisant pour que les seuls niveaux n peuplés soient tels que

$$kx \sim k\sqrt{n\hbar/m\omega_v} \sim \sqrt{nR/\hbar\omega_v} \ll 1$$

Calcul des $I_{n'n}$

$$e^{ikx} \simeq 1 + ikx \quad \text{si } kx \ll 1$$

$$x = \sqrt{\hbar/2m\omega_v}\,(a_x + a_x^+)$$

$$I_{n,n} = 1$$

$$I_{n-1,n} = n\frac{\hbar k^2}{2m\omega_v} = n\frac{R}{\hbar\omega_v} \ll 1$$

$$I_{n+1,n} = (n+1)\frac{R}{\hbar\omega_v} \ll 1$$

La raie centrale $\Delta n = 0$ est beaucoup plus intense que les 2 premières bandes latérales $\Delta n = \pm 1$, elles mêmes beaucoup plus intenses que les bandes $\Delta n = \pm 2, \ldots$ qui seront négligées

Facteurs de résonance (11

Laser accordé sur $\omega = \omega_0 - \omega_v$

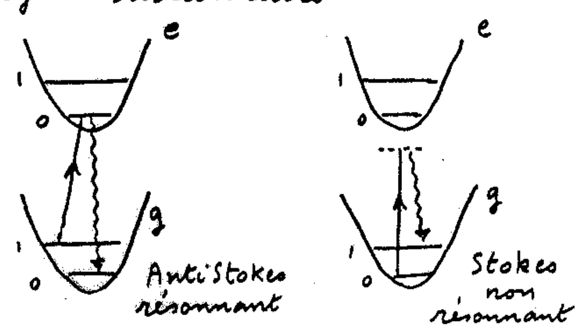
$$\mathcal{L}_{n'n} = \mathcal{L}_{n'-n} = \mathcal{L}_{\Delta n}$$

$$\mathcal{L}_{-1} = 1 \qquad \mathcal{L}_0 = \Gamma^2/4\omega_v^2 \qquad \mathcal{L}_{+1} = \Gamma^2/16\omega_v^2$$

La raie $\Delta n = 0$ est intense, mais réduite par l'écart à résonance

La raie $\Delta n = -1$ est faible $(\sim R/\hbar\omega_v)$ mais favorisée par le choix de ω

Compétition entre processus Stokes et antiStokes permettant de comprendre l'atteinte d'un régime stationnaire



Calcul de $d\langle H_x\rangle/dt$ (12

$$\frac{d}{dt}\langle H_x\rangle = \frac{I\sigma_0}{\hbar\omega}\sum_n \mathcal{P}_n \times$$

$$\Big[(\hbar\omega_v + s_x R)\,\frac{(n+1)R}{\hbar\omega_v}\,\frac{\Gamma^2}{16\omega_v^2} \quad \leftarrow \Delta n = +1$$

$$+\ (0 + s_x R)\ 1\ \frac{\Gamma^2}{4\omega_v^2} \quad \leftarrow \Delta n = 0$$

$$+\ (-\hbar\omega_v + s_x R)\,\frac{nR}{\hbar\omega_v}\ 1\Big] \quad \leftarrow \Delta n = -1$$

A des termes en R^2 près, il vient

$$\frac{d}{dt}\langle H_x\rangle = \frac{I\sigma_0}{\hbar\omega}R\left[\frac{\Gamma^2}{4\omega_v^2}\left(s_x+\frac{1}{4}\right) - \langle n\rangle\right]$$

$$\langle n\rangle = \sum_n n\,\mathcal{P}_n$$

Régime stationnaire

$$\langle n\rangle = \frac{\Gamma^2}{4\omega_v^2}\left(s_x + \frac{1}{4}\right) \ll 1$$

C'est surtout $n = 0$ qui est peuplé

On peut montrer que les $\mathcal{P}_n$ suivent une loi de Boltzmann

$$kT_x = \langle n\rangle\hbar\omega_v$$

$$= \frac{s_x + \frac{1}{4}}{4}\,\hbar\Gamma\,\frac{\Gamma}{\omega_v} \ll \hbar\Gamma$$

Refroidissement laser (13

Puits harmonique. Limite des liaisons faibles ($\omega_v \ll \Gamma$)

- Situation beaucoup plus courante que la précédente
- Pendant la durée d'un processus de diffusion, au plus de l'ordre de Γ^{-1}, l'ion se déplace très peu dans le puits. Le changement de vitesse (petit) produit par la diffusion d'un photon peut être considéré comme instantané et se produisant en un point donné
- Les phénomènes physiques, voisins de ceux relatifs à l'ion libre, peuvent être interprétés en termes de pression de radiation

Interprétation en termes de pression de radiation (14

Laser accordé en dessous de résonance — Ion vibrant

C'est dans la phase où l'ion va au devant de l'onde laser qu'il se rapproche de résonance et subit la pression de radiation la plus forte qui le ralentit

La force, moyennée sur une période de vibration $2\pi/\omega_v$, peut être décomposée en une force constante, qui déplace l'ion vers la droite (jusqu'à être équilibrée par la force de rappel du piège), et une force de friction qui amortit la vibration.

Avantages d'opérer sur des ions piégés (plutôt que sur des atomes libres) (15

- La force de rappel du piège compense la pression de radiation moyenne (Il n'est plus nécessaire d'utiliser 2 faisceaux laser, de même intensité, se propageant en sens inverse)
- Les ions sont piégés et ne sortent pas du faisceau laser. Le refroidissement agit en permanence
- Si les fréquences de vibration de l'ion dans les 3 directions Ox, Oy, Oz sont suffisamment différentes, et si le faisceau laser de refroidissement ne coïncide avec aucune de ces directions, possibilité de refroidir les 3 degrés de liberté avec un seul faisceau laser

Vitesse de variation de $\langle H_x \rangle$ (16

Ions piégés Laser suivant Ox

Même expression que plus haut

$$d\langle H_x\rangle/dt = (I\sigma_0/\hbar\omega)\sum_n \mathcal{P}_n \sum_{n'} [(n'-n)\hbar\omega_v + s_x R]\, I_{n'n}\, \mathcal{L}_{n'n}$$

Il sera interessant de comparer la limite du refroidissement avec celle pour des ions libres

Ions libres 2 lasers de même direction suivant les sens >0 et <0 de Ox

$$d\langle H_x\rangle/dt = (I\sigma_0/\hbar\omega)\int d^3v\, \mathcal{P}(v)$$
$$\{[R(1+s_x) + \hbar k v_x]\mathcal{L}_+(v_x) \leftarrow \text{laser 1}$$
$$+ [R(1-s_x) - \hbar k v_x]\mathcal{L}_-(v_x)\} \leftarrow \text{laser 2}$$

$$\mathcal{L}_\pm(v_x) = \frac{\Gamma^2/4}{[\omega-\omega_0 \mp k v_x]^2 + \Gamma^2/4}$$

Phase ultime du refroidissement (17)

On suppose un refroidissement préalable suffisant pour que l'effet Doppler résiduel soit très faible devant Γ. Les facteurs de résonance $\mathcal{L}$ peuvent alors être développés en puissances de kv_x/Γ, $(n-n')\omega_v/\Gamma$

Pour des ions libres

$$\mathcal{L}_{\pm}(v_x) = \frac{\Gamma^2/4}{\frac{\Gamma^2}{4}+(\omega-\omega_0)^2}\left[1 \pm 2kv_x \frac{\omega-\omega_0}{\frac{\Gamma^2}{4}+(\omega-\omega_0)^2}\right]$$

Pour des ions piégés

$$\mathcal{L}_{n'n} = \frac{\Gamma^2/4}{\frac{\Gamma^2}{4}+(\omega-\omega_0)^2}\left[1+2(n'-n)\omega_v \frac{\omega-\omega_0}{\frac{\Gamma^2}{4}+(\omega-\omega_0)^2}\right]$$

Pour maximiser l'efficacité du refroidissement, il faut rendre $\dfrac{\omega-\omega_0}{\frac{\Gamma^2}{4}+(\omega-\omega_0)^2}$ le plus négatif possible, donc choisir $\omega-\omega_0 = -\frac{\Gamma}{2}$

Limites du refroidissement pour des ions libres (18)

Pour $\omega-\omega_0 = -\frac{\Gamma}{2}$, $\mathcal{L}_{\pm}(v_x) = \frac{1}{2}\left[1 \mp \frac{2kv_x}{\Gamma}\right]$

$\hookrightarrow$ $d\langle H_x\rangle/dt = (I\sigma_0/\hbar\omega)\int d^3v\, \mathcal{P}(v)$

$$\left\{\left[R(1+s_x)+\hbar k v_x\right]\frac{1}{2}\left(1-\frac{2kv_x}{\Gamma}\right) + \left[R(1+s_x)-\hbar k v_x\right]\frac{1}{2}\left(1+\frac{2kv_x}{\Gamma}\right)\right\}$$

$$= \frac{I\sigma_0}{\hbar\omega}\left[R(1+s_x) - 2\frac{\hbar k^2}{\Gamma}\langle v_x^2\rangle\right]$$

$$= \frac{I\sigma_0}{\hbar\omega}\frac{8R}{\hbar\Gamma}\left[\frac{1+s_x}{8}\hbar\Gamma - \underbrace{\frac{1}{2}m\langle v_x^2\rangle}_{\langle H_x\rangle}\right]$$

Valeur limite de $\langle H_x\rangle$ dans la direction Ox du refroidissement

$$\langle H_x\rangle = \frac{1+s_x}{8}\hbar\Gamma = \frac{1}{2}kT_x$$

Chauffage dans les autres directions Ox et Oy

Limites du refroidissement pour des ions liés (19)

$\omega-\omega_0 = -\frac{\Gamma}{2} \longrightarrow \mathcal{L}_{n'n} = \frac{1}{2}\left[1-2\frac{(n'-n)\omega_v}{\Gamma}\right]$

$$d\langle H_x\rangle/dt = (I\sigma_0/2\hbar\omega)\sum_n \mathcal{P}_n \sum_{n'}$$
$$\left[(n'-n)\hbar\omega_v + s_x R\right]\left[1-\frac{2(n'-n)\omega_v}{\Gamma}\right]$$
$$|\langle n'|e^{ikx}|n\rangle|^2$$

Pour faire le calcul, on utilise

$$(n'-n)\hbar\omega_v\,|\langle n'|e^{ikx}|n\rangle|^2 = \langle n|e^{-ikx}|n'\rangle\langle n'|[H_x, e^{ikx}]|n\rangle$$

$$(n'-n)^2(\hbar\omega_v)^2\,|\langle n'|e^{ikx}|n\rangle|^2 = \langle n|[e^{-ikx},H_x]|n'\rangle\langle n'|[H_x,e^{ikx}]|n\rangle$$

$$\sum_{n'}|n'\rangle\langle n'| = 1$$

$$e^{-ikx}H_x e^{ikx} = \frac{(p_x+\hbar k_x)^2}{2m} + V(x)$$

$$\left\langle\frac{p_x^2}{2m}\right\rangle = \frac{1}{2}\langle H_x\rangle$$

Résultats du calcul (20)

$$\frac{d}{dt}\langle H_x\rangle = \frac{I\sigma_0}{\hbar\omega}R\left[\frac{1+s_x}{2} - \frac{4\left\langle\frac{p_x^2}{2m}\right\rangle}{\hbar\Gamma}\right]$$

Energie cinétique limite

$$\left\langle\frac{p_x^2}{2m}\right\rangle = \frac{1+s_x}{8}\hbar\Gamma$$

Même résultat que pour des ions libres

$\hbar\Gamma \sim 5.10^{-4}\,K$ pour $\frac{\Gamma}{2\pi} = 10\,MHz$

Vitesse de refroidissement

$$\frac{1}{T_p} \sim \frac{I\sigma_0}{\hbar\omega}\frac{4R}{\hbar\Gamma}$$

$I\sigma_0/\hbar\omega$, probabilité par unité de temps d'un cycle absorption émission spontanée, est bornée par Γ : $\frac{I\sigma_0}{\hbar\omega} < \Gamma$

$\hookrightarrow$ $T_p > \frac{\hbar}{R} \gg \Gamma^{-1}$

Refroidissement laser dans un piège de Penning (21)

Difficulté liée à l'ordre inversé des niveaux magnétron (énergie négative, augmentant en valeur absolue quand le nombre quantique magnétron croît)

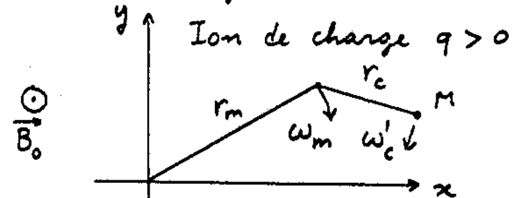
Si le laser est accordé en dessous de résonance, les mouvements cyclotron et vibration axiale sont refroidis (comme pour un ion lié harmoniquement). Par contre, le mouvement magnétron est échauffé

Solution à cette difficulté

Utilisation d'un faisceau laser présentant un gradient d'intensité dans le plan de l'orbite magnétron (voir référence 8 pour une discussion quantitative)

Rappels sur les mouvements cyclotron et magnétron (22)

Correspondent au mouvement transversal dans le plan xOy perpendiculaire à la direction Oz du champ magnétique $\vec{B}_0$



Composition de 2 mouvements circulaires uniformes de rayons r_c et r_m, et de vitesses angulaires ω'_c et ω_m

Notation complexe pour repérer la position M de l'ion à l'instant t

$$\rho = \underbrace{r_m e^{-i(\omega_m t + \varphi_m)}}_{\rho_m} + \underbrace{r_c e^{-i(\omega'_c t + \varphi_c)}}_{\rho_c}$$

$$x = \mathrm{Re}\,\rho \qquad y = \mathrm{Im}\,\rho$$

Effet moyen d'un cycle absorption émission spontanée se produisant à l'instant t (23)

Laser suivant Oy

- On suppose $\Gamma \gg \omega'_c, \omega_m$.

L'ion ne bouge pratiquement pas pendant le cycle $\delta\rho = 0$

L'effet moyen du cycle (moyenné sur toutes les directions du photon émis) est de faire changer brusquement la vitesse de $\delta\vec{v} = \hbar\vec{k}/m$

En notations complexes

$\delta v = \delta\dot{\rho} = i\hbar k/m \quad (\delta\vec{v} \parallel \text{à } Oy)$

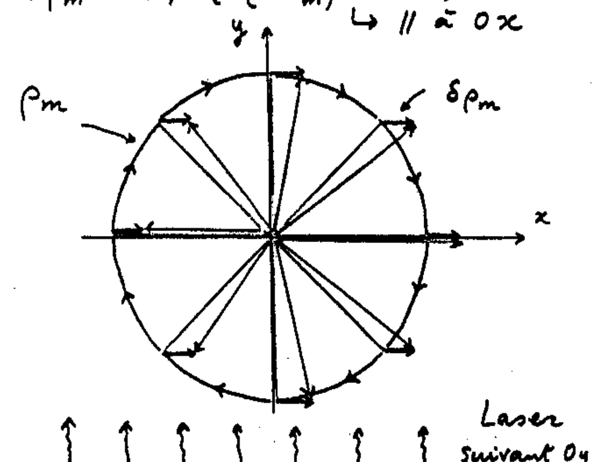
- Immédiatement après un tel cycle, ρ_m change de $\delta\rho_m$, ρ_c de $\delta\rho_c$ et $\delta\rho = 0$, $\delta\dot{\rho} = i\hbar k/m$ donnent

$$\begin{cases} \delta\rho = \delta\rho_m + \delta\rho_c = 0 \\ \delta\dot{\rho} = -i\omega_m\delta\rho_m - i\omega'_c\delta\rho_c = i\hbar k/m \end{cases}$$

$$\hookrightarrow \quad \delta\rho_m = \frac{\hbar k/m}{\omega'_c - \omega_m} \leftarrow > 0$$

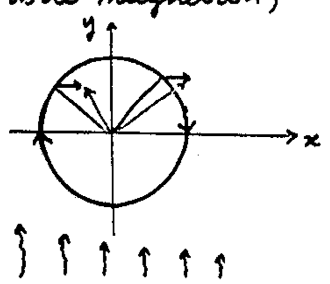
Variation du rayon magnétron consécutive à un cycle absorption émission spontanée (24)

$\delta\rho_m = \hbar k/m(\omega'_c - \omega_m)$ réel > 0
$\hookrightarrow \parallel$ à Ox



Suivant l'instant où se produit le cycle, le passage de ρ_m à $\rho_m + \delta\rho_m$ se traduit par une augmentation ou une diminution du rayon r_m

Condition pour avoir une diminution du rayon magnétron (en moyenne sur une orbite magnétron) (25)



r_m diminue dans la partie gauche (quand le mouvement magnétron est dans le même sens que le laser), augmente dans la partie droite

Pour avoir globalement une diminution, il faut éclairer préférentiellement dans la région où le mouvement magnétron éloigne l'ion du laser

↳ Gradient d'intensité < 0 le long de Ox

Refroidissement simultané des mouvements cyclotron et magnétron (26)

- Comme $\delta\rho_c = -\delta\rho_m$, l'effet d'inhomogénéité spatiale de l'intensité laser I_L est d'augmenter r_c si r_m est diminué
- Si on choisit un désaccord $\omega - \omega_0 < 0$ 2 effets en sens inverse

Magnétron

$\partial I_L / \partial x < 0 \longrightarrow$ Refroidit

Désaccord $\omega < \omega_0 \longrightarrow$ Echauffe

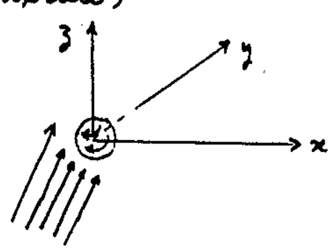
Cyclotron

$\partial I_L / \partial x < 0 \longrightarrow$ Echauffe

Désaccord $\omega < \omega_0 \longrightarrow$ Refroidit

Comme $r_m \gg r_c$ et $\omega_m \ll \omega_c'$, on peut trouver des conditions où l'effet de gradient d'intensité l'emporte pour le mouvement magnétron et l'effet de désaccord l'emporte pour le mouvement cyclotron

Refroidissement simultané des 3 mouvements (cyclotron, magnétron, vibration axiale) (27)



- Faisceau laser dont le vecteur d'onde est parallèle au plan yOz
- Désaccordé en dessous de résonance : $\omega - \omega_0 \simeq -\Gamma/2$
- Fait un angle différent de $\pi/2$ avec Oz pour avoir une composante sur Oz refroidissant la vibration axiale
- Décalé vers les $x < 0$, pour avoir $\partial I_L / \partial x < 0$ et refroidir le mouvement magnétron

Liste des ions qui ont déjà été refroidis (28)

Ba^+	Heidelberg Seattle
Mg^+	Boulder Seattle Orsay
Be^+	Boulder
Hg^+	Boulder (en cours)

Utilisation des 2 types de piège (Penning - Paul)

Obtention de températures de l'ordre de la dizaine de mK

Détection d'un ion unique

19.11.85 | Applications spectroscopiques et métrologiques | VI-1

Spectroscopie optique de Hg^+

1 - Niveaux d'énergie - Intérêt pour la spectroscopie (T1 à T2)
2 - Source laser à 194 nm (T3 à T4)
3 - Transition à 2 photons sans effet Doppler $^2S_{1/2} - {}^2D_{5/2}$
 - Observation (T5 à T7)
 - Interprétation des bandes latérales (T8 à T11)
4 - Mesure de la durée de vie de l'état $^2D_{5/2}$ (T12)
5 - Perspectives (T13)

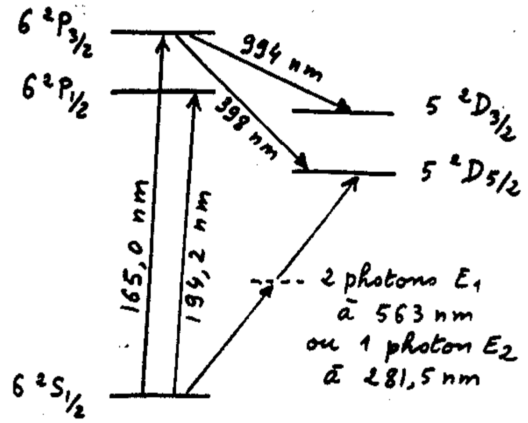
Spectroscopie optique de Ba^+

1 - Niveaux d'énergie (T14)
2 - Les premières expériences de spectroscopie optique sur Ba^+
 - Absorption saturée (T15)
 - Refroidissement radiatif (T16 à T18)
3 - Transition Raman $^2S_{1/2} - {}^2D_{3/2}$
 - Motivations (T19)
 - Structure vibrationnelle (T20 à T21)
 - Forme de raie. Interprétation (T22 à T27)
 - Observations antérieures de formes de raie analogues (T28 à T29)
 - Résultats expérimentaux obtenus sur Ba^+ (T30 à T31)
4 - Perspectives de standards optiques (T32)

Références

(1) H. Hemmati, J.C. Bergquist, W.M. Itano, Optics Lett, 8, 73 (1983)
(2) J.C. Bergquist, D.J. Wineland, W.M. Itano, H. Hemmati, H.U. Daniel, G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. 55, 1567 (1985)
(3) R. Iffländer, G. Werth, Optics Comm. 21, 411 (1977)
(4) W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek, H. Dehmelt, Phys. Rev. Lett 41, 233 (1978)
(5) Mêmes auteurs, Applied Physics 17, 123 (1978)
(6) Mêmes auteurs, Phys. Rev. A 22, 1137 (1980)
(7) G. Janik, W. Nagourney, H. Dehmelt, J.O.S.A. B2, 1251 (1985)
(8) E. Arimondo, G. Orriols, Nuovo Cimento Lett. 17, 133 (1976)
(9) R.W. Whitley, C.R. Stroud, Phys. Rev. A 14, 1498 (1976)
(10) G. Orriols, Nuovo Cimento B53, 1 (1979)
(11) B.J. Dalton, P.L. Knight, Optics Comm. 42, 411 (1982) et references in
(12) G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols, Nuovo Cim. B56, 5 (1976)
(13) H.R. Gray, R.W. Whitley, C.R. Stroud, Opt. Lett. 3, 218 (1978)
(14) J.E. Thomas, P.R. Hemmer, S. Ezekiel, C.C. Leiby, R.H. Picard, C.R. Willis, Phys. Rev. Lett. 48, 867 (1982)
(15) W. Ertmer, R. Blatt, J.L. Hall in Laser cooled and trapped atoms, ed by W.D. Phillips, N.B.S. Special publication 653, p. 154
(16) H. Dehmelt, W. Nagourney, G. Janik, B.A.P.S. 27, 402 (1982)
(17) H. Dehmelt, J. de Physique 42, C-8-299 (1981)

Niveaux d'énergie de Hg^+ (1



Niveau $2P_{1/2}$

Largeur naturelle $\sim$ 70 MHz

Rapport de branchement vers $^2D_{3/2}$ négligeable

Niveau $^2D_{5/2}$

Durée de vie très longue ($\sim$ 0.1 s)

Transition $^2S_{1/2}$ - $^2D_{5/2}$ très fine (à 1 ou 2 photons)

Intérêt pour la spectroscopie optique (2

- Largeur potentielle très fine de la transition $^2S_{1/2}$ - $^2D_{5/2}$

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} \sim 10^{15}$$

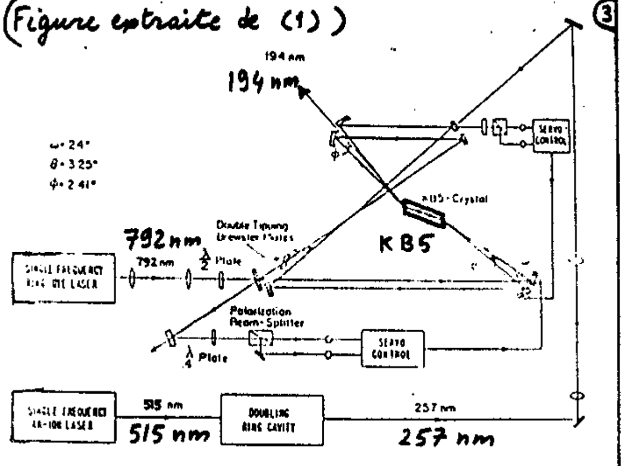
- Possibilité de détecter cette résonance
  - Sur la diminution de population de $^2S_{1/2}$ (variation de la fluorescence sur 194,2 nm)
  - Sur l'augmentation de la population de $^2D_{5/2}$ (transition à 398 nm vers $^2P_{3/2}$ suivie de fluorescence à 165 nm vers $^2S_{1/2}$)
- Possibilité de refroidissement laser sur la raie à 194,2 nm et de réduction de l'effet Doppler du $2^{ème}$ ordre (1 μW suffirait)

Intérêt pour la spectroscopie microonde

Sera discuté ultérieurement (Grandes structures hyperfines de $^2S_{1/2}$ pour $^{199}Hg^+$ et $^{201}Hg^+$)

Mise au point d'une source laser à 194 nm (3

(Figure extraite de (1))



Mélange en continu dans un cristal de pentaborate de potassium de

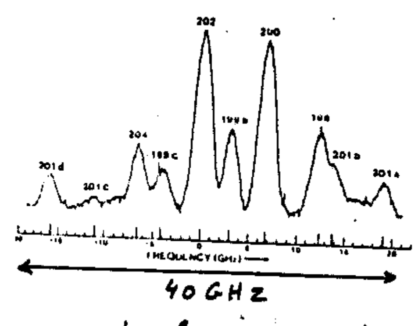
- l'harmonique 2 de la raie 515 nm de Ar^+
- la sortie d'un laser à colorant à 792 nm

les 2 rayonnements étant amplifiés dans une cavité en anneau externe

Obtention de quelques microwatts avec une largeur spectrale $\Delta\nu \sim$ 2 MHz

Observation du spectre d'absorption d'une décharge de Hg naturel (4

(Figure extraite de (1))



Balayage du laser sur 40 GHz (La raie 199 a, $^2S_{1/2}$ F=0 $\to$ $^2P_{1/2}$ F=1, n'est pas montrée, car elle est à 24,7 GHz à droite de 201 a)

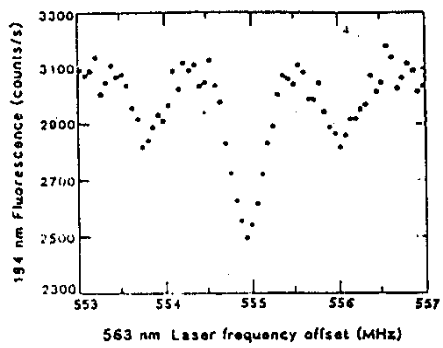
On notera la possibilité d'exciter 199 b (et 199 c) avec une lampe ordinaire contenant l'isotope 202)

Observation de la transition à 2 photons sans effet Doppler $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ (5

- Ions $^{198}Hg^+$ piégés dans un piège RF (nombre d'ions 50 à 200), $2r_0 = 890\,\mu m$, $2z_0 = 625\,\mu m$, $\Omega = 21$ MHz, $V_0 \leq 1$ kV
- Refroidissement par collisions avec He (introduit dans le piège à $P_{He} \simeq 10^{-3}$ à 10^{-2} Pa) $\rightarrow T_{Hg^+} \sim 350$ K
- Irradiation par le laser à 194 nm ($P = 5\,\mu W$) et détection de la fluorescence (2.10^3 à 10^4 coups/sec)
  Rapport S/B $\sim$ 10
- Irradiation par un laser à colorant à 563 nm [avec cavité externe pour former une onde stationnaire au niveau des ions]
  $P \sim 5$ W dans la cavité. Waist 25 μm
  Voir référence (2)

Détection de la résonance (6

Figure extraite de (2)



- La fluorescence à 194 nm diminue quand le laser à colorant est accordé sur la transition à 2 photons
- Observation (pour la 1ère fois) de bandes latérales d'une raie optique dues à la vibration de l'ion dans le puits. Possible parce que la raie $2S_{1/2} - 2D_{5/2}$ est fine
- Vérification du fait que les bandes latérales se déplacent si l'on change la fréquence de vibration de l'ion

Origines de la largeur observée pour la transition à 2 photons (7

$\Delta\nu \sim 420$ kHz

- Largeur de la raie laser à 563 nm ~ 320 kHz
- Elargissement du niveau $^2S_{1/2}$ dû à l'irradiation à 194 nm ~ 270 kHz
  Possibilité d'alterner dans le temps les excitations à 194 nm et 563 nm. On observe effectivement un affinement
- Elargissement dû aux collisions avec He ~ 50 kHz

Mesure précise de l'intervalle

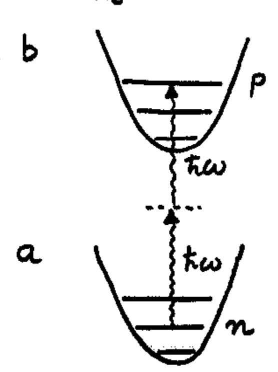
$2S_{1/2} - 2D_{5/2}$ par comparaison avec les raies de l'iode

$$\nu = 17757{,}152(3)\ \text{cm}^{-1}$$

Interprétation des bandes latérales pour une transition à 2 photons (8

$a(b)$: niveau interne initial (final)
r : niveau interne relais
n, p, q : nombres quantiques de vibration
$\vec{k}_1, \vec{k}_2$: vecteurs d'onde des 2 photons

$\xrightarrow{\vec{k}_1}$ $\xleftarrow{\vec{k}_2}$ $\quad \vec{k}_1 = -\vec{k}_2$



Transition $a, n \rightarrow b, p$

$$2\hbar\omega = E_b - E_a + (p-n)\hbar\omega_v$$
$$= \hbar\omega_0 + (p-n)\hbar\omega_v$$

Amplitude de transition (9

pour l'absorption d'un photon $\vec{k}_i$ et d'un photon $\vec{k}_j$ $(i, j = 1, 2)$

$$\sum_{r,q} \frac{\langle b p | D e^{i\vec{k}_j \cdot \vec{r}} | r q \rangle \langle r q | e^{i \vec{k}_i \cdot \vec{r}} | a n \rangle}{E_a - E_r + (n-q)\hbar\omega_v} + (i \leftrightarrow j)$$

Comme $|E_a - E_r| \gg \hbar\omega_v$, on peut négliger $(n-q)\hbar\omega_v$ au dénominateur et, par suite, utiliser la relation de fermeture sur q au numérateur

↳ La partie externe de l'amplitude de transition se réduit à

$$A_{pn} = \sum_q \langle p | e^{i\vec{k}_j \cdot \vec{r}} | q \rangle \langle q | e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} | n \rangle = \langle p | e^{i(\vec{k}_i + \vec{k}_j)\cdot\vec{r}} | n \rangle$$

2 cas différents suivant que

$\vec{k}_i = -\vec{k}_j$ $\quad \longrightarrow \; \longleftarrow$

$\vec{k}_i = \vec{k}_j$ $\quad \substack{\longrightarrow \\ \longrightarrow}$ ou $\substack{\longleftarrow \\ \longleftarrow}$

$\boxed{1^{\text{er}}\ \text{cas}}$ $\vec{k}_i = -\vec{k}_j$ (Absorption de 2 photons se propageant en sens inverse) (10

$$A_{pn} = \langle p | n \rangle = \delta_{pn}$$

Seule la bande centrale existe

Pas de bandes latérales

C'est ainsi que se traduit l'effet Cagnac-Chebotayev pour des particules piégées

$\boxed{2^{\text{ème}}\ \text{cas}}$ $\vec{k}_i = \vec{k}_j = \vec{k}$ (Absorption de 2 photons se propageant dans le même sens)

$$A_{pn} = \langle p | e^{2i\vec{k}\cdot\vec{r}} | n \rangle$$

Produit scalaire (dans l'espace des impulsions) de φ_p par φ_n translaté de $2\hbar\vec{k}$

↳ Bande centrale $(p = n)$ + bandes latérales

La bande centrale domine si $\lambda/2 \gg a_0$ (a_0 : largeur de la zone de confinement)

Effet Dicke à 2 photons

Intérêt d'utiliser une onde stationnaire (11

- Même si les ions ne sont pas suffisamment froids et n'occupent pas une région suffisamment petite pour qu'on soit dans le régime de Lamb-Dicke, la raie centrale a un poids comparable à celui de l'ensemble de toutes les bandes latérales, et est donc bien visible.
- Par contre, à très basse température, une onde progressive donnerait, elle aussi, une bande centrale très visible (car les bandes latérales auraient un poids négligeable)

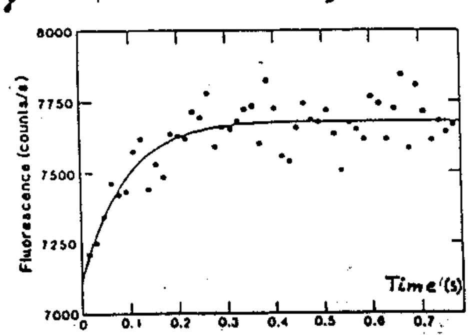
Intérêt des bandes latérales

L'étude de leurs intensités relatives doit permettre de déterminer la température

Mesure de la durée de vie de l'état $^2D_{5/2}$ (12

Observation de la cinétique de l'augmentation de la fluorescence à 194 nm quand l'irradiation à 563 nm est brusquement arrêtée (Retombée spontanée des ions de $^2D_{5/2}$ à $^2S_{1/2}$)

Exemple de courbe expérimentale (Figure extraite de (2))



Valeur trouvée pour τ

$$\tau = 0{,}090\ (15)\ \text{sec}$$

Perspectives (13

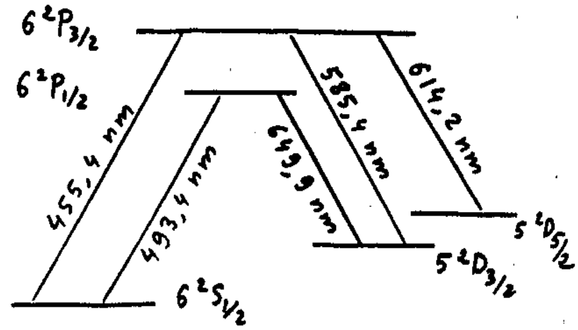
- Diminution de la largeur spectrale du laser à 563 nm
- Utilisation de refroidissement laser à 194 nm (plutot que le refroidissement collisionnel), et étude d'un ion unique
  ↳ Elimination de tout élargissement collisionnel
  ↳ Elimination de l'effet Doppler du 2ème ordre
- Excitation directe de la transition à 1 photon E2, plutot que l'excitation à 2 photons E1.

Intensité lumineuse plus faible à 281,5 nm → Déplacement lumineux beaucoup plus faibles

Standard de fréquence optique très prometteur

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} \simeq 10^{15}$$

Niveaux d'énergie de Ba^+ (14



- Largeur naturelle de $^2P_{1/2}$ ~ 21 MHz
- Niveaux D : Métastables (Durée de vie de plusieurs secondes)
- Rapport de branchement ~ 1/3 de $^2P_{1/2}$ vers $^2D_{3/2}$ / $^2S_{1/2}$
  ↳ Si l'on excite à 493,4 nm, il est nécessaire de recycler les atomes "pompés" dans $^2D_{3/2}$ avec une irradiation à 649,9 nm

Les premières expériences de spectroscopie optique sur Ba^+ (15

Observation d'un signal d'absorption saturée sur des ions Ba^+ dans un piège de Paul

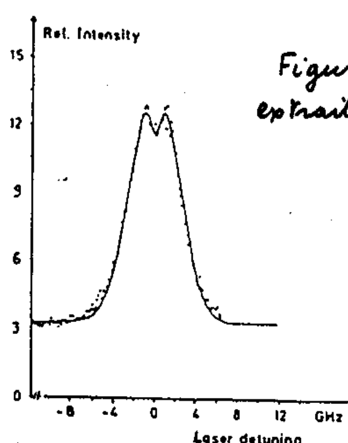
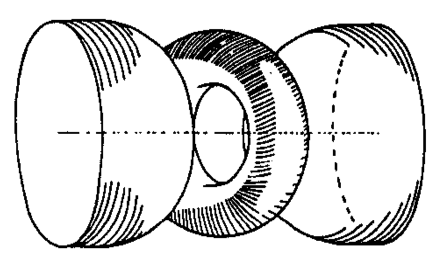


Figure extraite de (3)

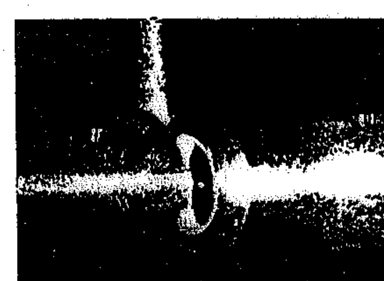
Excitation par 2 faisceaux laser se propageant en sens inverse (Laser à colorant en impulsions pompé par laser à azote)

Expériences utilisant 2 lasers (16

(pour recycler les ions pompés dans $^2D_{3/2}$). Références (4) à (6)



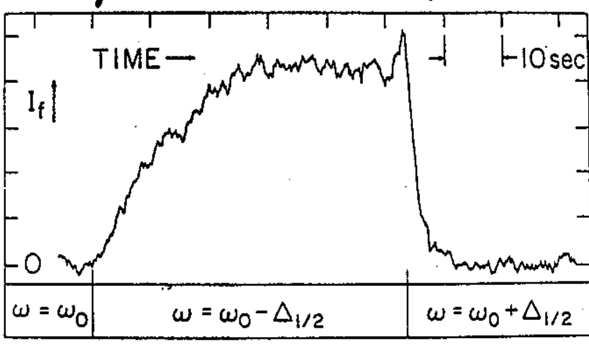
Figures extraites de (5)



Observation photographique ou visuelle Le point brillant central ($\phi \simeq 50 \mu m$) et la fluorescence du nuage d'ions

Démonstration du refroidissement et de l'échauffement radiatifs (17)

Figure extraite de (4)

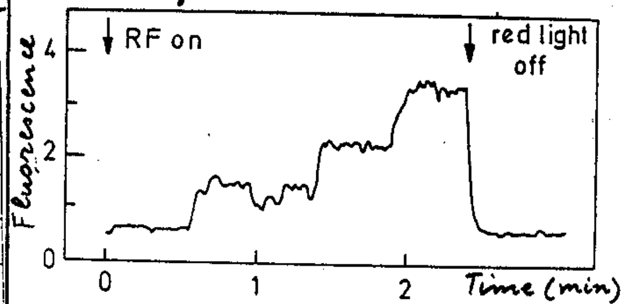


- Si $\omega = \omega_0 - \Delta_{1/2}$, les ions sont refroidis et restent dans le piège
  Leur fluorescence est visible
- Si $\omega = \omega_0 + \Delta_{1/2}$, les ions sont chauffés et sortent du piège
  Leur fluorescence disparait

$\Delta_{1/2}$ Demi Largeur Doppler

Observation d'un ion Ba^+ unique (18)

Figure extraite de (6)



Augmentation par paliers de la fluorescence quand on branche, à $t=0$, le champ RF piégeant

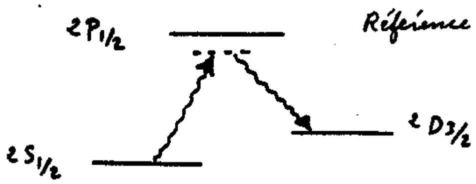
Disparition de toute fluorescence quand on arrête le laser à 650 nm

Estimation de la température à partir de la dimension des images de 1, 2, 3 ions (contributions de la diffraction et du mouvement d'agitation des ions)

$$10\ mK \lesssim T \lesssim 36\ mK$$

Spectroscopie à 2 photons sur Ba^+ Transition Raman $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$ (19)

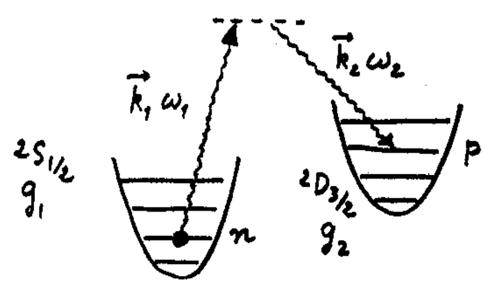
Référence (7)



Motivations

- Cette raie Raman est potentiellement beaucoup plus fine que les raies à 1 photon $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ et $^2P_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$
- Essai d'observer sur cette raie des bandes latérales à $\pm\,\omega_v$, liées à la vibration de l'ion dans le puits
  Impossibles à voir sur les raies à 1 photon car $\Gamma(2P_{1/2}) \gg \omega_v$
  Par contre, $\Delta\nu(\text{Raman}) < \omega_v$
- S'il n'y a pas de bande latérale, c'est qu'on est dans le régime de Lamb-Dicke, régime non encore observé dans le domaine optique

Structure vibrationnelle de la raie Raman (20)



$$\hbar\omega_1 + E_{g_1} + n\hbar\omega_v = \hbar\omega_2 + E_{g_2} + p\hbar\omega_v$$

Amplitude de transition

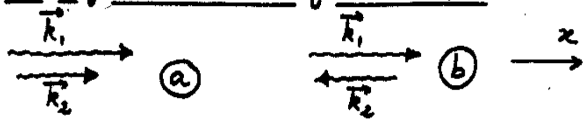
Le même calcul que plus haut (pour l'absorption à 2 photons) donne pour la partie externe de cette amplitude

$$A_{pn} = \sum_q \langle p|e^{-i\vec{k}_2.\vec{r}}|q\rangle\langle q|e^{+i\vec{k}_1.\vec{r}}|n\rangle$$

Signe − Emission de $\vec{k}_2$ — Nombre quantique de vibration dans l'état relais — Signe + Absorption de $\vec{k}_1$

$$\hookrightarrow \quad A_{pn} = \langle p|e^{i(\vec{k}_1-\vec{k}_2).\vec{r}}|n\rangle$$

Influence des directions de propagation des 2 faisceaux (21)



$\boxed{\text{Cas a}}$ Propagation dans le même sens

$$A_{pn} = \langle p | e^{i(k_1 - k_2)x} | n \rangle$$

Longueur d'onde effective λ correspondant à celle de la transition ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$ $\quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}$

$\boxed{\text{Cas b}}$ Propagation dans des sens opposés

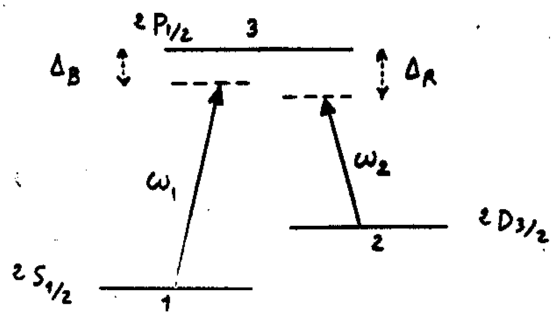
$$A_{pn} = \langle p | e^{i(k_1 + k_2)x} | n \rangle$$

Longueur d'onde effective $\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$

La condition Lamb-Dicke est plus facile à réaliser dans le cas (a) : $a_0 \ll \lambda$ plus facile que $a_0 \ll \lambda'$

Le cas (b) est beaucoup plus sensible à l'effet Doppler

Etude de la forme de raie (22)



Δ_B : désaccord entre le laser bleu à ω_1 et la résonance sur ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$

Δ_R : désaccord entre le laser rouge à ω_2 et la résonance sur ${}^2P_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$

Ion supposé immobile (on suppose la condition de Lamb-Dicke réalisée)

ω_1 (et donc Δ_B) étant fixés, on balaie ω_2 (et donc Δ_R). Comment varie la fluorescence, c-à-d la population σ_{33} du niveau 3 ?

Etude par les équations de Bloch optiques

Résolution des équations d'évolution (23) des σ_{ij} $(i,j = 1,2,3)$, tenant compte compte de l'interaction avec les 2 lasers (fréquences de Rabi Ω_B et Ω_R) et de l'émission spontanée ($\Gamma_B = \Gamma_{3\to1}$ et $\Gamma_R = \Gamma_{3\to2}$)

Résultats essentiels

1- Superposition d'une résonance très large (pour $\Delta_R = 0$), correspondant à la résonance sur la raie rouge, et d'une résonance très fine, pour $\Delta_R = \Delta_B$, correspondant à la résonance Raman entre 2 et 1

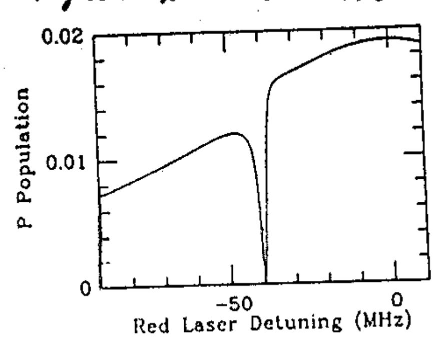
2- Pour $\Delta_R = \Delta_B$ on a $\sigma_{33} = 0$. Disparition de toute fluorescence

3- Forme exacte du creux étroit en $\Delta_R = \Delta_B$ (absorption, dispersion, mélange des 2), dépendant de Ω_B ou Ω_R

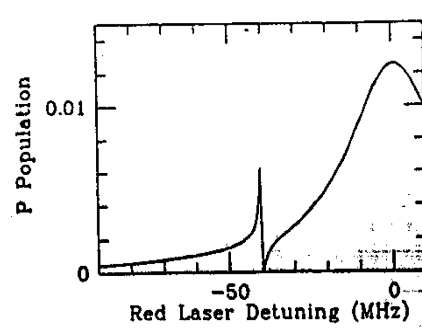
Références (7) à (11)

Exemples de résultats théoriques (24)

Figures extraites de (7)



$\frac{\Delta_B}{2\pi} = -40$ MHz $\qquad \frac{\Omega_B}{2\pi} = \frac{\Omega_R}{2\pi} = 10$ MHz



$\frac{\Delta_B}{2\pi} = -40$ MHz $\qquad \frac{\Omega_B}{2\pi} = 10$ MHz $\qquad \frac{\Omega_R}{2\pi} = 2$ MHz

Interprétation perturbative (25

Dans la résolution par itération des équations d'évolution de σ, 2 "chemins" pour aller de σ_{22} à σ_{11}

Chemin a

$$\sigma_{22} \xrightarrow{\Omega_R} \sigma_{23} \xrightarrow{\Omega_R} \sigma_{33} \xrightarrow{\Omega_B} \sigma_{31} \xrightarrow{\Omega_B} \sigma_{11}$$

Chemin b — Résonance pour $\Delta_R = 0$

$$\sigma_{22} \xrightarrow{\Omega_R} \sigma_{23} \xrightarrow{\Omega_B} \sigma_{21} \xrightarrow{\Omega_R} \sigma_{31} \xrightarrow{\Omega_B} \sigma_{11}$$

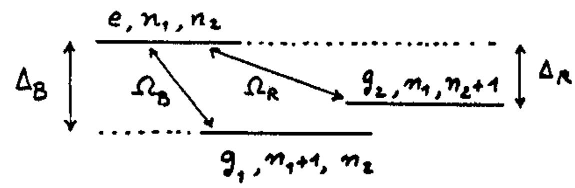
Résonance pour $\Delta_R = \Delta_B$

Le chemin a, où apparait intermédiairement la population de l'état 3, est un passage de 2 à 1 par une suite de 2 processus à 1 photon

Le chemin b, où apparait intermédiairement σ_{21}, est le processus Raman direct. La résonance sur σ_{21} est très étroite car le temps de relaxation de σ_{21} est très long (2 : état métastable, 1 : état fondamental)

Interprétation de la disparition de la fluorescence pour $\Delta_R = \Delta_B$ (en termes d'atome "habillé"). (26

Etats non perturbés du système global atome (états $3 = e$, $2 = g_2$, $1 = g_1$) + n_1 photons ω_1 + n_2 photons ω_2

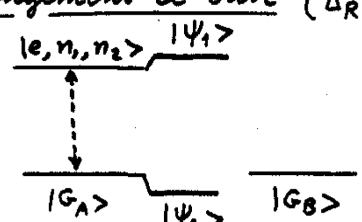


Couplages Ω_B et Ω_R entre états différant d'un photon ω_1 ou ω_2

Si $\Delta_B = \Delta_R$, les 2 états $|g_1, n_1+1, n_2\rangle$ et $|g_2, n_1, n_2+1\rangle$ sont exactement dégénérés.

Possibilité d'introduire 2 combinaisons linéaires orthogonales de ces 2 états, $|G_A\rangle$ et $|G_B\rangle$, dont l'une est couplée à $|e, n_1, n_2\rangle$ et l'autre non

Changement de base ($\Delta_R = \Delta_B$) (27



$|G_B\rangle$ n'étant pas couplé à $|e, n_1, n_2\rangle$, on est ramené à 1 pb à 2 niveaux
↳ 2 niveaux perturbés $|\psi_1\rangle$ et $|\psi_2\rangle$
+ le niveau $|G_B\rangle$ inchangé

Effet de l'émission spontanée

Le point important est que, $|G_B\rangle$ ne contient pas du tout e (superposition linéaire de g_1 et g_2). L'état $|G_B\rangle$ est donc stable vis à vis de l'émission spontanée. Aucune transition radiative ne part de G_B vers les niveaux habillés inférieurs

Par contre, $|G_B\rangle$ est alimenté par émission spontanée à partir des niveaux habillés supérieurs. Niveau non radiatif où toute la population va se trouver piégée

Observations antérieures (28

Ce phénomène de piégeage de population ("population trapping"), ou encore de superposition linéaire de g_1 et g_2 n'absorbant plus de lumière, a déjà été observé

- Résonances "noires" de Alzetta, Gozzini, Moi, Orriols (référence 12)

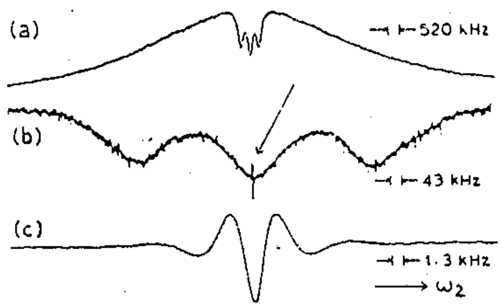
Faisceau laser multimode traversant une cellule de Na placée dans un gradient de champ $\vec{B}_0$ parallèle au laser

Disparition de la fluorescence aux endroits où l'écart entre 2 sous niveaux Zeeman appartenant aux 2 niveaux hyperfins F = 1 et F = 2 de l'état fondamental est égal à l'écart entre 2 modes du laser

- Expérience analogue sur un jet atomique éclairé par 2 faisceaux laser [voir référence 13]

Reprise de cette expérience [ref 14] (29

sur un jet atomique avec 2 faisceaux laser (dérivés du même faisceau pour éliminer les fluctuations de fréquence sur $\omega_1 - \omega_2$) et en utilisant des franges de Ramsey pour avoir des résonances très fines

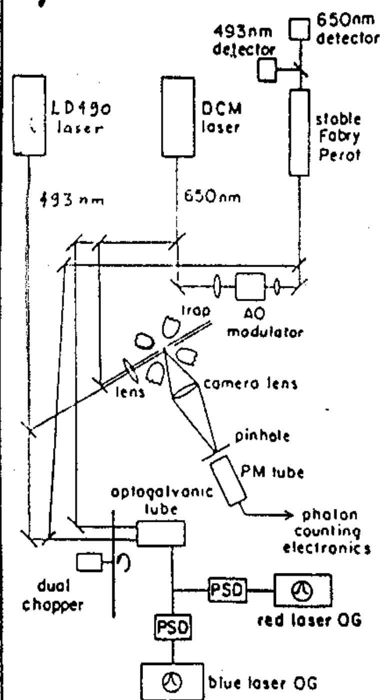


(a) Resonance large ($\Delta\nu = 10$ MHz), avec 3 structures Raman correspondant à des sous niveaux Zeeman différents de F=1 et F=2

(b)(c) Agrandissements montrant les franges de Ramsey sur la résonance centrale (distance de 15 cm entre les 2 zones de Ramsey)

Observation de la résonance Raman $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$ sur Ba^+ (30

Figure extraite de (7)



Piège RF miniature

$2r_0 = 0,7$ mm

$2z_0 = 0,5$ mm

$\Omega = 25,7$ MHz

$V_0 = 1200$ V

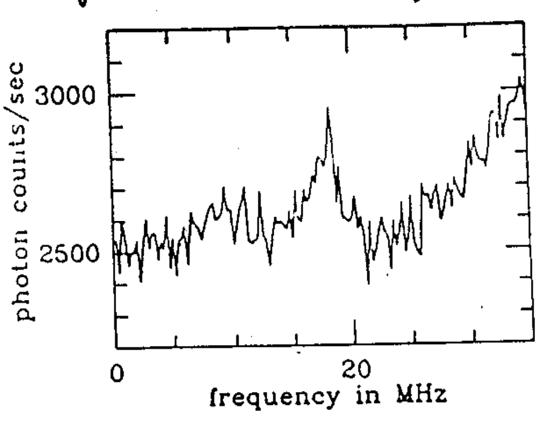
$\hookrightarrow \bar{\omega}_z = 5,5$ MHz

Largeur spectrale des 2 lasers $\Delta\nu \simeq 1$ MHz

Observation d'un ion unique

Exemple de résultats [ref(7)] (31

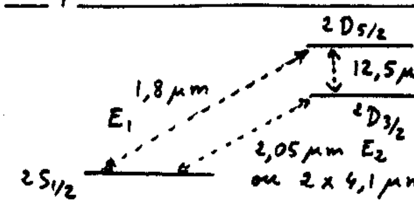
Observation sur un ion unique d'une raie Raman étroite ($\Delta\nu \simeq 3$ MHz) sur le flanc d'une raie large



Possibilité d'affiner cette raie en diminuant la largeur spectrale des lasers

Pas de bandes latérales visibles à $\pm 5,5$ MHz. Ceci semble indiquer qu'on est dans le régime de Lamb-Dicke ($a_0 \ll \lambda_{eff} = 2,06\ \mu m$)

Perspectives de standards optiques (32



Transition $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$ à 2 photons 4,1 μm
Refroidissement à 494 nm
Recyclage à 650 nm [Référence 15]

Transition $^2D_{3/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ à 12,5 μm
- Transfert d'un ion unique dans $^2D_{3/2}$ (laser rouge arrêté un peu avant le bleu)
- Excitation pendant 1 sec à 12,5 μm
  Si la transition se produit, l'ion reste dans $^2D_{5/2}$ pendant plusieurs secondes
- Réintroduction du laser bleu pendant 1 sec
  Si l'ion est passé sur "l'étagère" $^2D_{5/2}$
  10^7 photons de fluorescence manquent
  [Référence 16]

Transition $^2S_{1/2} - {}^2D_{5/2}$ à 1,8 μm [réf 17]
- Refroidissement à 494 nm
- Excitation à 1,8 μm pour monter l'ion unique sur "l'étagère" $^2D_{5/2}$
- Laser à 650 nm pour vider $^2D_{3/2}$

Applications spectroscopiques et métrologiques (suite)

Spectroscopie optique de Mg^+ et Be^+

Expériences sur Mg^+ utilisant 2 lasers (T1 à T2)
Etude d'un ion Mg^+ unique dans un piège de Penning (T3 à T4)
Ion unique Mg^+ dans un piège de Paul (T5 à T6)
Structures fine et hyperfine du niveau ${}^2P_{1/2}$ de ${}^9Be^+$ (T7 à T8)

Généralités sur la spectroscopie microonde ou RF des ions piégés

Les problèmes à résoudre. Nécessité d'une détection sensible (T9)
Les méthodes utilisées
- Collisions avec des faisceaux de particules neutres polarisées (T10)
- Quenching de métastabilité (T11)
- Pompage optique et double résonance (T12 à T13)

Relaxation des ions piégés (T14 à T17)
Pompage optique des ions piégés. Caractéristiques originales (T18 à T23)

Exemples de résultats obtenus en spectroscopie microonde

Ions ${}^3He^+$ (T24)
Ions ${}^{199}Hg^+$ (T25 à T26)
Ions ${}^{171}Yb^+$ (T27 à T28)
Ions ${}^{137}Ba^+$ et ${}^{135}Ba^+$ (T29 à T30)
Ions ${}^{25}Mg^+$ (T31)
Ions ${}^9Be^+$ (T32)

Références

(1) - D.J. Wineland, R.E. Drullinger, F.L. Walls Phys. Rev. Lett. 40, 1639 (1978)
(2) - R.E. Drullinger, D.J. Wineland, J.C. Bergquist, Appl. Phys. 22, 365 (1980)
(3) - D.J. Wineland, W.M. Itano, Physics Letters 82 A, 75 (1981)
(4) - W. Nagourney, G. Janik, H. Dehmelt, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 80, 643 (1983)
(5) - F. Plumelle, M. Desaintfuscien, M. Jardino, P. Petit, soumis à Appl. Phys. (1985)
(6) - J.J. Bollinger, J.S. Wells, D.J. Wineland, W.M. Itano, Phys. Rev. A31, 2711 (1985)
(7) - H.G. Dehmelt, F.G. Major, Phys. Rev. Lett. 8, 213 (1962) et Phys. Rev. 170, 91 (1968)
(8) - H.A. Schuessler, E.N. Fortson, H.G. Dehmelt, Phys. Rev. 187, 5 (1969)
(9) - M.H. Prior, E.C. Wang, Phys. Rev. Lett. 35, 29 (1975) et Phys. Rev. A16, 6 (1977)
(10) - D.J. Wineland, W.M. Itano, J.C. Bergquist, J.J. Bollinger, J.D. Prestage Symposium A. Kastler 1985 Annales de Physique à paraître
(11) - W. Ruster, J. Bonn, P. Peuser, N. Trautmann Appl. Phys. B30, 83 (1983)
(12) - D.J. Wineland, J.C. Bergquist, W.M. Itano, R.E. Drullinger, Optics Lett. 5, 245 (1980)
(13) - F.G. Major, G. Werth Phys. Rev. Lett. 30, 1155 (1973) et Appl. Phys. 15, 201 (1978)
(14) - M. Jardino, M. Desaintfuscien, F. Plumelle J. de Physique 42, C8-327 (1981)
(15) - M. Jardino, M. Desaintfuscien, R. Barillet, J. Viennet, P. Petit, C. Audoin Appl. Phys. 24, 107 (1981)
(16) - L.S. Cutler, R.P. Giffard, M.D. McGuire, Proc 13th Annual PTTI, p.563 (1981)
(17) - D.J. Wineland, .M. Itano, J.C. Bergquist, F.L. Walls, Proc. 35th. Ann. Freq. Control Symp. p.602 (1981)
(18) - G. Werth, Atomic Physics 9 (Van Dyck and Fortson eds), World Scientific 1985, p.28
(19) - R. Blatt, H. Schnatz, G. Werth Phys. Rev. Lett. 48, 1601 (1982)
(20) - W. Becker, R. Blatt, G. Werth, Precision Measurement and Fundamental Constants II (Taylor and Phillips eds) NBS Special publication 617, p.99 (1984)
(21) - D.J. Wineland, W.M. Itano, R.S. Van Dyck, Adv. At. Mol. Phys. 19, 135 (1983)

Spectroscopie optique de Mg^+ (1

Raie de résonance analogue à celle d'un alcalin (doublet D_1 D_2)

D_1 $3s\,^2S_{1/2} \leftrightarrow 3p\,^2P_{1/2}$ 280 nm

D_2 $3s\,^2S_{1/2} \leftrightarrow 3p\,^2P_{3/2}$ 279,5 nm

Largeur naturelle $\Gamma/2\pi = 43$ MHz

Sources laser

Obtenues par doublage de fréquence d'un laser à colorant par un cristal d'ADP

Premières expériences (Piège de Penning)

Mise en évidence du refroidissement laser par détection bolométrique de T (Voir référence (1) et transparent 16 du cours III)

Amélioration de l'expérience

Utilisation de 2 lasers

Le premier refroidit

Le second, beaucoup moins intense, permet d'analyser la forme de raie ou de faire de la spectroscopie

Exemple de résultats expérimentaux (2

Laser de refroidissement réglé sur $^{24}Mg^+$

Fréquence ν du laser d'analyse balayée

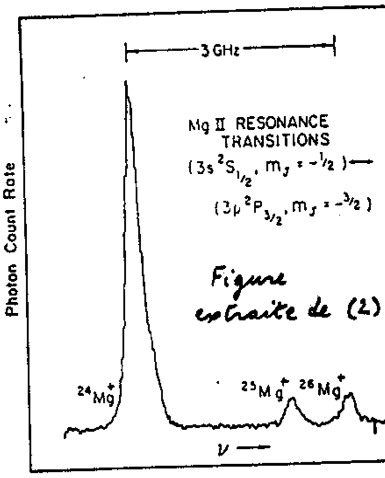


Figure extraite de (2)

$r_0 = 1,6$ cm
$z_0 = 0,63$ cm
$B_0 = 1$ T
$V_0 = 7$ V

Les ions $^{26}Mg^+$ et $^{25}Mg^+$ ne sont pas refroidis directement, mais par collisions avec les ions $^{24}Mg^+$ qui sont refroidis en permanence par le laser 1

Mesure des déplacements isotopiques

(A cause du pompage optique, on ne voit qu'une raie de $^{25}Mg^+$)

Observation d'un ion Mg^+ unique (3

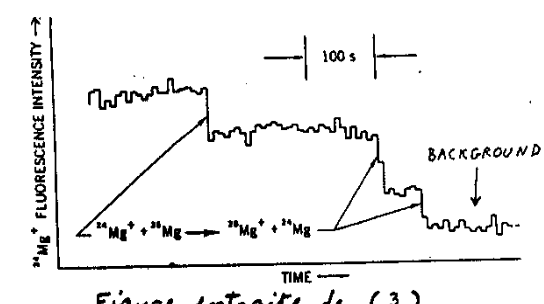


Figure extraite de (3)

Mode opératoire

On fait sortir les ions $^{24}Mg^+$ un par un en introduisant des atomes neutres ^{25}Mg

Les collisions d'échange de charge

$^{24}Mg^+ + ^{25}Mg \rightarrow ^{24}Mg + ^{25}Mg^+$

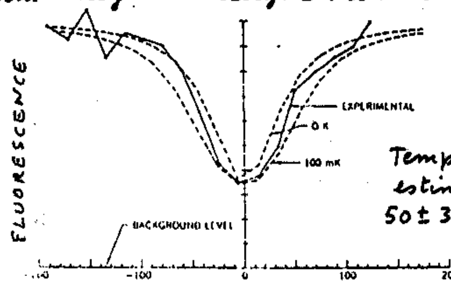
font disparaître les ions $^{24}Mg^+$

(Les ions $^{25}Mg^+$ sont éjectés par excitation de leurs résonances cyclotron ~~et magnétron~~)

Décroissance par paliers de la fluorescence

Mesure de T sur un ion $^{24}Mg^+$ unique (4

Laser de refroidissement 5 μW, angle de 82° avec Oz, décalé de 15 μm du centre pour favoriser les régions où le mouvement magnétron éloigne l'ion du laser



Température estimée 50 ± 30 mK

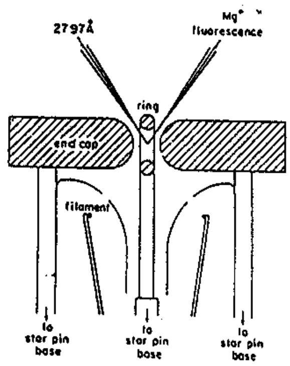
Figure extraite de (3)

Le 1er laser est réglé sur la transition $^2S_{1/2}, M = -1/2 \leftrightarrow {}^2P_{3/2}, M = -3/2$, et pompe les atomes dans le niveau $^2S_{1/2}, M = -1/2$

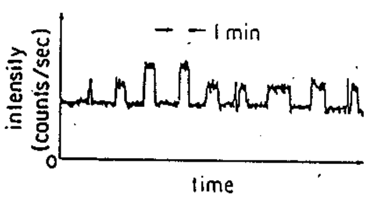
Le 2ème laser excite faiblement la transition $^2S_{1/2}$ $M = -1/2 \leftrightarrow {}^2P_{1/2}, M = -1/2$, et est balayé lentement. On enregistre les modifications qu'il provoque sur la fluorescence du 1er laser

Ions $^{24}Mg^+$ dans un piège de Paul (5

Figures extraites de (4)



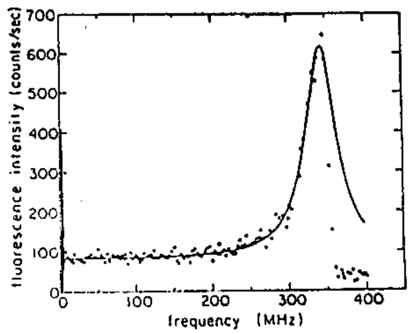
Montage expérimental



Detection de 1 ou 2 ions piégés

Mesure de la température d'un seul ion (6

(Figure extraite de 4)



Un seul laser est utilisé, et balayé par fréquences croissantes. Quand $\nu > \nu_0$, l'ion est chauffé et sort du piège. Seule, la partie $\nu < \nu_0$ du balayage peut être utilisée pour estimer T (~ 10 mK)

Expérience analogue faite à Orsay pour comparer l'efficacité du refroidissement laser dans des pièges de Paul et de Penning (référence 5)

Spectroscopie optique de $^9Be^+$ (7

Intérêt : système à 3 électrons

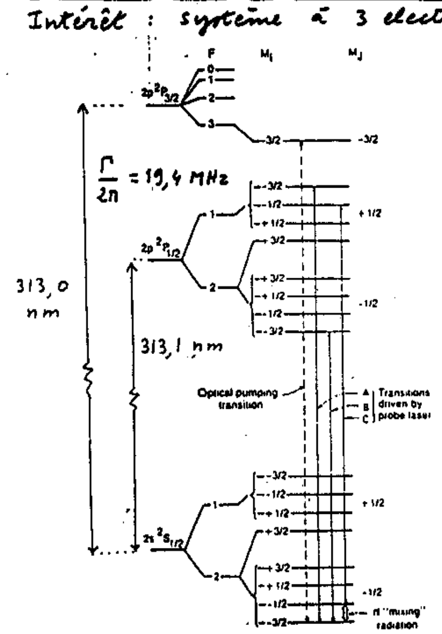


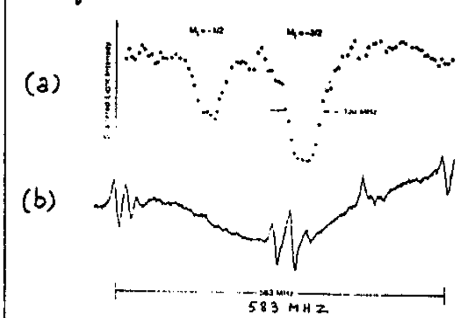
Figure extraite de (6)

Comme pour $^{24}Mg^+$, 2 lasers (doublés en fréquence), l'un pour refroidir, l'autre pour analyser. Le refroidissement permet d'affiner les raies et de résoudre les structures

Exemple de résultats obtenus sur $^9Be^+$ (8

$B_0 \simeq 1.136$ T (Calibré précisément par une résonance de l'état fondamental)

Figure extraite de (6)



(a) Variations de la fluorescence quand le laser d'analyse est balayé autour des fréquences des raies A et C

(b) Signal de calibration de l'iode I_2

Résultats obtenus (à partir de ces résonances)

- Mesure absolue de $\nu(D_1)$ et $\nu(D_2)$
- Ecart de structure fine
- Constante hyperfine $A_{1/2}$ du niveau excité $^2P_{1/2}$.

Spectroscopie microonde ou RF des ions piégés (9

Les problèmes à résoudre

Comme dans toute expérience de spectroscopie de ce type, il faut

① - Préparer le système
c-à-d réaliser des différences de population importantes entre les 2 états de la transition

② Détecter la transition microonde ou RF entre les 2 états

Nécessité d'une détection sensible

Le nombre d'ions est si petit (au maximum 10^6 à 10^7 / cm^3) qu'il est exclu de pouvoir détecter la transition sur la puissance microonde ou RF absorbée ou émise au cours de la transition

Les méthodes utilisées (10

① Collisions avec des faisceaux de particules neutres polarisées

- Permettent de polariser les ions piégés (préparation du système)

Par exemple, les collisions d'échange de spin entre des ions $^3He^+$ piégés et un jet d'atomes de Cesium orientés par pompage optique permettent de transférer l'orientation de Cs à $^3He^+$

- Permettent de détecter les transitions microonde ou RF (detection)

Par exemple, la vitesse de destruction de $^3He^+$ par collisions d'échange de charge avec Cs dépend de l'état de spin de $^3He^+$. La transition microonde change cet état de spin, change donc le nombre d'ions piégés, et par suite le courant induit par le mouvement de ces ions sur les electrodes

Voir références (7), (8)

② Quenching de métastabilité (11

Méthode utilisée pour étudier des transitions microonde dans des niveaux métastables

Exemple de la transition hyperfine $F=0 \leftrightarrow F=1$ de l'état métastable $2s\,^2S_{1/2}$ de $^3He^+$ (voir référence 9)

①- L'excitation de la résonance de Lamb $2s\,(F=1) \leftrightarrow {}^2P_{1/2}\,(F=0,1)$, suivie rapidement de l'emission spontanée d'un photon Ly α, permet de "vider" sélectivement $2s\,(F=1)$ (Phase de préparation)

② Transitions résonnantes entre $2s\,(F=0)$ et $2s\,(F=1)$
(Excitation de la résonance microonde)

③ De nouveau, excitation de la résonance de Lamb $2s\,(F=1)$, ${}^2P_{1/2}\,(F=0,1)$ et detection des photons Lyman α
(Détection du nombre d'ions passés de $2s, F=0$ à $2s, F=1$)

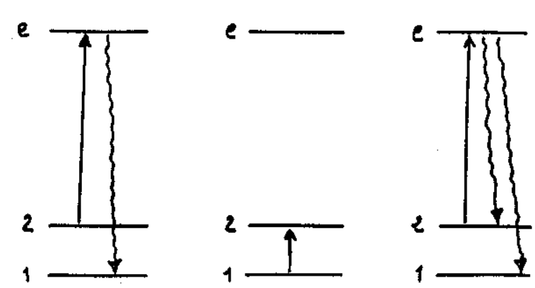
③ Pompage optique et double résonance (12

Principe de la méthode

a) Accumulation des ions dans un sous niveau 1 de l'état fondamental, par pompage optique avec une lumière (de fréquence et de polarisation bien définies)

b) Transition microonde $1 \to 2$

c) Detection optique de la transition par modification de la fluorescence excitée à partir de 2



(a) (b) (c)

Conditions à remplir pour que la méthode soit efficace (13

- Il faut disposer d'une source lumineuse à la bonne longueur d'onde (lampe ordinaire, ou mieux, source laser qui permet en plus de refroidir les ions)
- Le temps de relaxation doit être plus long que le temps de pompage optique (pour que les différences de population soient aussi grandes que possible)
- Chaque transition microonde ou RF doit entraîner un changement ΔN du nombre de photons optiques de fluorescence (on a intérêt à rendre ΔN aussi grand que possible)
- Il faut éviter les niveaux pièges qui font sortir les atomes du circuit (ou alors, il faut recycler les atomes avec une deuxième excitation laser ou microonde)

Relaxation des ions piégés (14

Différences avec les autres méthodes (par exemple, décharge dans une cellule)

- Elimination des collisions avec les parois du récipient
- Il n'est plus nécessaire d'avoir recours à un "gaz tampon" à pression élevée pour protéger l'ion des parois

Les mécanismes essentiels de relaxation (reference 10)

① Collisions ion - neutre

Possibilité d'opérer à des pressions très faibles ($p \lesssim 10^{-10}$ Torr), où le nombre de neutres du gaz résiduel est inférieur à $3\ 10^6/cm^3$

↳ Temps de relaxation très longs (de plusieurs minutes)

Possibilité de descendre encore plus bas en pression avec des méthodes cryogéniques

② Collisions ion - ion (15

Au cours d'une telle collision, chaque ion "voit" un champ électrique produit par l'autre, et dépendant du temps à cause du mouvement relatif

- Ce champ électrique peut induire des transitions dipolaires électriques (par exemple, vibration - rotation d'un ion moléculaire
- Le champ magnétique motionnel, $\vec{B} = -\vec{v} \times \vec{E}/c^2$, associé à ce champ électrique, agit sur les moments magnétiques des ions, et peut induire des transitions dipolaires magnétiques
- Le temps de corrélation de ces perturbations dépendant du temps est de l'ordre de $\tau_c = d/v$

d : distance minimum d'approche entre les 2 ions

v : vitesse relative

Distance minimum d'approche (16

- Ordre de grandeur de d

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} \sim \frac{3}{2} k_B T \leftarrow \text{Température des ions}$$

$$\hookrightarrow \quad \frac{d}{a_0} = \frac{\text{Rydberg}}{k_B T} \qquad a_0 : \text{Rayon de Bohr}$$

Pour des ions refroidis, $d \gg a_0$

(Rydberg ~ 13 eV, $k_B T \sim 10^{-4}$ eV pour $T = 1°$K)

Inefficacité de la relaxation par collisions ion - ion

- Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B} = -\vec{v} \times \vec{E}/c^2$ sont trop faibles ($a_0 \ll d$)
- Quand $T \searrow$, $d \nearrow$ et $v \searrow$, de sorte que $\tau_c = d/v$ devient trop long

Le spectre de Fourier de la perturbation, limité à $1/\tau_c$, ne contient plus de composantes pouvant induire des transitions de fréquence $\Delta\nu$ élevée ($\Delta\nu \gg 1/\tau_c$), par exemple des transitions de vibration rotation d'un ion moléculaire

Conséquences de l'inefficacité de la relaxation par collisions ion-ion (17)

① Raies de résonance très fines, non élargies par collisions

② Couplage très faible entre les degrés de liberté hyperfins, de vibration rotation... et les degrés de liberté de translation

(Si ce couplage était plus fort, il serait possible de détecter, par la méthode bolométrique, le changement de température de translation produit par une résonance microonde ou RF)

③ Difficulté de sortir (par collisions ion-ion) d'un niveau métastable piège (par exemple $^2D_{3/2,5/2}$ pour Ba^+)

Nécessité d'utiliser une autre excitation laser, ou des collisions avec un gaz neutre (d et τ_c sont beaucoup plus petits) qui "quenche" la métastabilité [voir par exemple réf. (11)]

Pompage optique d'ions piégés (18)

Caractéristiques originales

① Si les ions sont refroidis, la largeur Doppler est plus petite que la largeur naturelle. La section efficace d'absorption est très grande pour un rayonnement monochromatique (beaucoup plus grande que dans une vapeur ou une décharge)

② Comme le temps de relaxation est très long, possibilité de pompage quasi-total même si le rayonnement incident n'est pas résonnant (même si le temps de pompage est de plusieurs secondes, il reste très court devant le temps de relaxation)

③ Le passage de l'ion d'un sous niveau à l'autre de l'état fondamental peut faire varier de manière spectaculaire le nombre de photons de fluorescence

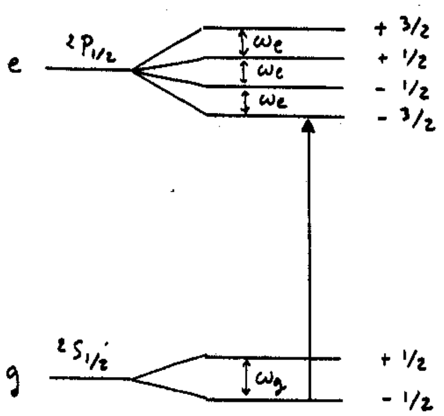
↳ Détection optique très efficace

(References (10) et (12))

Etude d'un exemple concret [ref. 12]

Transition $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ de $^{24}Mg^+$ (19)

Laser perpendiculaire au champ magnétique statique $\vec{B_0}$. Polarisation σ



ω_g, ω_e : Effet Zeeman dans g, e

$\omega_g, \omega_e \gg \Gamma$

Frequence du laser accordée sur la fréquence de la transition

$g,-1/2 \leftrightarrow e,-1/2$

Mécanisme du pompage (20)

Ion initialement dans $g,-1/2$

- Le laser σ excite de manière résonnante la transition vers $e,-3/2$. Mais l'atome ne peut ensuite retomber que dans le même sous niveau $g,-1/2$
- Excitation non résonnante de la transition $g,-1/2 \leftrightarrow e,+1/2$ (désaccord $2\omega_e$) L'atome peut retomber dans $g,+1/2$

Ion initialement dans $g,+1/2$

- La seule transition efficace pour pomper est $g,+1/2 \longleftrightarrow e,-1/2$ (désaccord $\omega_g - \omega_e$). L'atome peut retomber dans $g,-1/2$

Comme $\frac{\omega_g - \omega_e}{2\omega_e} = \frac{1}{4}$, la vitesse de pompage $g,+1/2 \to g,-1/2$ (via $e,-1/2$) est 16 fois plus grande que la vitesse de pompage $g,-1/2 \to g,+1/2$ (via $e,+1/2$)

Propriétés intéressantes (21

① Le pompage est très lent puisqu'il est non résonnant ($2\omega_e = 36{,}6$ GHz, $\omega_g - \omega_e = 9{,}15$ GHz si $B_0 = 1$ T), mais très efficace puisque 16/17 des atomes sont pompés dans $g, -1/2$ (si $T_{rel} \gg T_{pomp}$)

② Les atomes sont pompés dans le niveau qui absorbe et réémet le plus de photons (sur la transition résonnante $g, -1/2 \rightarrow e, -3/2$)

$\Gamma/2$ photons de fluorescence par unité de temps à saturation

③ Si l'ion passe de $g, -1/2$ à $g, +1/2$ par absorption d'un photon microonde, il met ensuite un temps, $T_{pompage}$, pour retourner de $g, +1/2$ à $g, -1/2$.

Pendant ce temps, l'ion cesse d'émettre $\Gamma/2$ photons par seconde sur la transition $g, -1/2 \rightarrow e, -3/2$

Efficacité de la détection (22

- L'absorption d'un photon microonde entraîne l'absence d'environ

$$\Delta N \sim \frac{\Gamma}{2} T_{pompage}$$

photons optiques de fluorescence

- Non seulement chaque photon optique transporte une énergie beaucoup plus grande que le photon microonde, mais on observe l'absence de ΔN photons optiques

Rendement énergétique de la détection

$$\rho = \frac{h\nu_{optique}}{h\nu_{microonde}} \times \Delta N$$

ρ peut atteindre 10^{12} !

- L'intérêt d'avoir $T_{pompage}$ long, tout en saturant la transition $g, -1/2 \rightarrow e, -3/2$ apparaît clairement

ΔN peut atteindre 10^6

ΔN compense largement les pertes à la détection des photons de fluorescence (angle solide, rendement quantique ...)

Comparaison avec un pompage plus traditionnel (de type "dépopulation") (23

Le plus souvent, le pompage vide rapidement (temps de l'ordre de Γ^{-1} à saturation) le sous niveau de l'état fondamental d'où part la transition résonnante avec le laser

1er inconvénient

La fluorescence diminue considérablement, et donc aussi le refroidissement radiatif

2ème inconvénient

L'absorption (ou l'émission) d'un photon microonde remet l'atome dans le niveau absorbant, mais il en repart très vite, de sorte que

$$\Delta N \sim \Gamma T_p \sim 1$$

Expériences sur $^3He^+$ (24

- Réalisées il y a environ 20 ans (voir références (7) et (8))

Ont ouvert la voie et montré l'intérêt de l'étude des ions piégés

Ont permis de déterminer la structure hyperfine de l'état fondamental $1s\ ^2S_{1/2}$

$$\Delta\nu(1s, {}^2S_{1/2}) = 8665649867 \text{ Hz} \pm 10 \text{ Hz}$$

- Des expériences ultérieures ont permis de mesurer la même structure dans l'état métastable 2s (voir référence (9))

$$\Delta\nu(2s, {}^2S_{1/2}) = 1083{,}354969\ (\pm 30) \text{ MHz}$$

Intérêt d'une telle mesure

La quantité $8\Delta\nu_2 - \Delta\nu_1$ est très peu sensible aux corrections liées à la structure nucléaire, tout en restant plus sensible aux corrections électrodynamiques

Expériences sur $^{199}Hg^+$ (25

Intérêt de cet ion

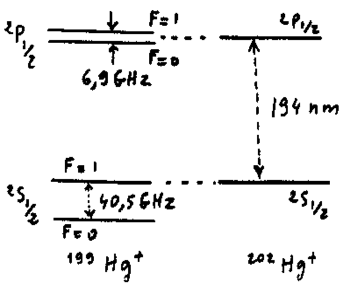
① - Très grande structure hyperfine de l'état fondamental (40,5 GHz)
↳ Transition de $Q = \frac{\nu}{\Delta\nu}$ élevé

② - Masse élevée. Pour une température donnée, l'effet Doppler du 2ème ordre varie comme 1/M

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim \frac{v^2}{c^2} \sim \frac{Mv^2}{Mc^2} \sim \frac{k_B T}{Mc^2}$$

Même sans refroidissement laser, pour $k_B T \sim 1\,eV$, $\Delta\nu/\nu \sim 5\ 10^{-12}$

③ Coïncidence accidentelle de la raie de $^{202}Hg^+$ avec une composante hyperfine de $^{199}Hg^+$



Possibilité de pompage optique avec une lampe ordinaire

Résultats obtenus (26

- Obtention de résonances hyperfines avec des largeurs de l'ordre du Hertz
- Observation de bandes latérales sur la transition hyperfine, dues au mouvement de l'ion
- Réalisation de standards de fréquence, de performances comparable à celles du standard à Cs

Voir références (13) à (16)

Propositions sur $^{201}Hg^+$

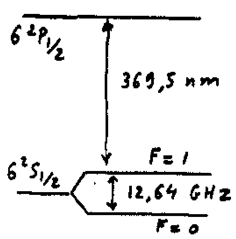
- Piège de Penning et utilisation d'une transition indépendante du champ magnétique B_0 au 1er ordre
- Utilisation d'une source laser pour pomper et refroidir

Espoir d'arriver ainsi à une stabilité de fréquence de 10^{-15} sur 1 sec (Voir référence (17))

Expériences sur $^{171}Yb^+$ (27

(Voir références (19) et (20))

Niveaux d'énergie



- Pompage optique par un laser à colorant en impulsions
- Détection par double résonance

Résolution des 2 composantes hyperfines de la raie optique

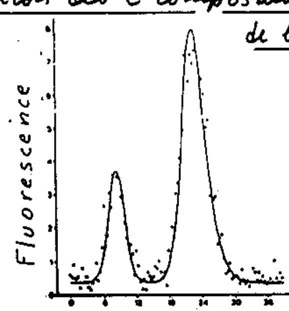
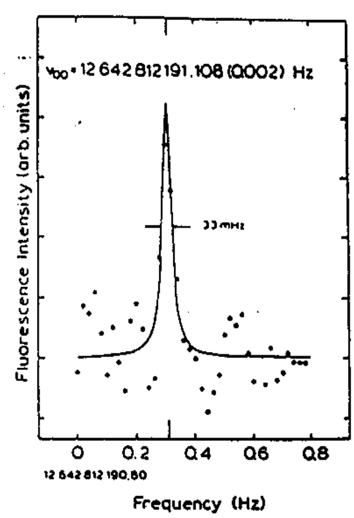


Figure extraite de (19)

Exemple de résonance hyperfine très étroite obtenue par la méthode de double résonance (28

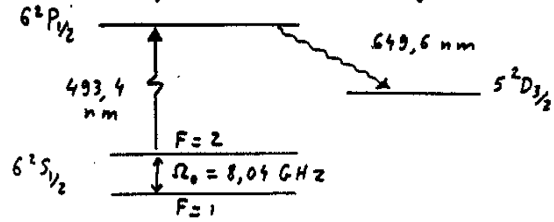
Figure extraite de (19)



$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} \sim 3{,}8\ 10^{11}$$

Expériences sur $^{137}Ba^+$ et $^{135}Ba^+$ (29

(Référence (20)) Piège de Paul



Pompage optique sur 493,4 nm par un laser à colorant en impulsion

Résonance microonde à $\Omega_0 = 8,04$ GHz

Detection de la fluorescence à 649,6 nm

Probabilité de transition F = 1 → F = 2 dans l'intervalle T entre 2 impulsions laser en fonction de la frequence Ω de la microonde

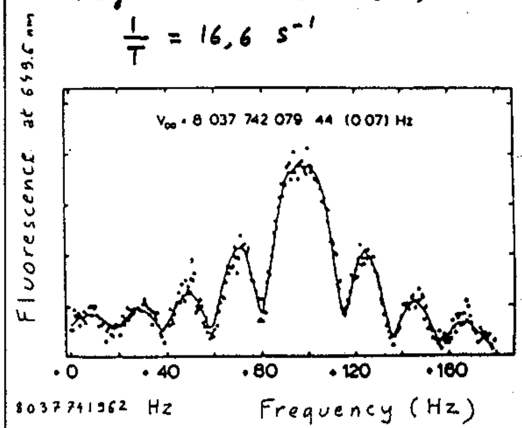
$$P = \frac{\Omega_1^2}{(\Omega-\Omega_0)^2+\Omega_1^2} \sin^2\left[\frac{T}{2}\sqrt{(\Omega-\Omega_0)^2+\Omega_1^2}\right]$$

Ω_1 : Fréquence de Rabi microonde

Exemple de résultats obtenus sur $^{137}Ba^+$ (30

Figure extraite de (20)

$\frac{1}{T} = 16,6\ s^{-1}$



Courbe en traits pleins calculée à partir de la formule de Rabi (généralisé pour tenir compte des ions subissant l'action de la microonde pendant 2T, 3T, 4T, 5T)

$\Omega_0(^{137}Ba^+) = 8\,037\,741\,667,69\ (0,37)$ Hz

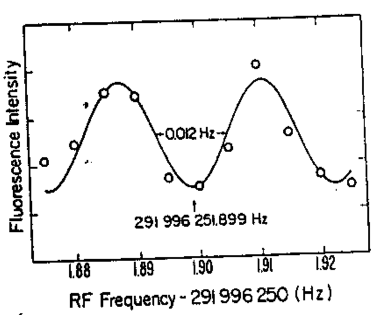
Etude analogue sur $^{135}Ba^+$

$\Omega_0(^{135}Ba^+) = 7\,183\,340\,234,35\ (0,57)$ Hz

Experiences sur $^{25}Mg^+$ (31

Figure extraite de (21). Voir aussi Itano, Wineland Phys. Rev. A24, 1364 (1981)

Resonance hyperfine d'ions $^{25}Mg^+$ (I = 5/2) dans un piège de Penning



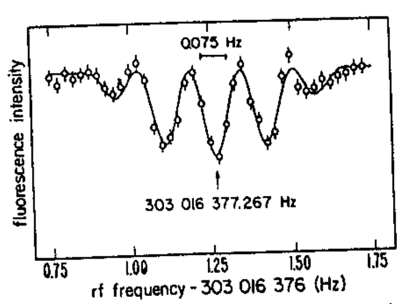
Transition entre $M_I = -3/2$, $M_J = 1/2$ et $M_I = -1/2$, $M_J = 1/2$ dont la frequence est indépendante du champ magnétique B_0 au 1er ordre en B_0 si $B_0 = 1,24$ T

Franges de Ramsey temporelles obtenues en appliquant 2 impulsions RF de 1,02 sec séparées par 41,4 sec

Experience analogue sur $^9Be^+$ (32

Figure extraite de (21). Voir aussi Wineland, Itano, Bergquist, Bollinger, Prestage in Atomic Physics 9 (Van Dyck and Fortson eds) World Scientific 1985 p. 3

Franges de Ramsey obtenues avec 2 impulsions RF de 2 sec separées par 4 sec



2 transitions ont une fréquence indépendante de B_0 au 1er ordre en B_0

$M_I = 3/2, M_J = -1/2 \leftrightarrow M_I = 1/2, M_J = -1/2$ $\quad B_0 = 0,68$ T

$M_I = -3/2, M_J = 1/2 \leftrightarrow M_I = -1/2, M_J = 1/2$ $\quad B_0 = 0,82$ T

Mesure de B_0 par observation de la résonance cyclotron sur des electrons

↳ $A = -625\,008\,837,048\ (4)$ Hz

$g_I/g_J = 2,134\,779\,853\ (1)\ 10^{-4}$

03.12.85

Standards de fréquence à ions piégés
Performances - Applications - Perspectives

Performances

Précision - Exactitude (T1 à T2)
Etude des diverses causes de déplacements
- Effet Doppler du 2ème ordre (T3)
- Champs électriques (T4 à T8)
- Champ magnétique statique (T9)
- Rayonnement du corps noir (T10 à T11)
- Déplacements lumineux - Collisions avec des neutres (T12)
- Rotation de la terre (T13)

Réalisation d'un standard à ions $^9Be^+$ refroidis par laser (T14 à T17)

Application à la recherche d'une anisotropie éventuelle de l'espace

Le modèle de Cocconi et Salpeter (T18 à T19)
Les expériences de Hughes - Drever (T20)
Autres modèles plus récents (T21)
Experience récente du groupe de NBS Boulder (T22 à T24)

Projet de standard "mono-ion" utilisant les ions du groupe III A (T25 à T28)

Références

(1) . D.J. Wineland in Precision Measurement and Fundamental Constant II (Taylor and Phillips, Eds) NBS Special publication 617, p. 83 (1984)
(2) D.J. Wineland, J.C. Bergquist, W.M. Itano, J.J. Bollinger, J.D Prestage Symposium A. Kastler 1985 Annales de Physique à paraître
(3) H.G. Dehmelt IEEE Trans. Instrum. Meas. IM 31, 83 (1982)
(4) H.G. Dehmelt J. de Physique 42, C-8.299 (1981)
(5) W.M. Itano, L.L. Lewis, D.J. Wineland, Phys. Rev A25, 1233 (1982)
(6) L. Hollberg, J. Hall, Phys. Rev. Lett. 53, 230 (1984)
(7) J.J. Bollinger, J.D. Prestage, W.M. Itano, D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 54, 1000 (1985)
(8) G. Cocconi, E. Salpeter, Nuovo Cimento 10, 646 (1958)
Mêmes auteurs, Phys. Rev. Lett. 4, 176 (1960)
(9) V.W. Hughes, H.G. Robinson, V. Beltran-Lopez, Phys. Rev. Lett. 4, 342 (1960)
(10) S.A. Lewis, W.L. Williams, V.W. Hughes, Bull. Am. Phys. Soc. 11, 121 (1966)
(11) R.W.P. Drever, Philos. Mag. 6, 683 (1961)
(12) J.D. Prestage, J.J. Bollinger, W.M. Itano, D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 54, 2387 (1985)
(13) H.G. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 18, 1521 (1973) et 20, 60 (1975)
(14) D.J. Wineland, H.G. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975)
(15) R.J. Cook, H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett. 54, 1023 (1985)

Standards de fréquence (1

Performances caractérisées par

① Précision de la mesure

Determinée par le facteur de surtension, $Q = \nu/\Delta\nu$, de la résonance et le rapport Signal / Bruit

Résolution : $\dfrac{1}{Q\,\frac{S}{B}}$

Pour les ions piégés, relaxation très faible (voir cours précédent) $\Delta\nu$ est le plus souvent déterminée par le temps de mesure. On a donc intérêt à choisir ν aussi élevée que possible

Noter cependant que la réalisation d'une horloge nécessite de pouvoir compter les périodes, ce qui est plus facile dans le domaine microonde que dans le domaine optique

② Exactitude (2

Le standard de fréquence est d'autant plus exact que les déplacements de fréquence de la raie étudiée sont plus faibles et mieux contrôlables.

Il est important d'éliminer les effets systématiques qui, s'ils ne sont pas controlés, déteriorent la reproductibilité

Origine physique des déplacements

- Effet Doppler
- Champs électriques (du piège et des autres ions
- Champs magnétiques
- Rayonnement du corps noir
- Déplacements lumineux
- Rotation de la terre
- Gaz neutre résiduel

Références (1) à (4)

Effet Doppler du 2ème ordre (3

(Effet Doppler du 1er ordre supprimé par le confinement. Effet Lamb-Dicke)

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu} \sim \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} = \frac{Mv^2/2}{Mc^2} \simeq \frac{k_B T}{Mc^2}$$

Avec un refroidissement laser, $k_B T \sim \hbar\Gamma$ (si $\Omega_v \ll \Gamma$)

$$\hookrightarrow \quad \frac{\Delta\nu_D}{\nu} \sim \frac{\hbar\Gamma}{Mc^2}$$

Pour $M = 100$ u.a., $\dfrac{\Gamma}{2\pi} = 10\ \text{MHz}$,

$\dfrac{\Delta\nu_D}{\nu} \sim 5\ 10^{-19}$ Négligeable

Problème : Pour éliminer les déplacements lumineux produits par le laser de refroidissement, il faut l'arrêter pendant les périodes de mesure. La remontée de température ne doit pas être trop grande pendant ces périodes.

Champs électriques (4

Effet Stark du 1er ordre

Proportionnel à $\langle E\rangle$ s'il existe

Mais $\langle E\rangle$ est nul car, s'il ne l'était pas, l'ion ne serait pas piégé

Effet Stark du 2ème ordre

- Proportionnel à $\langle E^2\rangle$

Partie scalaire (déplacement global du niveau) et partie tensorielle (levée de dégénerescence Zeeman)

- Origine physique du déplacement Stark d'une structure hyperfine

Déformation de la fonction d'onde du niveau atomique par le champ électrique, ce qui change $|\psi(\vec{0})|^2$, et donc aussi l'importance du terme de contact

Ordre de grandeur des déplacements Stark (5)

- Déplacement de fréquence hyperfine : Exemple de Cs (atome très polarisable)

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim -2{,}15 \; 10^{-16} \langle E^2 \rangle$$

E en volt/cm

- Autre exemple : déplacement du niveau $^2D_{5/2}$ dans Hg^+ ou Ba^+

$$h\,\Delta\nu \sim \frac{q^2 a_0^2 \langle E^2\rangle}{E(^2D_{5/2}) - E(^2P_{3/2})}$$

$(\Delta\nu)$ en Hz $\sim 10^{-3} \langle E^2\rangle$ E en V/cm

Il faut donc calculer un ordre de grandeur du $\langle E^2\rangle$ "vu" par un ion dans le piège et provenant, soit du piège, soit des autres ions.

Ordre de grandeur de $\langle E^2 \rangle$ (6

(pour un ion confiné dans un piège de Paul)

Energie du mouvement lent de l'ordre de l'énergie cinétique du mouvement de vibration rapide.

$$\hookrightarrow \quad \frac{1}{2}\frac{q^2\langle E^2\rangle}{m\Omega^2} \sim \frac{1}{2} k_B T$$

$$\hookrightarrow \quad \langle E^2\rangle \sim \frac{k_B T\, m\,\Omega^2}{q^2}$$

Si $\Omega/2\pi = 1$ MHz , $m = 100$ u.a.

$\langle E^2\rangle = 210\ (V/cm)^2$ si $T = 300$ K

$\langle E^2\rangle = 10^{-4}\ (V/cm)^2$ si $k_B T = \hbar\Gamma$

(refroidissement laser avec $\frac{\Gamma}{2\pi} = 10$ MHz)

L'ion refroidi est de plus en plus confiné au voisinage du centre du piège où E est nul

Champ électrique produit par les autres ions (7)

Moyenne du $\langle E^2\rangle$ produit par un ion sur l'autre quand la distance r entre les 2 ions varie entre 2 sphères, l'une correspondant à la distance minimum d'approche d_0

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} \sim k_B T$$

l'autre à la distance moyenne entre ions

$T = 300$ K $\qquad n = 10^8/cm^3$

$\hookrightarrow \quad \langle E^2\rangle \sim 3\ (V/cm)^2$

Possibilité d'éliminer cet effet en travaillant sur un ion unique

Couplages quadrupolaires (8

Interaction entre le moment quadrupolaire d'une couche électronique non sphérique (par exemple, états D de Hg^+ ou Ba^+) et le gradient du champ électrique produit par le piège ou les autres ions

- Ion unique dans un piège de Paul. Le couplage quadrupolaire instantané peut atteindre 10 kHz, mais il a une moyenne temporelle nulle (car le gradient de E est oscillant)
- Dans un piège de Penning, le gradient de E est statique, mais en général moins élevé ($\Delta\nu \sim 10$ Hz)
- 2 ions à une distance de 5 μm. Couplage quadrupolaire de l'ordre de 200 Hz

Champ magnétique statique (9

Piège de Paul

Possibilité de blinder le champ magnétique. Etude de transition en champ nul (comme $m_F = 0 \leftrightarrow m_{F'} = 0$)

Piège de Penning

La présence du champ $\vec{B}_0$ est indispensable

A cause des inhomogénéités spatiales et temporelles de $\vec{B}_0$, il vaut mieux utiliser des transitions dont la fréquence est indépendante de B_0 au 1er ordre en B_0 au voisinage d'une certaine valeur de B_0

Effet résiduel en $(\delta B)^2$. Pour la transition de $^9Be^+$ étudiée plus loin,

$$\frac{\delta\nu}{\nu} \sim -0.017 \left(\frac{\delta B_0}{B_0}\right)^2$$

Si $\frac{\delta B_0}{B_0} = 10^{-6}$, $\frac{\delta\nu}{\nu} \sim 2\ 10^{-14}$

Rayonnement du corps noir (10

Toujours présent si $T \neq 0°K$.

$$\langle E^2 \rangle = (8{,}319\ V/cm)^2 (T(K)/300)^4$$

$$\langle B^2 \rangle = (2{,}775\ 10^{-6}\ T)^2 (T(K)/300)^4$$

Voir référence (5)

Premier type d'effet

"a.c Zeeman shift"

Couplage des moments magnétiques de l'atome avec un champ magnétique oscillant.

Cas simple où la fréquence du champ oscillant est grande devant la fréquence des transitions dipolaires magnétiques

Pour la structure hyperfine d'un état fondamental $^2S_{1/2}$, le calcul donne [référence (5)]

$$\frac{\delta\nu_{hyperfine}}{\nu_{hyperfine}} \sim -1{,}3\ 10^{-17} (T(K)/300)^2$$

Deuxième type d'effet (11

"a.c Stark effect"

Mécanisme différent suivant que la fréquence ω du champ E est inférieure ou supérieure aux fréquences ω_0 des transitions dipolaires electriques

- Si $\omega \ll \omega_0$, effet Stark habituel proportionnel à $E^2 \overline{\cos^2\omega t} = E^2/2$
- Si $\omega \gg \omega_0$, vibration rapide de l'électron dans le champ $E \cos\omega t$, superposée au mouvement lent à ω_0

Pour l'état fondamental de Cs, on est dans le cas $\omega \ll \omega_0$

$$\frac{\delta\nu_{hyperfine}}{\nu_{hyperfine}} = -1{,}69\ 10^{-14} (T(K)/300)^4$$

Observation récente de l'effet du rayonnement du corps noir sur un état de Rydberg (référence (6))

Déplacements lumineux (12

Produits par le laser de refroidissement. Peuvent être très importants (de l'ordre de Γ ou plus). Il faut arrêter le laser pendant la mesure.

Collisions avec un gaz neutre résiduel

Les déplacements de la fréquence hyperfine de $^{137}Ba^+$ et $^{199}Hg^+$ dus à des collisions avec He ont été mesurés et sont de l'ordre de

$$\frac{\delta\nu}{\nu} \sim 5\ 10^{-11}\ P_{He}\ (\text{Pascal})$$

A des pressions de 10^{-8} Pa, ces déplacements sont complètement négligeables

Rotation de la terre (13

Si la transition étudiée est une transition $\Delta m_F = \pm 1$, le champ de radiofréquence qui induit cette transition est un champ tournant

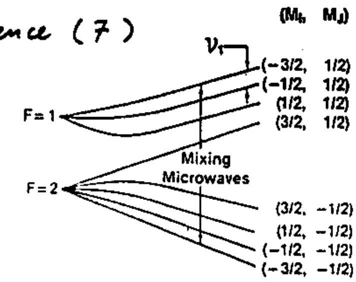
Les bobines qui créent le champ statique et le champ RF tournent à la fréquence de rotation de la terre, $f_R = 1{,}16\ 10^{-5}$ Hz. Le passage dans ce référentiel tournant introduit une correction de fréquence $f_R \cos\beta$ (β : angle entre le champ $\vec{B}_0$ et l'axe de rotation de la terre)

Pour l'expérience sur $^9Be^+$ décrite plus loin, $\nu \simeq 303$ MHz et

$$\frac{f_R}{\nu} = \frac{1{,}16\ 10^{-5}}{3{,}03\ 10^{8}} = 3{,}8\ 10^{-14}$$

Réalisation d'un standard à ions $^9Be^+$ refroidis par laser (14

Référence (7)



Refroidissement sur la transition $^2S_{1/2}$ $M_I=-3/2$, $M_J=-1/2 \leftrightarrow {}^2P_{3/2}$ $M_I=-3/2$, $M_J=-3/2$

Pompage dans le niveau $^2S_{1/2}$ $-3/2, -1/2$

Fluorescence L_F importante

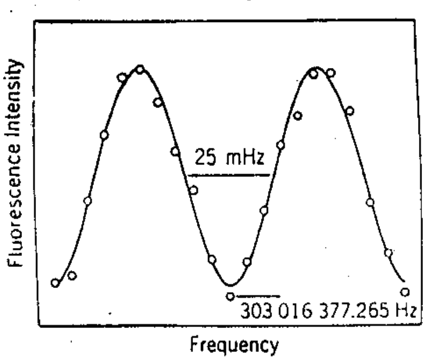
Triple résonance optique, microonde, RF

- Microonde à 23,914 GHz
  $-3/2, -1/2 \rightarrow -3/2, +1/2$ $\quad L_F$ diminue
- RF à la fréquence $\nu_1 = 303$ MHz
  $-3/2, +1/2 \rightarrow -1/2, +1/2$

Fréquence indépendante de B_0 au 1er ordre. L_F diminue encore

Exemple de résultats expérimentaux (15

Figure extraite de (7)



Franges de Ramsey temporelles observées avec 2 impulsions RF de 0,5 sec séparées par 19 sec

Le laser et la microonde sont arrêtés pendant le temps de la mesure

Résultat obtenu pour ν_1

$\nu_1 = 303\ 016\ 377{,}265\ 070\ (57)$ Hz

Réchauffement des ions pendant l'arrêt du laser (16

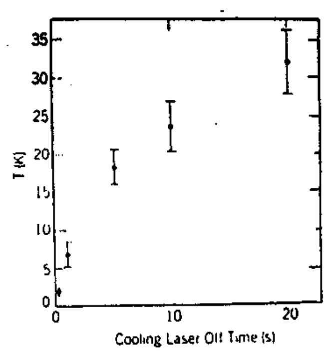


Figure extraite de (7)

Contribution la plus importante à l'erreur systématique

Suggestion d'utiliser un mélange de 2 ions, $^9Be^+$ et $^{24}Mg^+$, le refroidissement étant effectué en permanence sur $^{24}Mg^+$ et transféré par interaction de Coulomb à $^9Be^+$ (En plus, possibilité de séparation spatiale centrifuge des 2 ions)

Estimation des erreurs systématiques

(17)

TABLE I. Estimated systematic errors. The size of the effect is the fraction of the transition frequency ν_1.

Systematic effect	Size of effect
Second-order Doppler	$-38(9)\times 10^{-14}$
Magnetic field fluctuations	$-1.3(^{+1.3}_{-1.3})\times 10^{-14}$
Rotation of Earth	$-1.8(0.2)\times 10^{-14}$
Microwave leakage	$\leq 1\times 10^{-14}$
Background slopes	$\leq 5\times 10^{-15}$
Servo offsets	$\leq 5\times 10^{-15}$
Blackbody radiation shift	$-3(3)\times 10^{-16}$
Coherence between cycles	$< 1\times 10^{-15}$
Background gas collisions	$< 1\times 10^{-15}$
Stark shifts	$< 1\times 10^{-15}$
First-order Doppler	$< 1\times 10^{-15}$
ac Zeeman shifts	$< 1\times 10^{-15}$
Total systematic offset	$-41.1(9.4)\times 10^{-14}$

Tableau extrait de (7)

Le modèle de Cocconi et Salpeter

(18)

- D'après le principe de Mach, la masse inerte d'un corps en un point serait déterminée par la distribution de matière dans l'univers.
- Comme cette distribution est non uniforme et non isotrope, une conséquence du principe de Mach pourrait être que la masse inerte d'un corps dépend de la direction de l'accélération : la masse inerte serait un tenseur et non un scalaire
- Modèle simple où la direction privilégiée est l'axe joignant la terre au centre de la galaxie. Décomposition du tenseur en une partie scalaire et une partie tensorielle, de trace nulle, symétrique autour de l'axe précédent (référence (8))

Comment tester ce modèle ?

(19)

- Comparaison des énergies de 2 états d'un electron ou d'un nucléon, qui diffèrent par l'orientation moyenne de l'accélération de la particule

  Par exemple, les états $m_\ell = 0$ et $m_\ell = \pm \ell$ d'un niveau de moment cinétique orbital ℓ n'ont pas la même accélération vis à vis de l'axe de quantification
- D'après le modèle de Cocconi-Salpeter, le déplacement δE d'un niveau, dû à l'anisotropie $\frac{\delta m}{m}$ de l'inertie, serait

$$\delta E \sim \frac{\delta m}{m}\, \overline{T}\ \overline{P_2(\cos\theta)}$$

$\overline{T}$: énergie cinétique moyenne de la particule dans l'état étudié

θ : angle entre l'axe terre - centre de la galaxie et l'axe de quantification

P_2 : polynôme de Legendre d'ordre 2

Les expériences de Hughes et Drever

(20)

Expériences de RMN sur des noyaux de Li^7

Voir références (9) à (11)

Explications de ce choix

- L'énergie cinétique moyenne $\overline{T}$ est plus élevée pour les nucléons d'un noyau que pour les electrons d'un atome ($\overline{T} \sim 10$ MeV)
- Raies RMN très fines (beaucoup plus fines que les raies Mossbauer proposées par Cocconi et Salpeter)
- Spin nucléaire $I = 3/2$

Recherche d'un déplacement différent des niveaux $|m_I| = 1/2$ et $|m_I| = 3/2$, variant au cours de la journée (en même temps que l'angle entre $\vec{B}_0$ et l'axe terre - centre de la galaxie)

Résultats Pas de variation détectable

↳ Borne supérieure pour $\delta m/m$

$$\frac{\delta m}{m} \leq 5\ 10^{-23}$$

Autres modèles plus récents (21

(cités dans la référence (12))

- Couplage direct entre le spin d'un nucléon et le champ de gravitation
  ↳ Interaction en $I_z\, P_1(\cos\theta)$
  θ : angle entre le champ $\vec{B}_0$ et l'axe joignant le nucléon à la source du champ de gravitation
- Couplage quadrupolaire entre la vitesse d'un nucléon (dans le référentiel du labo) et la vitesse de la terre par rapport à un référentiel privilégié (celui du rayonnement à 3°K)
  ↳ Interaction en $Q\, P_2(\cos\theta)$
  Q : moment quadrupolaire du noyau

Tous ces modèles, comme celui de Cocconi Salpeter, violent le principe d'équivalence d'Einstein

Principe de l'expérience récente du groupe de NBS Boulder (22

Référence (12)

- Comparer en permanence la fréquence de l'étalon à $^9Be^+$ decrit plus haut à celle d'un maser à hydrogène
- Pour le maser à hydrogène, tous les modèles précédents donnent une correction nulle car, comme $I = S = 1/2$, tous les quadrupoles sont nuls. De plus, $\langle \vec{I} \rangle$ et $\langle \vec{S} \rangle$ sont nuls dans les 2 états $F=1, m_F=0$ et $F=0, m_F=0$

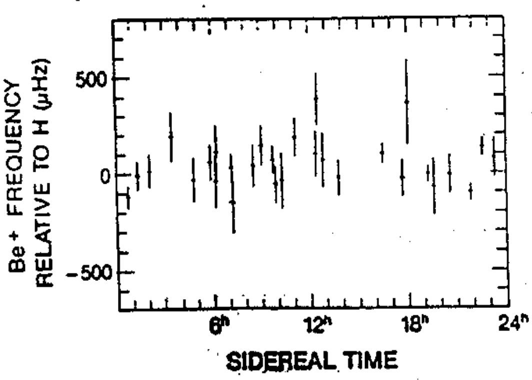
Par contre, pour $^9Be^+$, $I = 3/2$

- Recherche d'une variation, au cours de la journée, de la fréquence de l'étalon.

Variation en $P_1(\cos\theta)$, $P_2(\cos\theta)$, $P_3(\cos\theta)$, θ étant défini vis a vis de plusieurs directions privilégiées possibles

Résultats obtenus (23

Figure extraite de (12)



Plusieurs directions privilégiées envisagées : soleil, centre de la galaxie, superamas de la vierge

Plusieurs vitesses de déplacement : par rapport au soleil, au rayonnement à 3°K

Aucune variation significative observée en $P_K(\cos\theta)$ $(K = 1, 2, 3)$

Gain de 2 ordres de grandeur par rapport aux expériences de Hughes, Drever

Conclusion (24

Confirmation du principe d'équivalence d'Einstein d'après lequel

- tous les corps "tombent" avec la même accélération dans un champ de gravitation
- toute expérience non gravitationnelle locale est indépendante de la vitesse et de l'orientation du laboratoire en "chute libre", indépendante du lieu et du temps de l'expérience dans l'univers

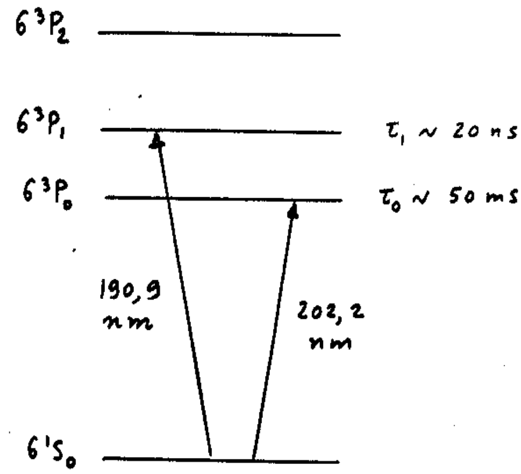
En particulier, le rapport entre les fréquences de 2 étalons atomiques très proches l'un de l'autre est indépendant de la vitesse et de l'orientation du laboratoire en "chute libre" où ces 2 étalons se trouvent

Projets de standards monoions utilisant les ions du groupe III A (25

B, Al, Ga, In, Tl

Voir références (3), (4), (13), (14)

Exemple de $^{205}Tl^+$ (Niveaux analogues à ceux de Hg neutre)



Avantages de l'ion Tl^+ (26

① Coexistence de 2 transitions

- l'une, intense, à 190,9 nm, permettant de refroidir l'ion
- l'autre, très faible, à 202,2 nm, servant d'étalon. Transition de facteur de surtension très grand

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} \simeq 5\ 10^{14}$$

② Possibilité de détection très sensible

L'absorption d'un photon à 202,2 nm met l'ion (unique) sur "l'étagère" 6^3P_0

Pendant le temps de vie (50 ms) de $^3P_0$, la fluorescence intense à 190,9 nm est arrêté. La transition $6^1S_0 - 6^3P_0$ est detecté par l'absence de

$$\frac{\tau_0}{2\tau_1} = \frac{50\ 10^{-3}}{40\ 10^{-9}} \sim 10^6 \text{ photons à } 190,9 \text{ nm}$$

③ La transition fine est entre 2 niveaux $J = 0$ (27

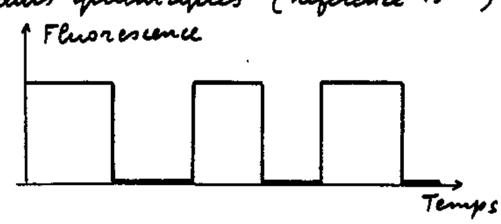
- Pas de moment quadrupolaire
- Pas de magnétisme électronique, et donc sensibilité beaucoup moins grande au champ magnétique

(En fait, le moment magnétique nucléaire est plus grand dans 6^3P_0 que dans 6^1S_0, à cause de la contamination de 6^3P_0 par 6^3P_1 via l'interaction hyperfine, et les raies $\Delta m_I = 0$ dépendent du champ)

Finalement, compte tenu des estimations données plus haut des diverses causes de déplacement, il ne semble pas exclu d'abaisser les effets systématiques au niveau de 10^{-18}.

Autre intérêt physique d'un tel système (28

Possibilité d'observation directe de sauts quantiques (référence 15)



Le passage de l'ion de 6^1S_0 à 6^3P_0 arrête brusquement la fluorescence à 190,9 nm. Cette dernière réapparait brusquement lors du retour de l'ion dans 6^1S_0

Grand intérêt actuel pour ce problème. Plusieurs calculs basés sur l'étude des fonctions de corrélation du champ.

Quelques autres domaines d'application des ions piégés

1 - Etude des ions négatifs

- Intérêt des ions négatifs. Méthodes les plus utilisées (T1 à T2)
- Photodétachement dans un piège de Penning (T3 à T5)
- Spectroscopie à très haute résolution d'ions négatifs piégés (T6 à T8)

2 - Spectroscopie de masse

- Intérêt. Mesures antérieures (T9)
- Mesure directe dans un piège de Penning, par comparaison des fréquences cyclotron d'électrons et de protons (T10 à T16)
- Détection laser de la résonance cyclotron d'ions piégés (T17 à T19)
- Autres applications possibles (T20)

3 - Applications en physique des plasmas

- Plasmas à une composante, fortement couplés (T21 à T22)
- Plasmas non neutres confinés magnétiquement. Equivalence avec un plasma à une composante (T23 à T29)
- Expérience realisée sur des ions $^9Be^+$ piégés et refroidis par laser (T30 à T32)

Références

(1). W.C. Lineberger, B.W. Woodward, Phys. Rev. Lett. 25, 424 (1970)
(2) W.A. Blumberg, R.M. Jopson, D.J. Larson, Phys. Rev. Lett. 40, 1320 (1978)
(3) W.A. Blumberg, W.M. Itano, D.J. Larson, Phys. Rev. A 19, 139 (1979)
(4) R.M. Jopson, D.J. Larson, Phys. Rev. Lett 47, 789 (1981)
(5) D.J. Larson, R.M. Jopson, in Laser Spectroscopy V (Mc Kellar, Oka, Stoicheff eds), Springer Verlag (1981), p. 369
(6) G. Gartner, E. Klempt, Z. Physik A 287, 1 (1978)
(7) G. Gräff, H. Kalinowsky, J. Traut, Z. Physik A 297, 35 (1980)
(8) Mêmes auteurs, in Precision Measurements and fundamental constants (Taylor and Phillips eds), N.B.S. Special publication 617 (1984), p. 353
(9) R.S. Van Dyck, P.B. Schwinberg, Phys. Rev. Lett. 47, 395 (1981)
(10) Mêmes auteurs, dans la même publication que (8), p. 349
(11) R.S. Van Dyck, F.L. Moore, D.L. Farnham, Atomic Physics 9 Abstracts p. B87
(12) D.J. Wineland, J.J. Bollinger, W.M. Itano Phys. Rev. Lett. 50, 628 (1983)
(13) S. Ichimaru, Rev. Mod. Phys. 54, 1017 (1982)
(14) C.C. Grimes, G. Adams, Phys. Rev. Lett. 42, 795 (1979) Voir aussi S. Balibar, La Recherche, Juin 1979 p. 672
(15) J.H. Malmberg, T.M. O'Neil, Phys. Rev. Lett. 39, 1333 (1977)
(16) J.J. Bollinger, D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 53, 348 (1984)
(17) D.J. Wineland, J.J. Bollinger, W.M. Itano, J.D. Prestage A paraître dans JOSA B

Ions négatifs (1

Caractéristiques originales

Pas d'interaction de Coulomb entre l'électron supplémentaire et l'atome neutre

Conséquences

(1) Très petit nombre d'états liés
L'interaction entre l'électron et l'atome neutre est à courte portée

(2) Grande sensibilité de l'énergie de liaison (affinité) aux corrélations électroniques
Tests des théories atomiques

(3) Possibilité d'ignorer l'interaction électron-neutre dans l'état final d'une expérience de photodétachement (analogue de la photoionisation pour un atome neutre)

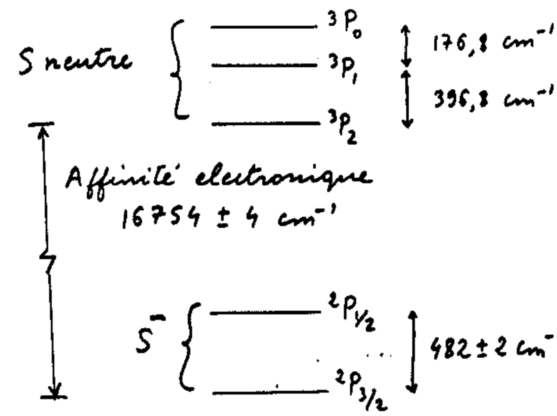
$$A^- + h\nu \longrightarrow A + e^-$$

Méthodes d'étude les plus utilisées (2

Comme il y a peu d'états liés, on étudie surtout les variations de la section efficace de photodétachement en fonction de la fréquence d'un laser accordable

La mesure des seuils de photodétachement donne les énergies de liaison et les structures fines

Exemple de S^- (référence 1)



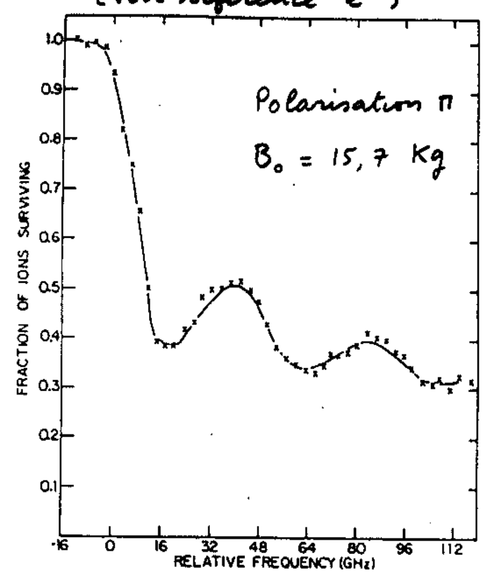
Photodétachement d'ions négatifs dans un piège de Penning (réf. 2) (3

- Production des ions dans le piège par bombardement de OCS
  $e^- + OCS \longrightarrow CO + S^-$
- Irradiation laser au voisinage de 597 nm qui photodétache les ions de $^2P_{3/2}$ (S^-) vers $^3P_2$ (S)
- Mesure du nombres d'ions qui restent par excitation de leur résonance de vibration axiale

Phénomènes nouveaux qui apparaissent

Oscillations de la section efficace dues aux niveaux cyclotron de l'état final de l'électron (les fréquences de vibration, magnétron de l'électron final, la fréquence cyclotron de l'ion initial sont trop faibles pour donner naissance à des structures résolues).

Exemple de résultats expérimentaux (4
(voir référence 2)



Prédictions théoriques (courbe en trait plein) basées sur un calcul du 1er ordre ignorant les interactions dans l'état final (voir référence 3)

Propriété importante du photodétachement dans un champ magnétique intense (5

Les sections efficace de photodétachement varient d'un sous-niveau Zeeman à l'autre. Les différences entre sections efficaces dépendent de l'énergie des photons et de leur polarisation π ou σ

Explication

- Les déplacements Zeeman donnent des seuils de photodétachement qui varient d'un sous niveau Zeeman à l'autre
- La dépendance en polarisation est liée à la conservation du moment cinétique qui conduit à des voies de photodétachement variant d'un sous niveau à l'autre

Utilisation de cette propriété pour faire de la spectroscopie à très haute résolution (6

① Une impulsion laser convenablement polarisée dépeuple sélectivement par photodétachement certains sous niveaux Zeeman M_0

Analogie avec un pompage optique (de type "dépopulation"), l'état excité étant dans le continuum.

Phase de préparation

② Excitation d'une transition RF ou microonde entre un sous niveau peuplé M et un sous niveau dépeuplé M_0

③ Application d'une deuxième impulsion laser qui photodétache les ions qui ont effectué la transition $M \to M_0$

Phase de détection.

Application à l'état $^2P_{3/2}$ de S^- (7

- Excitation en lumière π qui vide sélectivement les états $|M_J| = \frac{3}{2}$
- Excitation des 2 résonances Zeeman $M_J = 1/2 \to M_J = 3/2$ et $M_J = -1/2 \to M_J = -3/2$ qui ont des positions légèrement différentes à cause d'un découplage LS partiel (couplage avec le niveau $^2P_{1/2}$)
- Mesure du nombres d'ions restants par excitation de la résonance de vibration axiale
- Mesure du champ magnétique par excitation et détection de la résonance cyclotron des électrons libres

Voir référence (4)

Exemple de résultats (8

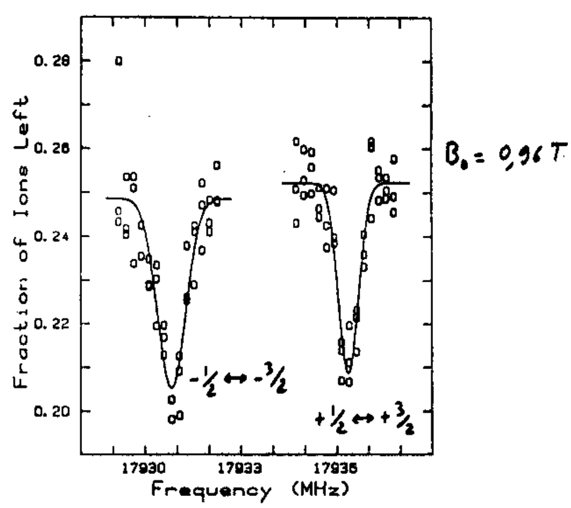


Figure extraite de (4)

Valeur obtenue pour g_J

$g_J = 1{,}333984\ (28)$

Méthode appliquée également à O^-

Voir référence (5)

Mesure de m(electron)/m(proton) (9)

<u>Intérêt</u> m_e/m_p est une constante fondamentale. Par exemple, les niveaux d'énergie de l'hydrogène peuvent être calculés en fonction de

R_∞, α, m_e/m_p

Importance d'une mesure aussi précise que possible de ces 3 constantes

<u>Mesures antérieures</u> Indirectes

① Mesure du facteur g_J de H dans un champ calibré par résonance RMN d'un échantillon sphérique d'eau pure

$$\frac{g_p(H_2O)}{g_J(H)} \xrightarrow[\text{de } g_J]{\text{Calcul}} \frac{\mu'_p}{\mu_B} \leftarrow \text{Magnéton de Bohr}$$

μ'_p : Moment magnétique apparent de p

② Résonance cyclotron de p dans un champ calibré par RMN d'un échantillon sphérique d'eau pure

$$\longrightarrow \frac{\mu'_p}{\mu_N} \longleftarrow \text{Magnéton nucléaire}$$

Combinaison des 2 $\rightarrow \dfrac{\mu_B}{\mu_N} = \dfrac{m_p}{m_e}$

Mesure directe de m_e/m_p dans un piège de Penning (10)

<u>Principe</u>. Mesure des fréquences cyclotron d'électrons et de protons piégés dans le même piège de Penning et dans le même champ $\vec{B}_0$

Le rapport des fréquences cyclotron donne m_e/m_p

3 expériences ont été réalisées, différant par la methode utilisée pour <u>détecter</u> les résonances cyclotron

<u>Première expérience</u> (référence 6)

La résonance cyclotron augmente les dimensions des orbites des e^- et p^+ et diminue le nombre des particules piégées. Mesure de ce nombre par étude du courant induit par la vibration axiale

Précision 2,9. ppm

Deuxième expérience (references 7 et 8) (11)

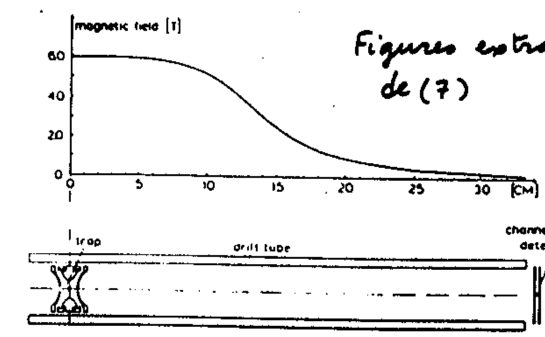
- La résonance cyclotron augmente le rayon des orbites, et donc le moment magnétique orbital M_z des particules piégées
- On détecte cette augmentation de M_z en faisant sortir les particules du piège et en les laissant se propager dans un gradient de champ magnétique parallèle à Oz

Force $-M_z \dfrac{\partial B}{\partial z}$ agissant sur ces particules, d'autant plus grande que M_z est plus grand

- On mesure le <u>temps de vol</u> des particules jusqu'à un detecteur. Temps de vol d'autant plus court que M_z est plus grand

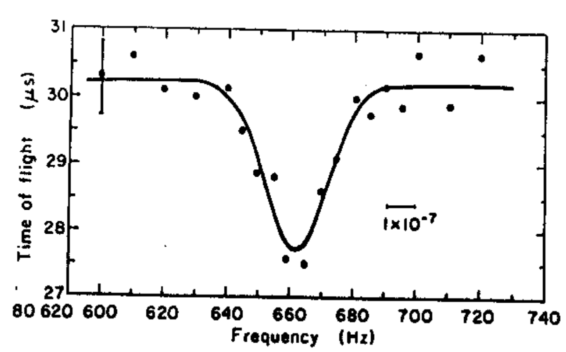
Précision 0,6 ppm

Schéma du tube de dérive (12)



Figures extraites de (7)

<u>Exemple de résonance cyclotron de p^+</u>
(détecté par temps de vol)



Extrapolation de $\nu_c(p^+)$ à nombre de protons nul

Troisième expérience (références 9 à 11) (13

La plus précise car la détection des résonances cyclotron y est beaucoup plus sensible. L'excitation de ces résonances peut donc être beaucoup plus faible. Les corrections relativistes et anharmoniques sont par suite moins importantes

Détermination de ν_c par mesure de ν_c', ν_z, ν_m et utilisation de $\nu_c^2 = \nu_c'^2 + \nu_z^2 + \nu_m^2$ [voir cours I, T 9]

Résonance cyclotron de e^-

Utilisation d'une bouteille magnétique créant un champ variant en z^2, qui rend la fréquence de vibration axiale dépendant du nombre quantique cyclotron (perturbation en $-M_z z^2$)

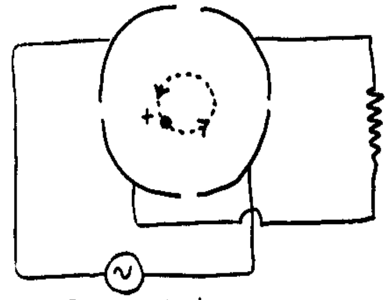
Détection de la résonance cyclotron par la variation de la fréquence de vibration axiale (cours 83-84 - Cours IV)

Résonance cyclotron de p^+ (14

Electrode anneau coupée en 4 quadrants

Voltage alternatif appliqué entre 2 quadrants opposés, ce qui crée un champ oscillant excitant la résonance cyclotron des protons

Détection des courants induits par la rotation des protons dans le circuit reliant les 2 autres quadrants

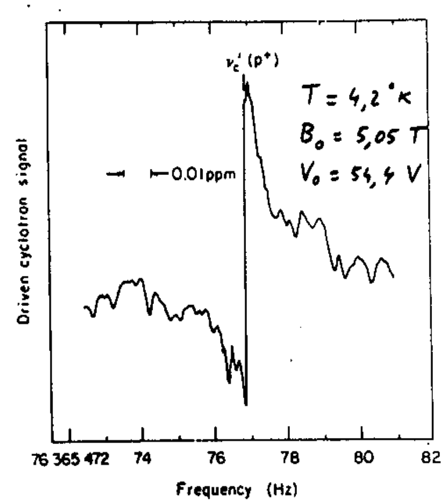


Detection

Excitation

Exemple de résonance cyclotron de protons (15

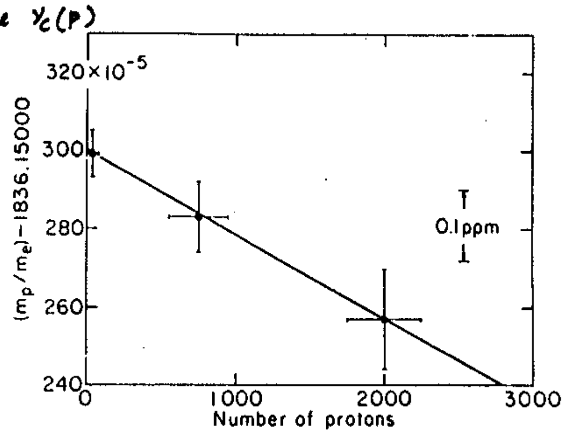
Figure extraite de (9)



Les interactions entre protons ne modifient pas le mouvement du centre de masse : dans un piège parfait, pas d'effet de la charge d'espace sur la fréquence cyclotron du centre de masse de particules identiques

Variations de m_p/m_e en fonction de N_p (16

Proviennent essentiellement de variations de $\nu_c(p)$



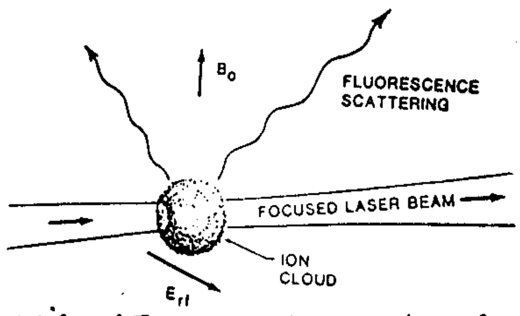
Ces variations sont dues aux termes anharmoniques du potentiel électrostatique (disparaîtraient dans un piège parfait)

En fait, l'erreur la plus grande provient de l'inhomogénéité de B_0 (due à la bouteille magnétique) et du fait que les e^- et les p^+ ne sont pas exactement au même endroit

Résultat le plus précis (référence 11)

$$\frac{m_p}{m_e} = 1836,152470(80) \qquad 0.04\ \text{ppm}$$

Detection laser de la résonance cyclotron d'ions piégés (référence 12) (17



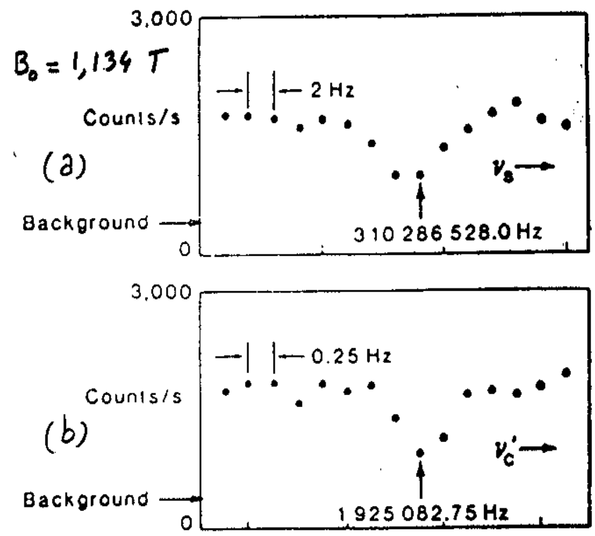
Principe (Figure extraite de 12)

Un laser focalisé permet de refroidir un nuage d'ions dans un piège de Penning

Une microonde induit la résonance cyclotron, ce qui augmente les dimensions du nuage et change la fluorescence induite par le laser

Calibration du champ B_0 par mesure d'une résonance de spin dans l'état fondamental de l'ion

Exemple de résonances observées sur $^9Be^+$ (Figure extraite de 12) (18



(a) Résonance de spin de l'état $^2S_{1/2}$
$M_I = -3/2,\ M_J = -1/2 \leftrightarrow M_I = -1/2,\ M_J = -1/2$
détectée par double résonance (voir cours VII)

(b) Mesure de ν'_c (ν_z et ν_m sont mesurées de la même manière, et on utilise $\nu_c^2 = \nu_c'^2 + \nu_z^2 + \nu_m^2$)

Résultats obtenus (19

- La constante de structure hyperfine A de l'état $^2S_{1/2}$ et g_J/g_I ont été mesurés séparément (cours VII, T 32)
- La mesure de ν_s, ν_c, et l'utilisation de la formule de Breit Rabi donnent

$$g_J(^9Be^+)\ \frac{m(^9Be^+)}{m_e} = 32891.5710\ (49)$$

- Si l'on utilise la valeur théorique de $g_J(^9Be^+)$ et le rapport $m(^9Be^+)/m_p$ (connu à 0.048 ppm), on tire

$$m_p/m_e = 1836.15238\ (62) \qquad 0.34\ \text{ppm}$$

- On pourrait, inversement, utiliser la valeur obtenue plus haut pour m_p/m_e et en déduire $g_J(^9Be^+)$

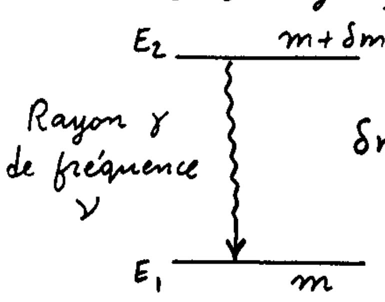
Possibilité d'amélioration

Etude d'un seul ion refroidi à $k_B T = \hbar\Gamma$ et très bien confiné

Espoir d'arriver à $\dfrac{\Delta\nu'_c}{\nu'_c} \sim 10^{-13}$

Autres applications possibles (20

- Mesure du rapport des masses de 2 isotopes
- Mesure du rapport des masses de 2 isomères (2 états différents d'un même noyau)



$$\delta m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

Il serait intéressant de mesurer δm par la méthode précédente et de mesurer par ailleurs la longueur d'onde λ des rayons γ émis entre E_2 et E_1

Raccord entre longueur d'onde et masse

Plasmas à une composante (21)

Modèle de plasma simple où des particules identiques, de charge q, baignent dans un substrat de densité de charge uniforme et de signe opposé à celui de q

n_0 : densité de particules par unité de volume

a : rayon de la sphère attribuée à chaque particule (rayon de Wigner-Seitz)

$\frac{4\pi a^3}{3} n_0 = 1 \qquad a = \left(\frac{4\pi}{3} n_0\right)^{-1/3}$

Constante de couplage d'un plasma classique

$$\Gamma = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} \times \frac{1}{k_B T}$$

$$= \frac{\text{Energie de Coulomb}}{\text{Energie d'agitation thermique}}$$

(Référence 13)

Plasmas fortement couplés (22)

Plasmas pour lesquels $\Gamma \gg 1$

Le calcul de la fonction de corrélation de paires $g(r)$ [probabilité, si l'on a trouvé une particule en un point, d'en trouver une autre à une distance r], montre que $g(r)$ présente, pour $\Gamma > 2$, des oscillations caractéristiques d'un liquide. Prédiction de transitions liquide → solide pour des valeurs plus élevées de Γ ($\Gamma \sim 170$)

Cristallisation du plasma

Observation de cristallisation (à 2 dimensions) d'électrons sur la surface d'helium superfluide (référence 14)

Formation d'un réseau triangulaire de pas 0,35 μm

Valeur de Γ : 137

Plasmas non neutres confinés magnétiquement (référence 15) (23)

Non neutre : ne contenant que des electrons ou que des ions

Confinement

Magnétique dans le plan xOy grace à un champ $\vec{B}_0$ uniforme parallèle à Oz

Electrique le long de Oz grace à un potentiel electrostatique de révolution autour de Oz

Exemple simple : piège de Penning

Problème

Peut-on sur de tels plasmas réaliser l'équivalent d'un plasma à une composante fortement couplé ? Pourrait-on observer une cristallisation ?

Distribution (canonique) d'équilibre (24)

Constantes du mouvement

- Energie totale

$$H = \sum_i \frac{1}{2} m \vec{v}_i^{\,2} + \underbrace{\mathcal{U}(\vec{r}_1, \dots \vec{r}_i \dots \vec{r}_N)}_{\text{Energie potentielle}}$$

- L'invariance par rotation autour de Oz entraine que la composante sur Oz de $\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i \times \vec{p}_i)$ [et non $\sum_i \vec{r}_i \times m\vec{v}_i$] est une constante du mouvement

Distribution d'équilibre $f(\vec{r}_1, \vec{v}_1 \dots \vec{r}_i, \vec{v}_i \dots)$

L'existence des 2 constantes du mouvement précédentes entraine que

$$f = \frac{1}{Z} e^{-(H - \omega L_z)/k_B T}$$

Z : Normalisation

T, ω : Paramètres déterminés par l'énergie et le moment cinétique le long de Oz du système

Expression de f (25

- Potentiel vecteur

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{2}\vec{B}_0 \times \vec{r} = \frac{B_0}{2}\vec{e}_3 \times \vec{r}$$

$$\hookrightarrow \vec{p}_i = m\vec{v}_i + q\vec{A}(\vec{r}_i) = m\vec{v}_i + \frac{qB_0}{2}\vec{e}_3 \times \vec{r}_i$$

(On néglige le champ $\vec{B}$ produit par les particules elles mêmes)

- Avec cette valeur des $\vec{p}_i$, il vient

$$f(\vec{r}_i\vec{v}_i \dots \vec{r}_i\vec{v}_i \dots) = \frac{1}{Z}\exp\left\{-\frac{1}{k_BT}\left[\sum_i m(\vec{v}_i - \omega\vec{e}_3\times\vec{r}_i)^2/2 + \mathcal{U}(\vec{r}_i \dots \vec{r}_i \dots) + m\omega(\omega_c-\omega)\sum_i(x_i^2+y_i^2)/2\right]\right\}$$

avec $\omega_c = -qB_0/m$ (fréquence cyclotron)

Interprétation de $\vec{v}_i - \omega\vec{e}_3\times\vec{r}_i$

Rotation en bloc du plasma à la fréquence ω autour de Oz

Dans le référentiel tournant à la fréquence ω, les vitesses ont une distribution maxwellienne

Interprétation du terme (26

$$\exp\left\{-\left[m\omega(\omega_c-\omega)\sum_i(x_i^2+y_i^2)/2\right]/k_BT\right\}$$

Confinement latéral [si $\omega(\omega_c-\omega)>0$] empêchant $\sum_i(x_i^2+y_i^2)$ de diverger

Effet équivalent à celui d'un potentiel électrique fictif

$$\Phi_{fict} = \frac{m\omega(\omega_c-\omega)}{2q}\sum_i(x_i^2+y_i^2)$$

qui apparait également comme celui créé par un cylindre d'axe Oz chargé uniformément avec une densité de charge ρ_{fict} (obtenue en écrivant $\Delta\Phi_{fict} = -\rho_{fict}/\varepsilon_0$)

$$\rho_{fict} = -\frac{2m\varepsilon_0\omega(\omega_c-\omega)}{q}$$

dont le signe est opposé à celui de q

Finalement, tout se passe comme si l'on avait un plasma à une composante

Forme du nuage (27

A partir de la fonction de distribution $f(\vec{r}_i\vec{v}_i \dots \vec{r}_i\vec{v}_i \dots)$, on peut, par intégration, obtenir la densité spatiale à un corps $n(\vec{r})$

Si T est suffisamment bas ($\lambda_{Debye} \ll$ dimensions du nuage), le nuage a, dans un piège de Penning, la forme d'un ellipsoïde, de révolution autour de Oz, dans lequel $n(r)$ est constant et égal à n_0 avec

$$n_0 q = -\rho_{fict} \quad \rightarrow \quad n_0 = \frac{2m\varepsilon_0\omega(\omega_c-\omega)}{q^2}$$

Références (16), (17)

Interprétation

Les particules se tassent jusqu'à annuler la densité de charge ρ_{fict}, de signe opposé, associé au potentiel fictif Φ_{fict}

Lien entre le confinement latéral et la conservation du moment cinétique total le long de Oz (28

$$L_z = \sum_i\left[\vec{r}_i\times\left(m\vec{v}_i + \frac{qB_0}{2}\vec{e}_3\times\vec{r}_i\right)\right]\cdot\vec{e}_3$$

Terme prépondérant si B_0 est grand

$$\frac{qB_0}{2}\sum_i(x_i^2+y_i^2)$$

La conservation du moment cinétique entraine que $\sum_i(x_i^2+y_i^2)$ doit rester constant, même en présence des interactions entre particules (ces interactions sont invariantes par rotation globale autour de Oz). Cette contrainte empêche l'expansion latérale du plasma.

Ceci n'est bien sur plus vrai en présence de défauts de symétrie de révolution, ou de collision avec de particules autres que celles du plasma (par exemple neutres)

Interprétation de ω (29

Fréquence de rotation due à la dérive dans la direction $\vec{E} \times \vec{B}$. $\vec{E}$ étant le champ total, résultant des voltages appliqués aux électrodes, de la charge d'espace (et des charges induites sur les électrodes)

Sans charge d'espace, ω est la fréquence magnétron ω_m. L'effet de la charge d'espace est d'augmenter le champ électrique radial, donc la fréquence de rotation.
Par suite, $|\omega| > |\omega_m|$

Pour une particule de charge $q > 0$, ω_c et ω sont négatives (rotation dans le sens inverse)
$\omega(\omega_c - \omega)$ est positif si

$$|\omega_c| > |\omega|$$

Intérêt des ions piégés (30

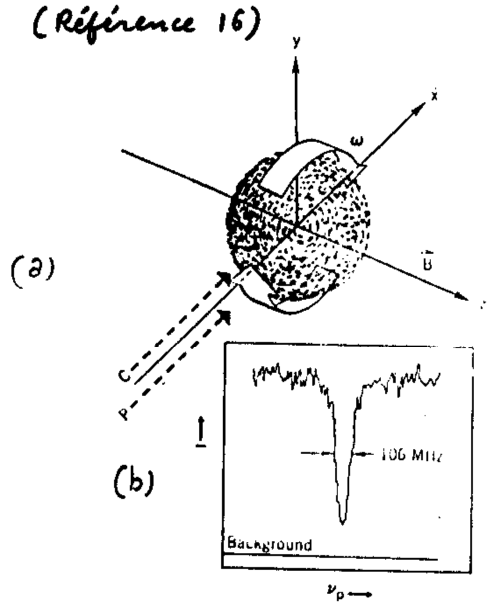
① Possibilité d'irradier le nuage avec un faisceau laser, et d'agir ainsi sur les paramètres n_0 et T
Refroidissement laser

② Possibilité de sonder le nuage avec un deuxième faisceau laser moins intense
- Mesure des distributions spatiales
- Mesure de la température par étude de la largeur Doppler de la fluorescence
- Mesure de la densité

$$n_0 = \frac{2 m \varepsilon_0 \omega(\omega_c - \omega)}{q^2}$$

m, q, B_0 (et donc ω_c) sont connus
On mesure ω (rotation du nuage) par le décalage Doppler de l'absorption du laser sonde

Etude faite sur $^9Be^+$ (31
(Référence 16)



(a) C : Faisceau de refroidissement
P : Faisceau d'analyse pouvant être déplacé suivant Oy et Oz
(b) Variations de la fluorescence du laser C quand on balaie la fréquence du laser P

Résultats (32
(Voir référence 16)

- Mesure de T, n_0 sur plusieurs nuages.
- Obtention de valeurs $\Gamma \sim 10$ pour le paramètre de couplage
Valeur parmi les plus grandes obtenues jusqu'à ce jour dans un plasma tridimensionnel
- Les valeurs de T obtenues sont de l'ordre de 100 mK car on ne refroidit pas directement le mouvement sur Oz

Possibilité de faire beaucoup mieux. Espoir d'augmenter considérablement Γ et d'atteindre le domaine de cristallisation